ELEMENTI D' ASTRONOMÌA.

606 L'Astronomìa si divide in due parti: la prima poichè ha per oggetto la cognizione degli *Astri* o Corpi luminosi sparsi nel Cielo e dei loro moti e rapporti, cioè del *Sistema dell' Universo*, può dirsi *Teorìa dei Corpi Celesti*: l' altra poichè coll' uso di varie macchine e colle pratiche applicazioni estende le teorìe ai differenti bisogni e comodi della Società, può chiamarsi *Teorìa delle Macchine e delle Applicazioni Astronomiche*.

607. Finchè si è giudicato immediatamente della natura dei moti celesti dalle loro apparenze, e si è creduto che bastasse il richiamare i fenomeni da spiegarsi a qualche ipotesi già adottata, il sistema del Cielo è rimasto quasi inintelligibile, ed è convenuto perpetuamente moltiplicar le supposizioni, estenderle, limitarle o cangiarle affatto a misura delle scoperte che si facevano e delle ineguaglianze che si osservavano nel moto degli Astri creduto prima uniforme.

608. E questa infatti era la conseguenza a cui guidava il fissare come un principio assoluto l' immobilità della Terra. Perciò reca stupore come con ipotesi tanto informe Tolomeo e Ticone potessero divenir sì benemeriti dell' Astronomìa e i loro sistemi essere accolti per tanto tempo, finchè argomenti palpabili non dimostrarono pienamente insufficienti ed assurdi questi sistemi e gli condannarono alla dimenticanza.

609. E' vero che vi fu anche nella più remota Antichità chi trionfò delle volgari opinioni, e che non meno di 24. secoli addietro cioè fin dai tempi di Anassimandro fu preso il Sole per centro dei movimenti celesti e la Terra per un pianeta. Pure il difetto degli strumenti e dei metodi necessarj, trovati o perfezionati dopo, non permise di approfondar

quest' idea quanto bisognava e lasciò nella spiegazion dei fenomeni la medesima incertezza ed oscurità.

Copernico potè dare a questa Ipotesi un apparato più degno di un Filosofo; e gli studj di Galileo, di Keplero, di Newton la condusser tant' oltre, che in vece di temer come l'altre il confronto delle osservazioni più recenti, all' opposto le prevenne col raziocinio il più delle volte; e queste osservazioni poi dimostrarono in essa una perfetta uniformità colle leggi più note della Natura. Gli Astronomi successori han seguite le stesse traccie, e per i continui progressi della Meccanica, dell' Ottica e delle Matematiche tutte l'hanno confermata talmente, che per quanto si perfezionino i metodi di osservare e di calcolare, la Teorìa non avrà mai bisogno di alcun sensibile cangiamento.

610. Noi partiremo pertanto da questa ipotesi; e colle notizie che il solo lungo tratto dei secoli e la fatica instancabile di tanti Astronomi insigni potea finalmente somministrarci con sicurezza, rintraccieremo il maraviglioso accordo dei fenomeni celesti colle proprietà universali da Dio impresse nella Materia.

PARTE PRIMA.

TEORÌA DE' CORPI CELESTI

Idea generale del Cielo.

611. IL Cielo è un' immensa Sfera (434) seminata di corpi lucidi, nominati *Astri*. Gli uni si chiamano *Stelle fisse* perchè conservan sempre sensibilmente la loro respettiva situazione; gli altri *Pianeti*, o Corpi erranti, perchè successivamente cangian di luogo; e quelli la cui comparsa è più rara, meno diuturna e apparentemente men regolare, *Comete*. I primi si manifestan per *luminosi* colla vivezza dei loro raggi, mentre la quieta luce degli altri, e molto più le lor diverse apparenze o *fasi* e l' ombra che gettano dietro

tro a se, gli fanno conoscere *illuminati* d'altronde (435).

612. Il moto diurno di tutto il Cielo intorno a noi è il primo e il più cospicuo fenomeno che si osservi e che cagioni la più gagliarda illusione nei sensi. Ma o il Cielo giri uniformemente intorno alla Terra da *oriente* in *occidente*, o la Terra che sensibilmente n' occupa il centro (454) giri d' intorno al proprio asse da occidente in oriente, la sensazione dei moti è precisamente la stessa (459); ed è la medesima cosa o che un dato punto del Cielo descriva in un giorno 360° d' intorno a noi, o che ogni punto della Terra ne scorra altrettanti in senso contrario. Intanto è certo 1°. che l' *Asse* del Cielo PP′ non è se non un prolungamento di quello della Terra: 2°. che l' *Equatore* Q′Q dell' 74.
uno non è se non l' equatore *q′q* dell' altra (L. 784. 785.) prolungato fino alle fisse, del quale perciò si dicon *poli* due punti P, P′ del Cielo, che compariscono immobili, corrispondenti ai poli terrestri: l' uno di essi è chiamato *artico* o *boreale* o *settentrionale* o del *nord*, che è per noi il solo visibile; l' altro si chiama *antartico* o *australe* o *meridionale* o del *sud*; ed essendosi osservato che andando dal Sud al Nord, il polo si alza sull' orizzonte (altezza a cui, come pure alla distanza dello zenit dall' equatore, si dà il nome di *latitudine geografica*) e si scuoprono nuove stelle al Nord mentre sparisce dal Sud una porzione di Cielo prima visibile (succedendo tutto al contrario se si cammini all' opposto) se ne è dedotta con evidenza la curvatura della superficie terrestre.

613. Il giro di tutte le Stelle fisse è contemporaneo; nè alcuna di esse ha mai raggiunte quelle che erano avanti a lei, nè si è lasciata raggiungere dalle seguenti, benchè sien tutte isolate, e per l' enormi distanze che le separano debbano giudicarsi affatto indipendenti l' una dall' altra. Ognuna di esse descrive nello stesso intervallo di tempo o l' *equatore* Q′Q o un *parallelo* HR, IA′, la cui distanza QR, QA′ dall' equatore stesso si chiama *declinazione*, e questa determina la velocità respettiva del loro moto apparente,

FIG. In fatti supposta la stella in A′ e la sua declinazione QA′ =
74. δ, se si conduca l' ordinata A′G sull' asse PP′, sarà A′G = *sen* A′P = *cos* δ il raggio del parallelo da lei descritto quotidianamente, e quindi la misura della sua diurna celerità (78), che è determinata dall' intervallo del tempo scorso tra due successivi *appulsi* della medesima stella agli stessi punti del Cielo.

614. Per ben distinguere e questi punti e le stelle tutte, divisero in primo luogo gli Astronomi il Cielo in parti arbitrarie, abbozzandovi delle capricciose figure suggerite loro o dalla Storia o dalla Mitologìa o dal sistema dei lavori campestri, e le chiamaron *Costellazioni*; indi notando con segni particolari tutte le stelle comprese in ogni costellazione (le quali furon classate in sei o sette ordini di grandezze secondo le loro apparenze) si posero in grado di riconoscerle ad una ad una. Dipoi per determinarne più precisamente la situazione rispetto all' *Orizzonte* (circolo massimo ove si limita l' emisfero visibile e superiore), condotti per lo *zenit* che n' è il polo, dei circoli *verticali* (L. 786), due ne distinsero specialmente tra tutti gli altri. Il primo è il *meridiano* PZP′ che passa per i poli dell' equatore o del mondo, divide il cielo nelle due parti orientale ed occidentale, taglia in mezzo tutti gli archi dei paralleli che restano sopra l' orizzonte e che si chiamano *archi diurni*, indica il punto della massima loro altezza sull' orizzonte medesimo, cioè la *culminazione* degli Astri che gli descrivono, segna colla sua intersezione coll' orizzonte una linea importantissima detta *meridiana*, e fissa i due punti di *Tramontana* e di *Mezzogiorno*. Il secondo circolo dicesi *primo verticale* che tagliando l' orizzonte a 90° di distanza dai due punti suddetti, ne segna due altri principali d' *Oriente* e di *Occidente*, detti anche *Est* o *Levante*, ed *Ovest* o *Ponente*. Vedremo altrove come si trovi la posizione del meridiano da cui dipende quella di tutti gli altri verticali, l' uso dei quali non è solamente di segnar l' altezza AV degli Astri sull' orizzonte o la lor distanza AZ dal *zenit* che ne è il complemento (L. 485), ma anche di determinare il loro *Azimut*, cioè l' angolo MZV fatto dal meridiano con quel verticale in cui sono, ovvero l' arco MV dell' orizzonte intercetto tra l' uno e l' altro (L. 788. 1°.).

615. Questi circoli son diversi nei diversi punti della superficie terrestre; ma per un dato paese sono immutabili o almeno non cangiano se non insensibilmente dopo un gran lasso di tempo. A questi principalmente e all' equatore si riferisce tutto ciò che riguarda il moto diurno.

616. Pertanto poichè la misura di questo moto, cioè l' intervallo tra due successivi appulsi di una stella al meridiano (613) non è che il tempo di una rivoluzion della Terra sul proprio asse (610) che è necessariamente uniforme (199), la durata di questo tempo, chiamata *giorno sidereo* si dedurrà dal passaggio dei 360° dell' equatore per il meridiano, come dal passaggio di 15°, di 15′, di 15″ si deduce l' *ora*, il *minuto primo*, il *secondo* ec. (L. 96.). Di quì deriva la riduzione delle *parti dell' equatore in tempo* e del *tempo in parti dell' equatore* e la doppia Tavola costruita per tale oggetto che è posta sul fine di questo libro. Il suo uso si manifesta da se medesimo; e solo deesi avvertire che dividendosi e suddividendosi in sessagesimi tanto l' ore che i gradi, una stessa riduzione serve per ordini differenti di parti, e che perciò il titolo della data quantità da ridursi, notato in alto della colonna, richiama quei titoli delle parti ridotte che sono scritti di fianco nello stesso verso: così volendo ridurre in tempo 22° 22′ 48″ dell' equatore, poichè nella Tavola relativa di fianco al titolo *gradi* si ha *ore e minuti*, e al numero 22 corrisponde 1.28, per 22° si avrà $1^{or}\,28'$; parimente perchè di fianco al titolo *minuti* è segnato *minuti* e *secondi*, 22′ daranno $0^{or}\,1'\,28''$, e nello stesso modo 48″ daranno $0^{or}\,0'\,3''\,12'''$; onde sommando, si avrà per la riduzione cercata $1^{or}\,29'\,31''\,12'''$: lo stesso è nella riduzion del tempo in parti di equatore. Per evitare ogni equivoco tra parti di arco e di tempo, queste d' ora in poi si noteranno coi segni $^{or}\,'\,''$; onde $3^{or}\,29'$ significhe-

FIG. tà tre ore e 29 minuti, $0^{or}\ 17'$ significherà 17′ di tempo, e 17′ senza altro segno indicherà minuti di *grado*.

74. Segue anche di qui che i circoli di declinazione PgBP′, Pg′, PΔ si chiamano pure *circoli orarj* o anche *meridiani* perchè ciascuno lo è per qualche paese, e gli angoli QPB, QPg′, QPΔ ec. fatti da essi col meridiano del luogo *angoli orarj*.

617. Ma poichè tutte le osservazioni e le ricerche astronomiche hanno un necessario rapporto al Sole, che oltre ad essere il Corpo più luminoso del Cielo e il regolatore dei giorni e delle stagioni, è anche il centro comune dei movimenti di tutti quanti i Pianeti; è convenuto non solo di riferire all' orbita solare del pari che all' equatore la situazione di tutti gli Astri, ma anche di far dipendere dai moti o apparenti o veri di esso la misura del tempo; e ad onta delle loro reali disuguaglianze cercare i mezzi di richiamargli in qualche maniera a una dimensione uniforme: quindi la necessità di conoscer con precisione questi movimenti.

618. Fu pertanto primieramente osservato che quelle stelle che essendo prossime al Sole, tramontano poco dopo di lui, si perdono molto presto nella sua luce, e dopo un tempo determinato ricompariscono dalla parte opposta e lo precedono nell' alzarsi. Tenendo dietro alla serie di queste stelle, si ha 1°. la strada o orbita solare nel cielo cioè l'*eclittica* EoC il cui piano passa al solito per il centro terrestre (612): 2°. la sua *inclinazione* coll' equatore, cioè l'angolo CEQ detto l' *obliquità dell' eclittica* che è di circa 23° 28′, e il loro punto d' intersezione E, che è uno dei punti più principali del cielo. In questo modo si sono anche riconosciute l' *orbite* dei Pianeti, la loro *inclinazione all' eclittica*, i loro *nodi* o punti d' intersezione (uno cioè per cui dalla parte australe dell' eclittica passano i Pianeti alla boreale, il quale è detto *ascendente* e si segna ☊, l' altro opposto al primo che si chiama *discendente* e segnasi ☋), e i tempi del loro *periodo*, cioè della loro intera rivoluzione.

619. L' eclittica si divide in dodici parti, ciascuna di

30°, chiamate *Segni*, che prendono il loro nome da altrettante costellazioni vicine, e che si contano andando dall' occidente in oriente e cominciando dal punto ove l' eclittica tagliando l' equatore si stende verso il polo artico cioè da E verso *o*. I loro nomi e le loro indicazioni sono: ♈ *Ariete*, ♉ *Toro*, ♊ *Gemini*, ♋ *Cancro*, ♌ *Leone*, ♍ *Vergine*, ♎ *Libra*, ♏ *Scorpione*. ♐ *Sagittario*, ♑ *Capricorno*, ♒ *Aquario*, ♓ *Pesci*; dei quali i primi sei son *settentrionali*, gli altri *meridionali*. Che se noi diamo anche il nome di *ascendenti* ai primi ed ultimi tre, perchè il Sole o un Pianeta che vi si trovi, si accosta al nostro *zenit*, e per l' opposto chiamiamo *discendenti* gli altri; ciò non è se non relativo ai nostri climi, come lo è il rapporto dei segni colle *stagioni*; poichè mentre per noi i segni ♈ ♉ ♊ appartengono alla *Primavera*, ♋ ♌ ♍ all' *Estate*, ♎ ♏ ♐ all' *Autunno* e ♑ ♒ ♓ all' *Inverno*, i nostri *Antipodi* ne fanno una distribuzion totalmente opposta; e quei che vivono nella zona torrida (cioè per cui la latitudine o boreale o australe è < 23° 28′) debbon distribuirgli anche più diversamente; mentre riducendosi per essi le stagioni a due sole, ne risentono un doppio ritorno in un anno stesso.

620. Ogni punto dunque del Cielo si determina riferendolo o all' equatore o all' eclittica. Sia S un Astro, EQ l' equatore, P il suo polo, EC l' eclittica, Π il polo di essa; se 75.
si conducan per S gli archi PSA, ΠSL e sia E il primo punto d' Ariete; l' arco o distanza EL si chiama la *Longitudine* dell' Astro, EA l' *Ascensione retta*, LS la sua *Latitudine* ed SA la *Declinazione*; quest' ultime due non eccedono 90°, positive se son dalla parte di Π e P, e negative se son da quella Π′ e P′; l' altre si contano da E verso *o* e da E ver- 74.
so Δ, da 0° fino a 360°. La longitudine suol contarsi anche per segni, e quindi $126° = 4^s\ 6°$, cioè eguagliano un arco di 4 segni con 6 gradi più, ovvero l' astro si trova a 6 gradi del quinto segno, cioè di ♌. L' ascensione retta si conta più d' ordinario in tempo, e in vece di dir 97° si dice $6^{or}\ 28'$ (616). Tutto ciò si verifica anche

FIG. del Sole, se non che la sua latitudine è sempre zero.

621. Di quì già si vede che l'obliquità dell'eclittica dee cagionar delle ineguaglianze nel *giorno solare*; poichè supposto ancora che la longitutine del Sole aumentasse uniformemente, è facile il dimostrare che agli uguali aumenti di questa non corrispondono eguali aumenti d'ascensione retta; e che perciò il giorno solare (eguale al giorno sidereo, più il tempo dovuto all'aumento d'ascensione retta) non può esser sempre lo stesso. Ma vi è di più: la parallasse del Sole (455) soggetta a dei cangiamenti (610) ci fa conoscer che cangia la sua distanza da noi (455. 2°.) o piuttosto la nostra da lui, e quindi variato il raggio vettore (130), anche la sua celerità deve avere delle disuguaglianze (186), cioè che nella sua massima lontananza o *apogeo* il moto dee esser necessariamente più lento, e più rapido nella massima vicinanza o nel *perigeo*, punti che riferiti al moto alla Terra, chiamansi *afelio* e *perielio*; quindi per una seconda ragione l'ascensione retta del Sole non cresce uniformemente, e il giorno solare dev'esser vario.

622. A tutto ciò deve aggiungersi un'altra causa di alterazione nella misura del tempo. Sia in E il primo punto
75. di ♈ (questo ed il suo opposto chiamansi *punti equinoziali*) e trovisi parimente in esso una fissa allorchè il Sole partendo di là avanzasi per l'eclittica ELC. Si è trovato per mezzo di osservazioni accurate, che nel decorso del suo periodo il punto d'intersezione E retrocede in *e*, e che perciò il Sole nel suo ritorno raggiunge prima l'equatore in *e* che la Stella in E. Un tal fenomeno, dipendente come vedremo dall'universale reciproca gravitazione, distingue l'*anno tropico* dal *sidereo* e fa che laddove il secondo è di giorni 365, 25638 $= 365^g\ 6^{or}\ 9'\ 11''\ 14''' = 31558151''$, il primo è solamente di 365, 24222 $= 365^g\ 5^{or}\ 48'\ 47''\ 48''' = 31556928''$ prescindendo da alcune piccole cause perturbatrici, di cui per ora non parleremo: quindi presa la differenza *media* de' due periodi $= 0^{or}\ 20'\ 23'' = 1223''$ che chiamasi la *precessione* media *degli equinozj*, si ha $31558151''$:

$1296000''$ ($= 360°$) :: $1223''$: $50''$, 23 valore medio dell'arco E*e* o sia dell'annua *retrogradazione* media dell'intersezione o *nodo* dell'equatore, che come è manifesto non può trascorrer l'intera eclittica se non nello spazio di anni 25800. e più. FIG. 75.

623. Deriva da tutto ciò 1°. che nell'intervallo di un giorno solare medio, passano per il meridiano $360°\ 59'\ 8''$, 33 poichè si trova $31556928''$: $360°$ :: $86400''$ ($= 24^{or}$) : $0°$, 985647 $= 59'\ 8''$, 3 e che ogni ora solare media si misurerà dal passaggio di $15°$, 041 dell'equatore $= 15°\ 2'\ 27''$, 8: così ogni minuto dà $15'\ 2''\ 27'''$, 8 ec. (616): 2°. che regolandosi un orologio sul tempo sidereo, il giorno solare è di $24^{or}\ 3'\ 56''$, 56 mentre se si regoli come è più in uso, sul tempo medio solare, il giorno sidereo è di $23^{or}\ 56'\ 4''$, 1; e le fisse sembrano anticipare $236''$ per giorno o $10''$ in circa per ora.

624. Nell'incostanza dunque dei movimenti solari o piuttosto terrestri (610) ecco il compenso a cui son ricorsi gli Astronomi. Suppongasi in E l'afelio della Terra (giac- 74.
chè dall'afelio si desume sempre il principio dell'orbita di un Pianeta) o per servir più all'uso, l'apogeo solare; e fingasi che mentre il Sole parte da E per trascorrere col suo solito moto l'eclittica E*o*C, un altro Sole *ideale* scorra con moto uniforme l'equatore EΔQ avanzandosi quotidianamente di $59'\ 8''$, 3 (623). E' chiaro 1°. che rare volte i due Soli saranno insieme nel meridiano; 2°. che l'ore del primo cangieranno sempre misura; 3°. che il secondo darà il tempo *medio* o uniforme e correggerà le ineguaglianze del tempo *apparente*, detto anche *vero*. Cerchisi dunque la lor differenza, cioè l'*equazione del tempo* per il meridiano P*o*Δ. Suppongo giunto in *o* il Sole vero mentre l'ideale è in g', e quindi EΔ $=$ A l'ascensione retta vera, E$g' =$ A' la media, e Δ$g' =$ A' $-$ A. Osservo che mentre g' viene in Δ (poichè il moto diurno si fa da g' verso Δ, laddove l'ascensione retta cresce da Δ verso g'), la sua ascensione retta si aumenta per il suo moto proprio di un piccol arco $g'g$

$= q$, onde non si ha mezzogiorno medio finchè non passa per il meridiano l'intero arco Δg. Sia perciò $\Delta g = x = A' - A + q$, e sia $h = 59' \, 8''$, 3 (623) l'avanzamento medio del Sole in un giorno, cioè $360° + h$ la misura dell' arco dell' equatore scorso per il meridiano in un giorno solare. Si avrà pertanto $360° + h : h :: x : q$ e quindi $360° : 360° + h :: x - q : x :: A' - A : x$, ed $x = \frac{(360° + h)(A' - A)}{360°}$; onde riducendo tutto in tempo $x^{or} = T = \frac{24^{or} \, (A' - A)}{360°} = \frac{1^{or} \, (A' - A)}{15°}$. Supponendosi in Δ il Sole ideale e in t il vero, sarebbe $Eg' = A$, $E\Delta = A'$ ed il Sole vero prima di giunger da t in O per il moto diurno, passa per il proprio da t in r e la sua ascensione retta diviene Eg; onde il solito arco Δg determinerà l'equazion del tempo, e col raziocinio medesimo si trova $T' = \frac{1^{or}(A - A')}{15°}$, onde infine generalmente $T = \frac{\pm 1^{or} \, (A' - A)}{15°}$ cioè *l'equazion del tempo è la differenza tra l'ascensione retta vera e la media* (che è eguale alla longitudine media) *del Sole convertita in tempo a ragion di* 15° *per ora* come per il giorno sidereo (616). Lo stesso si ha, riferendo il Sole alle fisse; ma paragonando queste tra loro, la differenza in ascensione retta calcolata in tempo solare è in ragion di 15° per $0^{or} \, 59' \, 50''$, 17 e di 1° per $0^{or} \, 3' \, 59''$, 34 ec. Nel primo caso quando $A' > A$ il mezzo giorno vero precede le ore 12 e nel secondo allorchè $A' < A$ le segue, cioè si ha $12^{or} - T$ ovvero $12^{or} + T'$ o piuttosto $0^{or} + T'$ e questo dicesi il *tempo medio a mezzogiorno vero*. Parleremo altrove del modo di determinarne giorno per giorno la quantità o di dedurla dalle Tavole.

625. Segue da tutti questi principj 1°. che due Paesi i cui meridiani faccian tra loro un angolo di 15°, 30° ec. conteranno sempre sui loro orologj regolati col moto medio solare 1^{or}, 2^{or} ec. di differenza o in + o in — secondo che la posizione dell'uno è orientale o occidentale all'altro: questi angoli orarj (616) si riferiscono per lo più a un *primo meridiano* scelto ad arbitrio da cui si conta la *longitudine geografica* cioè la distanza angolare o oraria d'ogni Paese: per esempio se prendasi per primo meridiano quello dell' Osservatorio di Parigi, la longitudine di Firenze alla Metropolitana si trova essere di 8° 42'. Chiamando $h°$ i gradi di quest' angolo, h^{or} il tempo corrispondente, si avrà $h^{or} = \frac{h°}{15} = 0^{or} \, 34' \, 48''$, cioè mentre noi abbiam 12^{or}. Parigi ha solamente $11^{or} \, 25' \, 12''$; e all'opposto mentre sono là 12^{or}, noi avremo $12^{or} \, 34' \, 48''$.

626. 2°. Che sapendosi esattamente l'ora che contano due Paesi nell'istante medesimo, si avrà dalla differenza h^{or} del tempo quella delle lor longitudini $h° = 15 \, h^{or}$. Questo *Problema delle longitudini* geografiche a cui fin quì non han potuto gli Astronomi soddisfar con tutta la precisione desiderata, almeno generalmente, si risolve con sufficiente esattezza o confrontando i tempi dell' osservazioni di quei fenomeni che si mostrano nel momento stesso a differenti Paesi, come un ecclisse lunare ec. o coll' uso di un orologio esattissimo di cui si conosca con precisione l'*andamento*, e ciò specialmente in mare; poichè sapendosi l'ora in cui dovrebbe esser mezzogiorno oppur dovrebbe accadere qualche fenomeno (624) in un dato Paese, la differenza che si ritrova nell' ore in cui queste cose si osservano ove uno è, dà subito h^{or} e quindi $h°$ (625). Harrisson cominciò a fabbricare degli orologj portatili di una perfezione adattata a quest' uso; e una tal arte si è poi sempre affinata e si affina ogni giorno più.

627. 3° Che conosciuto l'angolo orario di due Paesi è facile trasferire un' osservazione fatta in uno di essi a quella che si sarebbe fatta sul meridiano dell' altro ad una egual latitudine, purchè si sappiano i piccoli cangiamenti che può soffrire in questo intervallo l'astro osservato. Trattisi per esempio dell' altezza meridiana di un Pianeta che cangia perpetuamente declinazione, e sia $\pm \delta$ il suo cangiamento nel tempo t che passa tra due successivi appulsi di esso al me-

FIG. ridiano d'osservazione, il cui angolo coll'altro meridiano (che chiameremo di *riduzione*) sia h°. Poichè in un intervallo breve la declinazione cangia assai poco e può supporsi cangiata uniformemente (32), si avrà $t : \pm \delta :: h^\circ : \frac{\delta h^\circ}{t}$ e l'altezza meridiana osservata dal luogo di riduzione sarebbe $= a \pm \frac{\delta h^\circ}{t}$; il segno $+$ vale quando il meridiano d'osservazione è orientale all'altro e l'altezza cresce, ovvero è occidentale e l'altezza diminuisce; il $-$ quando accade l'opposto.

628. 4°. Poichè il giorno astronomico principia e termina con due successivi appulsi del centro solare al meridiano (cosicchè supposto $E\Upsilon MQ$ l'equatore, P il polo, EPM
76. la sezione del meridiano, e il Sole in S o S', l'arco orario h° sarà MS o MES'), basterà che sia nota l'ascensione retta A del Sole per sapere in qualunque istante il *mezzo del Cielo*, cioè qual punto dell'equatore attualmente si trovi nel meridiano. In fatti sommando h° con A e detraendone se occorra 360°, si avrà $\Upsilon M = \Upsilon S + SM$ se il Sole è in S, ed $= \Upsilon MS' (= A) + M\Upsilon ES' (= h^\circ) - 360^\circ$ se è in S': quindi conosciuto l'arco $ME\Upsilon$ *distanza D dell'equinozio al meridiano* si avrà il momento in cui vi arriverà, convertendo l'arco $ME\Upsilon$ in tempo solare (624). Lo stesso è per trovar l'istante in cui passerà per il meridiano una fissa F di cui si conosce l'ascensione retta $A' = \Upsilon F$, riducendo $A' + D$ in tempo solare medio o anche facendo uso della nota Tavola (616) e togliendo poi dal risultato $10''$ per ora (623). Per esempio, essendo il dì 27 Giugno 1799 l'ascensione retta del Sole $A = 6^{or}\ 24'\ 54''$ e perciò $D = 17^{or}\ 35'\ 6''$, se si cerchi quando passerà per il meridiano la stella polare, la cui ascensione retta $A' = 13^\circ\ 3'\ 25'' = 0^{or}\ 52'\ 14''$, avremo $A' + D = 18^{or}\ 27'\ 20'' - 185'' = 18^{or}\ 24'\ 15''$. Che se la ricerca sia per un altro Paese, converrà prima di tutto, che A o D data dalle Tavole si riduca dal meridiano per cui son fatte al meridiano proposto (627). Per maggior comodo dei giovani sarà posta in fine di questo Libro una Ta-

vola ove è notata *l'ascensione retta di alcune Stelle primarie* colla loro annua variazione, e coll'ora in cui presso a poco si ha in Firenze la loro culminazione per ogni primo giorno del mese, la quale per quel che si è detto di sopra, quando è $> 12^{or}$, appartiene secondo l'uso civile alla mattina del dì seguente: così la stella *Aldebaran* culmina il dì primo Settembre a $17^{or}\ 37'$ e queste sono $5^{or}\ 37'$ *della mattina* del dì 2: di quì l'usuale divisione del giorno in ore della *mattina* e della *sera*. FIG.

629. 5°. Finalmente poichè l'eclittica EC nel movimento diurno taglia successivamente l'orizzonte SKM in punti 74.
diversi, il punto n medio tralle due sezioni, tale cioè che $Kn = 90^\circ$, e che chiamasi il *nonagesimo* oltre ad essere un punto sempre diverso, deve anche trovarsi in posizione sempre diversa nel cielo. Nulla per altro è più facile che il determinar la longitudine di questo punto e la sua altezza sull'orizzonte: poichè supposta trovata l'ascensione retta del mezzo del cielo Q (628) ed essendo dati perciò nel triangolo EQC rettangolo in Q l'angolo E (618) e il lato EQ, si avranno (L. 815) i lati EC, CQ, longitudine e declinazione del *punto culminante* C, e l'angolo ECQ dell'eclittica col meridiano; quindi nel triangolo CKM rettangolo in M, di cui son noti l'angolo C e il lato CM (somma o differenza della declinazione QC e dell'altezza QM dell'equatore che è il complemento della latitudine del paese) $= MQ \pm QC$, si otterranno il lato CK e l'angolo CKM. Dunque 1°. se $CK > 90^\circ$, sarà $CK - 90^\circ = Cn$ e quindi $EC - CK + 90^\circ$ *longitudine del nonagesimo*, ovvero $EC + CK - 90^\circ$ se $CK < 90^\circ$; ove è evidente, che essendo $QZ > CQ$, sarà $MC < 90^\circ$; e perciò se l'ascensione retta di $Q > 90^\circ$ e $< 270^\circ$, il punto E sarà sotto l'orizzonte, l'eclittica ne taglierà la parte occidentale SKM coi segni settentrionali (619), e sarà $MK > 90^\circ$; onde l'ipotenusa CK sarà $> 90^\circ$ (L. 800), e in ogni altro caso al contrario: 2°. l'angolo CKM è l'*altezza del nonagesimo n* sull'orizzonte; poichè se si supponga condotto per n un arco nf normale a Kn, sarà K il suo

FIG. polo (L. 786) e l' arco dovendo passare anche per Z, polo
74 di SM, sarà un verticale la cui porzione intercetta tra K*n* e KM misurata dall' angolo ČKM (L. 783) sarà l' altezza cercata. E' chiaro che l' arco *fnZ* dee passare anche per il polo Π dell' eclittica, cui è normale in *n*.

630. Del resto, riguardo al Sole e a qualunque Astro che muti declinazione, s' intenderà facilmente, che combinandosi il moto diurno col periodico, dee risultarne una trajettoria apparente, simile a una spirale doppiamente curva (L. 961) che imitando dei circoli paralleli all' equatore QQ', si scosterà da questo alternativamente ora verso il polo artico fino in *o* ove la declinazion boreale Δ*o* è la massima, ora verso la parte australe alla distanza medesima; e in questi limiti sembrerà che il Pianeta prima si fermi e in seguito retroceda: perciò (parlando del Sole) il punto *o* e il suo opposto chiamansi i *punti solstiziali* di ♋ e di ♑, e i paralleli condotti per questi punti diconsi i *tropici*. Conducendo dal polo P due circoli uno ad E, è l' altro per *o* a Δ, questi soglion dirsi i *coluri*, il primo *degli equinozj*, e il secondo *dei solstizj*.

631. Ma si supponga costante la declinazione δ d' un Astro situato in *o* e sia ZQ $= l$ la latitudine del Paese (se $l = 0$, la *sfera* dicesi *retta* perchè tutti i paralleli son normali all' orizzonte; se $l = 90°$ dicesi *parallela*; in ogni altro caso è *obliqua*): il parallelo HR dell' Astro sarà tagliato dall' orizzonte SM, ed FR sarà il suo arco *semidiurno* (614). Per determinarne il valore, cioè l' angolo $H° = QPF$, o l' arco YLQ, conduco dal polo P e dallo *zenit* Z gli archi PF, ZF, e poichè nel triangolo ZPF si ha $PZ = 90° - l$, $PF = 90° - FY = 90° - \delta$, e $ZF = 90°$, sarà (L. 861) $\cos H° = \frac{0 - \operatorname{sen} l \operatorname{sen} \delta}{\cos l \cos \delta} = - \operatorname{tang} l \operatorname{tang} \delta$; onde a una maggior declinazione settentrionale e a una minore meridionale corrisponderà un arco semidiurno più grande, ed all' opposto nei casi opposti; e se sia $\pm \delta = 90° - l$, si avrà $\cos H° = \mp 1$ ed $H° = 180°$ ovvero 0° (L. 692) cioè l' Astro non tramon-

terà mai se la declinazione è positiva o boreale, e non nascerà mai se è australe o negativa. Tali sono le stelle chiamate *circumpolari*.

632. Dunque 1°. per gli Astri che mutan declinazione come i Pianeti e il Sole, gli archi semidiurni sono in aumento dall' istante della loro massima declinazione australe a quello della massima boreale e viceversa: 2°. perciò gli archi diurni del Sole saranno tagliati inegualmente dal meridiano; l' arco semidiurno orientale, dal solstizio d' inverno a quello d' estate, sarà minor dell' occidentale; e all' opposto in tutto il resto dell' anno: 3°. ciò che si dice dell' orizzonte dee dirsi anche di qualsivoglia *almicantarat* o circolo parallelo all' orizzontale, e perciò il Sole dal dì 21 Dicembre al 21 di Giugno scenderà più tardi dal meridiano a una data altezza, di quello che dalla medesima altezza sia precedentemente salito al meridiano: di quì la *correzione* che dicesi *delle altezze corrispondenti*, tanto necessaria per trovar la vera sezione del meridiano coll' orizzonte o sia *la meridiana* del Paese, di che parleremo altrove (739).

633. Fin quì per altro la nostra situazione non si è distinta da quella dei centri della Terra e dell' Universo: ma se la distanza degli Astri non è infinita, quella che è dal centro alla superficie del nostro globo dee cagionar necessariamente delle illusioni ottiche nella lor posizione ed assoggettargli a una parallasse (455) per cui col solo abbassarsi lungo il verticale (455. 7°.) come da A in *a*, se ne 74.
cangia la declinazione Ag in ag', l' ascensione retta Eg in Eg', come se ne altera pure la longitudine e la latitudine e se ne diminuisce perfino l' arco diurno (631); inoltre se la Terra non è una sfera, le illusioni debbon moltiplicarsi anche più, e non potrà esattamente conoscersi il vero stato del Cielo senza conoscer con sufficiente esattezza la curvatura della superficie terrestre (612).

634. Ora è deciso dall' osservazioni che le Stelle fisse o non han parallasse alcuna o l' hanno minore di 2'', poichè nissuna di esse da qualunque punto si osservi si trova mai o

più avvicinata o più discosta dall' equatore o dal polo, e tutti i raggi visuali condotti a una medesima stella dai punti i più separati, son paralleli sensibilmente tra loro: non è lo stesso però nè del Sole nè dei Pianeti la cui parallasse può determinarsi e quindi anche la distanza (455.4°). In
77. fatti sia S il Sole o un Pianeta, TET′ un meridiano terrestre in cui concorran due Osservatori T e T′ (627); siano TR, T′O i loro orizzonti *sensibili* (il vero *orizzonte astronomico* passa per il centro); TC, T′C $= r$, r' i raggi terrestri, non supposta la Terra sferica; Tt, T′r due rette normali ai raggi; u, u' gli angoli tTR, rT′O; a, a' le respettive altezze RTS, OT′S del Sole; e in fine sia Σ una stella o un punto fisso nel Cielo, visibile da T e da T′. Chiamerò d, d' gli angoli STΣ, ST′Σ; z l'angolo TΣT′, ed x l'angolo TST′ $= p \pm p'$ cioè eguale alla somma o differenza delle parallassi corrispondenti all'altezze a, a' in T e T′ (455) secondochè i due Astronomi son rivolti o verso i due poli opposti o verso lo stesso polo, e sarà ΣMS $=$ $z + d = x + d'$ e quindi $x = d - d' + z = d - d'$ perchè $z = \frac{1}{\infty} = 0$: e poichè supposte P, P′ le parallassi orizzontali dell'Astro in T e T′, si ha (455.8°) $p = P \cos(a+u)$, $p' = P' \cos(a'+u')$ (se lo *zenit* non fosse tra il Sole e il polo corrispondente alla respettiva latitudine, si dovrebbe dire $a - u$, $a' - u'$ come è evidente), e quindi per esser $P : P' :: r : r'$ (455.2°.) e perciò $P' = \frac{Pr'}{r}$, verrà $x = d - d'$ $= P \cos(a+u) \pm \frac{Pr'}{r} \cos(a'+u')$ e finalmente
$$P = \frac{r(d-d')}{r\cos(a+u) \pm r'\cos(a'+u')}$$ parallasse orizzontale per il punto T. Di qui si ha la parallasse per ogni altro punto terrestre di raggio noto. Se $r = r'$, sarà $u = u' = 0$, e $P = \frac{d-d'}{\cos a \pm \cos a'}$, parallasse orizzontale di tutta la Terra supposta sferica.

635. Ma benchè questa si possa prender per tale in parecchi casi, contuttociò nè lo è rigorosamente, nè si può

talora supporla senza notabile errore. Quindi la necessità di determinar la figura del meridiano, almeno con una certa approssimazione, giacchè non è fino ad ora sperabile di conoscerla con precisione. In fatti quantunque la Terra possa credersi un solido di rivoluzione (204), è per altro sì poco determinata la legge di gravità nell' interno della mole terrestre, sì varia la densità e disposizione de suoi strati e delle lor parti solide e fluide, sì irregolari le cavità, sì disuguale la superficie da cui cominciasi a calcolare, finalmente sì lontani da qualunque legge costante i resultati dei Matematici nelle misure dei gradi terrestri e sì poco sicuri da errore (o per l' incerto valor delle refrazioni, o per le frequenti deviazioni del pendolo dalla vera perpendicolare, originate dalle particolari attrazioni, o per le piccole alterazioni prodotte nelle misure dalla temperie del clima e forse anche da certe insensibili differenze e frazioni sfuggite nell' applicarle successivamente), che siamo ancora su questo punto nell' incertezza, e solamente può stabilirsi 1°. che la Terra è compressa ai poli; 2°. che i meridiani se si suppongano come è probabile di figura sensibilmente uniforme, poco differiscono da un' ellisse di piccola eccentricità. Ciò risulta e dall' applicazione della teoria dei pendoli e dalle misure dei gradi di latitudine prese in luoghi molto distanti l' uno dall' altro: e benchè manchi qualcosa alla precisione dei resultati, è però grande la loro approssimazione.

636. Poichè il tempo t d' un' oscillazione è $= \pi\sqrt{\frac{r}{g}}$ (175), se in latitudini differenti sia necessario che un pendolo affinchè batta i secondi cangi di lunghezza ed r divenga r', dovrà anche la gravità g diventar g' ed aversi $\sqrt{\frac{r}{g}}$ $= \sqrt{\frac{r'}{g'}}$ e quindi $r : r' :: g : g'$; e perciò essendosi trovato che dall' equatore ai poli deve r aumentarsi, convien concludere che verso i poli g aumenta e che vi si è perciò più vicini al centro. Sappiamo intanto che sotto l' equatore la

lunghezza del pendolo $r = 439^{lin}, 21$ e che lo spazio s descritto dai gravi liberamente cadenti (60) $= \frac{r\pi^2}{2} = 2167^{lin}, 41 = 15^p, 0515$, mentre nella nostra latitudine $r' = 440, 378$ e ai poli $r'' = 441, 45$, onde si ha $s' = 15^p, 0915$, $s'' = 15^p, 128$ e per conseguenza $g : g' : g'' :: 30,103 : 30,183 : 30,257$ (52).

637. Noteremo quì di passaggio 1°. che dall' osservazioni dei pendoli si è dedotto esser *l' aumento della gravità sensibilmente proporzionale al quadrato del seno della latitudine*. 2°. che supposto PE $= r$ il raggio dell' equatore,
76. ED l' arco del suo moto in $1''$ ed a la lunghezza del pendolo in E, sarà $ED^2 = 2r \times \frac{a\pi^2}{2}$ (200) ed $ED = \pi \sqrt{ar}$; onde il tempo x impiegato nell' intera rivoluzione si avrà facendo $\pi \sqrt{ar} : 1'' :: 2r\pi$ (L. 606) : $x = 2'' \sqrt{\frac{r}{a}}$, che sostituendo il valor del raggio ridotto in linee, darà $5081''$; cioè la rotazione sarebbe 17 volte più celere (20) di quel che non è, se si facesse con una forza eguale a quella dei gravi alla superficie. 3°. chiamando f la forza centrifuga ed $s = 15, 0515$ (636) l' attual valore della gravità in E, sarà DE $(= r \times arc\ 15'',041$ (623)) la celerità della rotazione, ed $f = \frac{ED^2}{2r}$ (200) $= \frac{r\,(arc\ 15'', 041)^2}{2} = 0,\ 05234 = \frac{s}{288}$ cioè non cadendo i corpi se non per la differenza delle due forze, sarà la gravità totale $G = s + f = s + \frac{s}{288} = \frac{289s}{288}$ e perciò $G : f :: 289 : 1$.

638. Anche le misure dei gradi di latitudine sulla superficie terrestre danno la medesima conseguenza: poichè se la Terra fosse una sfera, è evidente che un *grado* terrestre, cioè *quel tratto* m *di meridiano che è necessario percorrere affinchè l' antico zenit si discosti un grado dall' attual verticale* sarebbe $\frac{1}{360}$ della circonferenza ed una misura costante: ma se m cangia, la convessità della Terra sarà in ragione inversa di m (L. 595) e quindi poichè i gradi aumentano verso i poli, convien dedurne che la Terra

ra

ra è meno convessa e perciò schiacciata da quella parte. Premesso ciò, e sapendosi inoltre che l' ipotesi della sua *ellitticità* oltre ad essere una conseguenza assai naturale del movimento diurno, si è ritrovata anche la più idonea per conciliar con maggior approssimazione le irregolarità incontrate nel cangiamento o della misura dei pendoli o di quella dei gradi; non è maraviglia se sia ormai adottata universalmente. Suppongo pertanto EPep l' ellisse generatrice della Terra, e date con esattezza almeno due misure di 77.
gradi Ti, hl (m, m') cerco la compressione k del solido, cioè la differenza tra i semiassi CE $= 1$ e CP $= b$. Condotte da T, i le normali Tq, iq, sarà Tq il raggio osculatore in T (L. 1033) $= r = \frac{4n^3}{p^2}$ (L. 1036); e nel modo stesso in h si avrebbe $r' = \frac{4n'^3}{p^2}$, onde $r : r' :: n^3 : n'^3$; quindi se sia T$u = y$, C$u = x$, T$n = n$, T$nu = l$ (latitudine del Paese T), si avrà $y = n\ sen\ l$, $n^2 = y^2 + b^4x^2$ (L. 897) $= n^2\ sen^2\ l + b^4\ x^2$, e perciò $x^2 = \frac{n^2\ cos^2\ l}{b^4} = 1 - \frac{n^2\ sen^2\ l}{b^2}$ (L 892), ed $n = \frac{b^2}{\sqrt{(cos^2\ l + b^2 sen^2\ l)}}$: del pari si troverà per il punto h, $n' = \frac{b^2}{\sqrt{(cos^2\ l' + b^2\ sen^2\ l')}}$ e di quì si ha $n^3 : n'^3 :: \sqrt{(cos^2\ l' + b^2\ sen^2\ l')^3} : \sqrt{(cos^2\ l + b^2\ sen^2\ l)^3} :: (1 - (1 - b^2)\ sen^2\ l')^{\frac{3}{2}} : (1 - (1 - b^2)\ sen^2\ l)^{\frac{3}{2}} :: r : r' :: m : m'$ (L. 594); e poichè $k = 1 - b$ dà $b^2 = (1 - k)^2 = 1 - 2k$ (L. 64) ovvero $1 - b^2 = 2k$, sarà $m^{\frac{2}{3}} : m'^{\frac{2}{3}} :: 1 - 2k \times sen^2\ l' : 1 - 2k\ sen^2 l$ e finalmente $k = \frac{m'^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}}{2m'^{\frac{2}{3}} sen^2\ l' - 2m^{\frac{2}{3}}\ sen^2 l}$ cioè se la latitudine sia quella del punto medio della misura, e se sia $l = 0$ cioè la misura m sia il grado dell' equatore, $k = \frac{1 - \frac{m^{\frac{2}{3}}}{m'^{\frac{2}{3}}}}{2\,sen^2\ l'}$ o più rigorosamente $k\ (1 - \frac{1}{2} k) =$

FIG.

$$\frac{1-\frac{m^{\frac{2}{3}}}{m'^{\frac{2}{3}}}}{2\,sen^2\,l'}.$$

639. Combinate pertanto col mezzo di queste formule a due a due tutte le misure dei gradi fin quì ottenute, e preso il medio tra i risultati, hanno adottata gli Astronomi più moderni l' ipotesi che noi seguiremo cioè che sia la compression della Terra $k = \frac{1}{300}$ ovvero che i semiassi equatoriale e polare siano tra loro :: 300 : 299.

640. Fissata questa quantità, sarà facile di determinare le dimensioni di questa sferoide. I°. Vogliasi la *misura* m' *d' un grado di meridiano* alla latitudine l. Presa la seconda formula di sopra (638) pongo $k\,(1-\frac{1}{2}k) = 0{,}003328 = h$, $l' = l$, ed ho riducendo, $2hm'^{\frac{2}{3}}\,sen^2 l = m'^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{2}{3}}$ cioè $m'^{\frac{2}{3}}\,(1-2h\,sen^2 l) = m^{\frac{2}{3}}$ e quindi $m' = m\,(1-2h\,sen^2\,l)^{-\frac{3}{2}} = m\,(1+3h\,sen^2 l+\frac{15}{2}h^2\,sen^4\,l)$ (L. 145) omettendo i termini seguenti come trascurabili affatto. II°. Si cerchi *l' angolo al centro* $TCu = C$. Nei triangoli TuC, Tun, preso
77. Tu per raggio, e per tangenti l' ascissa Cu e la sunnormale $nu = b^2x$ (L. 897), si avrà $Cu\,(x) : nu\,(b^2x) :: tang\,CTu\,(cot\,C) : tang\,nTu\,(cot\,l)$ cioè $1 : b^2 :: cot\,C : cot\,l :: tang\,l : tang\,C = b^2\,tang\,l$. III°. *L' angolo* $CTn\,(=v)$ *della verticale* è immediatamente $= l - C$. IV° Prolungandosi uT in d finchè $uT : ud :: b : 1$, il punto d è nella circonferenza del circolo circoscritto (L. 891) e in conseguenza $Cd = CE = 1$. Perciò chiamandosi φ l' angolo dCu, si avrà $b : 1 :: tang\,C : tang\,\varphi = \frac{tang\,C}{b} = b\,tang\,l$ e $Cu = cos\,\varphi$; ma si ha anche $Cu = CT\,cos\,C$; dunque $CT\,cos\,C = cos\,\varphi$ e quindi sarà il *raggio terrestre* $CT = \frac{cos\,\varphi}{cos\,C}$. V°. Condotta inoltre Tm parallela a Cu, sarà $Tm = Cu = cos\,\varphi$ il *raggio del parallelo* corrispondente al paese T. VI°. Quindi il *grado di longitudine* in T sarà $= arc\,1° \times cos\,\varphi$ (L. 608). VII°. Avendosi $TgC = 90° - Cng = 90° - l$, e $TCg = 90° + C$, si troverà nel trian-

FIG.

golo CTg, $sen\,TgC\,(cos\,l) : CT :: sen\,TCg\,(cos\,C) : Tg$, onde *la verticale prolungata fino all' asse* della Terra $= Tg = \frac{CT\,cos\,C}{cos\,l} = \frac{cos\,\varphi}{cos\,l}$. VIII°. Così pure si avrà $sen\,TgC\,(cos\,l) : CT :: sen\,CTg\,(sen\,v) : Cg$, cioè *l' intercetta tra il centro e l' intersezione della verticale prolungata e dell' asse* sarà $\frac{CT\,sen\,v}{cos\,l}$. 77.
IX°. Per ultimo se sia Cs normale a Tg, si avrà la distanza *dal centro alla verticale prolungata* $= CT\,sen\,v$, ove convien rammentarsi che tutti questi valori lineari si han quì in parti del raggio $CE = 1$; onde per averne la quantità assoluta convien moltiplicargli per il raggio dell' equatore $r = 3273148$ *tese* $= 10959312$ *braccia* comuni *di Firenze*. Quanto ad m, gli Astronomi più recenti la fanno $= 56747$ *te.* $= 190003$ *br.*, misura che quantunque un poco minor di quella che danno le operazioni geometriche, si è nondimeno adottata come fondamentale, perchè si ottengon da essa dei risultati generalmente più analoghi all' osservazioni. Nel fin del libro daremo una *Tavola* calcolata su questi dati, ove saran riuniti gli angoli della verticale, i logaritmi dei raggi terrestri e le misure medie dei gradi di latitudine e di longitudine per ogni grado di latitudine della Terra.

Applicando le formule alla latitudine $l = 43°\,46'\,30''$ che è quella che si attribuisce a Firenze si troverebbe I°. il *grado del meridiano* fiorentino $= 57109{,}3$ *te.* $= 190912{,}5$ *br.* II°. l' *angolo al centro* o la latitudine *vera* $= 43°\,35'\,2''$. III°. l' *angolo della verticale* $= 0°\,11'\,28''$. IV°. l' angolo sussidiario $\varphi = 43°\,40'\,46''$ e quindi *il raggio terrestre* $= 3267948$ *te.* $= 10941905$ *br.* V°. *il raggio del parallelo* $= 2367190$ *te.* $= 7925940$ *br.* VI°. il *grado di longitudine* $= 41315{,}25$ *te.* $= 138334$ *br.* VII°. la *verticale prolungata fino all' asse* $= 3278375$ *te.* $= 10976808$ *br.* VIII°. l' intercetta $Cg = 15096$ *te.* $= 50545{,}3$. IX°. la distanza $Cs = 10900{,}3$ *te.* $= 36498{,}4$ *br.*

Astronomia sferica.

641. Tutta la natura dei movimenti celesti dipende o dalla situazion dell' Osservatore rispetto all' asse terrestre, o dalla situazion di quest' asse rispetto all' orbita da lui descritta. Quindi tutto si riduce ai rapporti dell' Equatore o coll' Orizzonte o coll' Eclittica, dei quali i primi posson chiamarsi locali e particolari, gli altri universali. Ciò abbraccia quel che si chiama Astronomia sferica che interamente riducesi alla semplice soluzione di due triangoli.

642. I. Sia dunque Q'ELQ l' equatore, P il polo borea-
74 le, SKVM l' orizzonte, SPZQM il meridiano ed A un astro di cui si cercano il moto e la posizione. Condotti per A il parallelo A'AI, l' arco di declinazione PAg e il verticale ZAV, sarà $Ag = \delta$ la declinazione dell' astro, AV la sua altezza a, $AZM = MV$ (L. 788) il suo azimut z, $ZPA = Qg$ il suo angolo orario h (612), e $ZQ = l$ la latitudine del paese (612). Date pertanto tre delle quantità δ, a, z, h, l, si troveran l' altre due col solo mezzo del triangolo PZA, in cui si ha $ZA = 90° - a$, $PA = 90° - \delta$, $PZ = 90° - l$, $ZPA = h$, $PZA = 180° - z$. Chiameremo P l' angolo ZAP che suol dirsi *parallattico*, il cui uso è non rare volte assai comodo per il calcolo, e il cui valore è sempre facile ritrovarsi, essendo (L. 802) $\text{sen}\, P = \frac{\cos l\, \text{sen}\, z}{\cos \delta} = \ldots \frac{\text{sen}\, h \cos l}{\cos a}$ ec.; ed avvertiremo che se l' Astro è dalla parte australe dell' equatore come in B, la sua declinazione Bg dee prendersi negativamente (L. 692) ed è perciò $Bg = -\delta$.

Non resta dunque che di applicare i consueti Problemi (L. 850 *e seg.*) al triangolo PZA ponendo in luogo dei valori generali a, l' delle formule, i valori proprj del nostro caso, o per evitare in alcune di esse le soluzioni indirette, eliminare i sostituire opportunamente i seni ai coseni ec., dividere per divisori comuni, quadrare, ridurre ec. (L. 864. V. VI. ec.). In tal modo si è formata la seguente

TAVOLA *della posizione degli Astri dipendentemente dall' orizzonte.*

	Date	Si ha	FORMULE
643	$z\, h\, \delta$		$\cos a = \frac{\text{sen}\, h \cos \delta}{\text{sen}\, z}$
644	$z\, \delta\, l$	a	$\text{sen}\, a = \frac{\text{sen}\, \delta\, \text{sen}\, l \pm \cos l \cos z \sqrt{(\cos^2 \delta - \cos^2 l\, \text{sen}^2 z)}}{1 - \cos^2 l\, \text{sen}^2 z}$
645	$z\, h\, l$		$\text{tang}\, a = \frac{\text{sen}\, z \cot h}{\cos l} - \cos z\, \text{tang}\, l$
646	$h\, \delta$		$\text{sen}\, a = \cos h \cos l \cos \delta + \text{sen}\, l\, \text{sen}\, \delta$
647	$h\, l\, z$		$\text{tang}\, \delta = \cos h\, \text{tang}\, l - \frac{\text{sen}\, h \cot z}{\cos l}$
648	$h\, z\, a$	δ	$\cos \delta = \frac{\cos a\, \text{sen}\, z}{\text{sen}\, h}$
649	$h\, l\, a$		$\text{sen}\, \delta = \frac{\text{sen}\, a\, \text{sen}\, l \pm \cos l \cos h \sqrt{(\cos^2 a - \cos^2 l\, \text{sen}^2 h)}}{1 - \cos^2 l\, \text{sen}^2 h}$
650	$l\, z\, a$		$\text{sen}\, \delta = \text{sen}\, a\, \text{sen}\, l - \cos a \cos l \cos z$
651	$a\, h\, \delta$		$\text{sen}\, l = \frac{\text{sen}\, a\, \text{sen}\, \delta \pm \cos \delta \cos h \sqrt{(\cos^2 a - \cos^2 \delta\, \text{sen}^2 h)}}{1 - \cos^2 \delta\, \text{sen}^2 h}$
652	$a\, \delta\, z$	l	$\text{sen}\, l = \frac{\text{sen}\, a\, \text{sen}\, \delta \pm \cos a \cos z \sqrt{(\cos^2 \delta - \cos^2 a\, \text{sen}^2 z)}}{1 - \cos^2 a\, \text{sen}^2 z}$
653	$a\, h\, z$		$\text{sen}\, l = \frac{\cos h \cos a\, \text{sen}\, 2z \pm 2\, \text{tang}\, a \sqrt{(\text{sen}^2 h - \cos^2 a\, \text{sen}^2 z)}}{2\, \text{sen}\, h \cos a\, (\cos^2 z + \text{tang}^2 a)}$
654	$h\, \delta\, z$		$\text{sen}\, l = \frac{\cos z \cos \delta\, \text{sen}\, 2h \pm 2\, \text{tang}\, \delta \sqrt{(\text{sen}^2 z - \cos^2 \delta\, \text{sen}^2 h)}}{2\, \text{sen}\, z \cos \delta\, (\cos^2 h + \text{tang}^2 \delta)}$
655	$a\, \delta\, l$		$\cos h = \frac{\text{sen}\, a}{\cos l \cos \delta} - \text{tang}\, l\, \text{tang}\, \delta$
656	$a\, l\, z$	h	$\text{tang}\, h = \frac{\text{sen}\, z}{\text{sen}\, l \cos z + \cos l\, \text{tang}\, a}$
657	$a\, \delta\, z$		$\text{sen}\, h = \frac{\cos a\, \text{sen}\, z}{\cos \delta}$
658	$\delta\, l\, z$		$\text{sen}\, h = \frac{-\text{sen}\, \delta \cos l \cos z \pm \text{sen}\, l \sqrt{(\cos^2 \delta - \cos^2 l\, \text{sen}^2 z)}}{\text{sen}\, z \cos \delta\, (\text{sen}^2 l + \cot^2 z)}$
659	$a\, \delta\, h$		$\text{sen}\, z = \frac{\text{sen}\, h \cos \delta}{\cos a}$
660	$a\, h\, l$		$\text{sen}\, z = \frac{\text{sen}\, a \cos l \cos h \pm \text{sen}\, l \sqrt{(\cos^2 a - \cos^2 l\, \text{sen}^2 h)}}{\text{sen}\, h \cos a\, (\text{sen}^2 l + \cot^2 h)}$
661	$a\, \delta\, l$	z	$\cos z = \frac{\text{sen}\, l\, \text{sen}\, a - \text{sen}\, \delta}{\cos l \cos a}$
662	$\delta\, h\, l$		$\text{tang}\, z = \frac{\text{sen}\, h}{\text{sen}\, l \cos h - \cos l\, \text{tang}\, \delta}$

663. Non è che in luogo di alcuna di queste formule non possa surrogarsene qualche altra più comoda: ma noi abbiamo qui preferite le soluzioni dirette, ed evitate anche quelle che si hanno per archi multipli o summultipli dei cercati, non tanto per una certa uniformità, quanto per la facilità delle sostituzioni ed eliminazioni di cui si ha spesso bisogno nel combinar tra di loro diverse di queste equazioni, ciò che è di sommo vantaggio in non pochi casi, come vedremo. Del resto eccone alcune che posson frequentemente esser più comode per il calcolo, e che dipendon per altro dalle loro analoghe nella Tavola.

664. Date a, δ, l, vogliasi h (655). Si troverà (L. 861)

$$sen\,\tfrac{1}{2}h = \sqrt{\left(\frac{sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + l - a - \delta)\,sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + \delta - a - l)}{cos\,l\,cos\,\delta}\right)}.$$

665. Date a, z, l trovar h (656). Chiamato P come sopra l'angolo *parallattico*, ZAP (642), si avrà (L. 860)

$$tang\,\tfrac{1}{2}(h + P) = tang\,\tfrac{1}{2}z \times \frac{cos\,\frac{1}{2}(l - a)}{sen\,\frac{1}{2}(l + a)} \quad \text{e} \; \ldots\ldots\ldots$$

$$tang\,\tfrac{1}{2}(h - P) = tang\,\tfrac{1}{2}z \times \frac{sen\,\frac{1}{2}(l - a)}{cos\,\frac{1}{2}(l + a)}.$$

666. Date a, δ, l trovare z (661). Si ha (L. 861)

$$sen\,\tfrac{1}{2}z = \sqrt{\left(\frac{sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + a + \delta + l)\,sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + \delta - a - l)}{cos\,a\,cos\,l}\right)} \quad \text{e}$$

$$cos\,\tfrac{1}{2}z = \sqrt{\left(\frac{sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + l - a - \delta)\,sen\,\frac{1}{2}(90^\circ + a - l - \delta)}{cos\,a\,cos\,l}\right)}.$$

667. Date h, l, δ trovar z (662). Se P è al solito l'angolo parallattico, si ha (L. 860)

$$tang\,\tfrac{1}{2}(z + P) = tang\,\tfrac{1}{2}h \times \frac{cos\,\frac{1}{2}(l + \delta)}{sen\,\frac{1}{2}(l - \delta)} \quad \text{e} \; \ldots\ldots$$

$$tang\,\tfrac{1}{2}(z - P) = tang\,\tfrac{1}{2}h \times \frac{sen\,\frac{1}{2}(l + \delta)}{cos\,\frac{1}{2}(l - \delta)}.$$

668. Che se $a = 0$, cioè se l'Astro si supponga nell'orizzonte, per esempio in F, l'angolo orario h si cangierà nell'angolo o *arco semidiurno* FPR $=$ YQ $= h'$ e l'azimut z nell'arco MF $= 90^\circ \pm$ LF ovvero nel complemento LF $=$ z' che gli Astronomi chiamano *amplitudine* o *ortiva* o *oc-*

 FIG.

cidentale. Quindi si han dodici formule, per cui date due delle quattro quantità h', z', δ, l, si hanno le altre due come nella Tavola che segue, ove sono in margine i numeri delle formule primitive da cui derivano. Quì δ, l e z' si suppongon boreali. Ove siano australi, debbon cangiarsi i segni secondo le regole (L. 704).

	Date	Si ha	FORMULE	
669	$h'\ l$		$tang\ \delta = -\dfrac{cos\ h'}{tang\ l}$	(646)
670	$l\ z'$	δ	$sen\ \delta = cos\ l\ sen\ z'$	(650)
671	$h'\ z'$		$cos\ \delta = \dfrac{cos\ z'}{sen\ h'}$	(643)
672	$\delta\ h'$		$tang\ l = -\dfrac{cos\ h'}{tang\ \delta}$	(646)
673	$h'\ z'$	l	$sen\ l = -\dfrac{cot\ z'}{tang\ h'}$	(645)
674	$\delta\ z'$		$cos\ l = \dfrac{sen\ \delta}{sen\ z'}$	(650)
675	$\delta\ z'$		$sen\ h' = \dfrac{cos\ z'}{cos\ \delta}$	(643)
676	$\delta\ l$	h'	$cos\ h' = -tang\ l\ tang\ \delta$	(646)
677	$z'\ l$		$tang\ h' = -\dfrac{cot\ z'}{sen\ l}$	(645)
678	$\delta\ h'$		$cos\ z' = sen\ h'\ cos\ \delta$	(643)
679	$\delta\ l$	z'	$sen\ z' = \dfrac{sen\ \delta}{cos\ l}$	(650)
680	$h'\ l$		$cot\ z' = -tang\ h'\ sen\ l$	(645)

681. Se siano ora EC l'eclittica, EQ l'equatore, E la loro intersezione, o il 0° di ♈, i loro poli Π, P, la loro 75.
obliquità o inclinazione $=$ CEQ $=$ ΠP $= O$, e sia S una stella, la cui declinazione SA $= \delta$, la latitudine SL $= L$, l'ascensione retta EA $= A$, e finalmente la longitudine EL $= \lambda$, è evidente che col raziocinio già fatto (642) tutto si ridurrà al triangolo ΠPS, e che perciò date due delle cinque quantità δ, L, O, λ, A, potrebbero aversi immediatamente le altre dalla stessa Tavola precedente sostituendo δ ad a, L a δ, O a $90^\circ - l$, λ a $90^\circ - h$, ed A a $90^\circ - z$: ciò non ostante per maggior comodo abbiamo aggiunta anche la seguente

Tavola *della posizione degli Astri dipendentemente dall' eclittica.*

	Date	Si ha	FORMULE
682	$A\lambda L$	δ	$\cos\ \delta = \dfrac{\cos L \cos \lambda}{\cos A}$
683	ALO		$\mathrm{sen}\ \delta = \dfrac{\mathrm{sen}\, L \cos O \pm \mathrm{sen}\, A\, \mathrm{sen}\, O \sqrt{(\cos^2 L - \mathrm{sen}^2 O \cos^2 A)}}{1 - \mathrm{sen}^2 O \cos^2 A}$
684	$A\lambda O$		$\mathrm{tang}\ \delta = \dfrac{\cos A\, \mathrm{tang}\, \lambda - \mathrm{sen}\, A \cos O}{\mathrm{sen}\, O}$
685	λLO		$\mathrm{sen}.\ \delta = \mathrm{sen}\, \lambda\, \mathrm{sen}\, O \cos L + \mathrm{sen}\, L \cos O$
686	λOA	L	$\mathrm{tang}\, L = \dfrac{\mathrm{sen}\, \lambda \cos O - \cos \lambda\, \mathrm{tang}\, A}{\mathrm{sen}\, O}$
687	$\lambda A\delta$		$\cos\ L = \dfrac{\cos A \cos \delta}{\cos \lambda}$
688	$\lambda O\delta$		$\mathrm{sen}\ L = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta \cos O \pm \mathrm{sen}\, O\, \mathrm{sen}\, \lambda \sqrt{(\cos^2 \delta - \mathrm{sen}^2 O \cos^2 \lambda)}}{1 - \mathrm{sen}^2 O \cos^2 \lambda}$
689	$OA\delta$		$\mathrm{sen}\ L = \mathrm{sen}\, \delta \cos O - \mathrm{sen}\, A\, \mathrm{sen}\, O \cos \delta$
690	$\delta\lambda L$	O	$\mathrm{sen}\ O = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta\, \mathrm{sen}\, \lambda \cos L \pm \mathrm{sen}\, L \sqrt{(\cos^2 \delta - \cos^2 L \cos^2 \lambda)}}{1 - \cos^2 \lambda \cos^2 L}$
691	δLA		$\mathrm{sen}\ O = \dfrac{-\mathrm{sen}\, A\, \mathrm{sen}\, L \cos \delta \pm \mathrm{sen}\, \delta \sqrt{(\cos^2 L - \cos^2 \delta \cos^2 A)}}{1 - \cos^2 A \cos^2 \delta}$
692	$\delta\lambda A$		$\mathrm{sen}\ O = \dfrac{\mathrm{sen}\, \lambda\, \mathrm{sen}\, \delta \cos A \pm \mathrm{sen}\, A \sqrt{(\cos^2 \lambda - \cos^2 A \cos^2 \delta)}}{\cos \lambda \cos \delta\, (\mathrm{sen}^2 A + \mathrm{tang}^2 \delta)}$
693	λLA		$\mathrm{sen}\ O = \dfrac{-\mathrm{sen}\, A\, \mathrm{sen}\, L \cos \lambda \pm \mathrm{sen}\, \lambda \sqrt{(\cos^2 A - \cos^2 \lambda \cos^2 L)}}{\cos L \cos A\, (\mathrm{sen}^2 \lambda + \mathrm{tang}^2 L)}$
694	δLO	λ	$\mathrm{sen}\ \lambda = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta - \mathrm{sen}\, L \cos O}{\cos L\, \mathrm{sen}\, O}$
695	δOA		$\mathrm{tang}\ \lambda = \dfrac{\mathrm{tang}\, \delta\, \mathrm{sen}\, O + \mathrm{sen}\, A \cos O}{\cos A}$
696	δLA		$\cos\ \lambda = \dfrac{\cos A \cos \delta}{\cos L}$
697	LOA		$\mathrm{sen}\ \lambda = \dfrac{\mathrm{sen}\, L \cos A\, \mathrm{sen}\, 2O \pm 2\mathrm{tang}\, A \sqrt{(\cos^2 L - \cos^2 A\, \mathrm{sen}^2 O)}}{2\cos A \cos L\, (\mathrm{tang}^2 A + \cos^2 O)}$
698	$\delta L\lambda$	A	$\cos\ A = \dfrac{\cos L \cos \lambda}{\cos \delta}$
699	$\delta\lambda O$		$\mathrm{sen}\ A = \dfrac{-\mathrm{sen}\, \delta \cos \lambda\, \mathrm{sen}\, 2O \pm 2\mathrm{tang}\, \lambda \sqrt{(\cos^2 \delta - \mathrm{sen}^2 O \cos^2 \lambda)}}{2\cos \lambda \cos \delta\, (\cos^2 O + \mathrm{tang}^2 \lambda)}$
700	δLO		$\mathrm{sen}\ A = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta \cos O - \mathrm{sen}\, L}{\mathrm{sen}\, O \cos \delta}$
701	$L\lambda O$		$\mathrm{tang}\ A = \dfrac{\mathrm{sen}\, \lambda \cos O - \mathrm{sen}\, O\, \mathrm{tang}\, L}{\cos \lambda}$

702. Facendosi le sostituzioni accennate sopra (681), si avrebbero anche quì delle formule con valori d' un solo termine, simili all' altre già date (664. *e seg.*); ma giacchè non son così comode come l' altre, e si è dato il modo di ritrovarle, non le riportiamo. Intanto poichè λ ed A vanno da 0° a 360° (620) sarà talvolta moltiplice il risultato a motivo dei varj archi cui può appartenere uno stesso seno o coseno (L. 710), tangente o cotangente: ma l' uniformità della specie con cui procedono λ ed A distrugge qualunque dubbio in parecchi casi, e un poca d' attenzione lo toglie affatto in parecchi altri.

703. Se sia $L = 0$, le formule saran riferite al Sole e diverranno dodici, colle quali, date due delle quantità O, λ, A, δ si hanno le altre due come nella seguente Tavola

	Date	Si ha	FORMULE	
704	AO	δ	$\mathrm{tang}\ \delta = \mathrm{tang}\, O\, \mathrm{sen}\, A$	(700)
705	$A\lambda$		$\cos\ \delta = \dfrac{\cos \lambda}{\cos A}$	(698)
706	λO		$\mathrm{sen}\ \delta = \mathrm{sen}\, \lambda\, \mathrm{sen}\, O$	(685)
707	$\lambda\delta$	O	$\mathrm{sen}\ O = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta}{\mathrm{sen}\, \lambda}$	(685)
708	λA		$\cos\ O = \mathrm{tang}\, A \cot \lambda$	(701)
709	$A\delta$		$\mathrm{tang}\, O = \dfrac{\mathrm{tang}\, \delta}{\mathrm{sen}\, A}$	(700)
710	AO	λ	$\mathrm{tang}\ \lambda = \dfrac{\mathrm{tang}\, A}{\cos O}$	(701)
711	$A\delta$		$\cos\ \lambda = \cos A \cos \delta$	(698)
712	δO		$\mathrm{sen}\ \lambda = \dfrac{\mathrm{sen}\, \delta}{\mathrm{sen}\, O}$	(685)
713	δO	A	$\mathrm{sen}\ A = \mathrm{tang}\, \delta \cot O$	(700)
714	$\delta\lambda$		$\cos\ A = \dfrac{\cos \lambda}{\cos \delta}$	(698)
715	λO		$\mathrm{tang}\, A = \mathrm{tang}\, \lambda \cos O$	(701)

716 Con queste formule non vi è forse Problema nella *Astronomìa sferica* che non possa risolversi. Non insisteremo sull' uso immediato di esse che si comprende da

so medesimo; solo inculcheremo la necessità indispensabile di non trascurar la dovuta attenzione ai segni (*L.* 692. 704. 849.). L'assuefarvisi non è punto difficile, e il trascurarla indurrebbe in errori molto considerabili. Quanto ai risultati negativi, è facile di determinarne il valore (*L.* 704. 3°). Passiamo ad applicazioni più interessanti.

717. I. Data la latitudine di un paese, e date la declinazione e la parallasse attuale d' un Astro A (455), trovarne la parallasse d'ascensione retta e di declinazione (633) supposta la Terra sferica.

74. Ammessi i consueti valori (643 . 681), osservo che trasportandosi per la parallasse l' Astro da A in a (455. 7°.), la differenza Aa di ZA $\left(= d(\text{ZA}) = da = p\cos a\,(455.\ 3°.)\right)$ cangia il triangolo ZPA in ZPa, e quindi si ha $d(\text{PA}) = \text{P}a - \text{PA} = d\delta$, $d(\text{ZPA}) = \text{ZP}a - \text{ZPA} = dh = d(\text{Q}g) = -d(\text{E}g) = dA$, mentre non cangiano nè il lato ZP (90° − l) nè l' angolo PZA (180° − z). Differenziandosi dunque una delle formule ove concorrono z, l, a, h, prese costanti l e z, si otterrà dh o dA data per da, cioè per la parallasse già nota; e quindi colle formule espresse o per a, l, z, δ o per l, z, h, δ si avrà $d\delta$ data per da o per dh. Sia dunque (645) $tang\, a = \frac{sen\, z \cot h}{\cos l} - \cos z\, tang\, l$; e poichè son costanti l e z, si avrà (*L.* 1012. ec.) $\frac{da}{\cos^2 a} = \frac{dh\, sen\, z}{\cos l\, sen^2 h}$ (perchè h cresce scemando a) e perciò $dh = \frac{da\, sen^2 h \cos l}{\cos^2 a\, sen\, z}$; ma $da = p\cos a$ e $\frac{\cos a\, sen\, z}{sen\, h} = \cos\delta$ (659); dunque $dh = -dA = \frac{p\cos l\, sen\, h}{\cos\delta}$ *parallasse d' ascensione retta*; ove si noti 1°. che benchè δ sia la declinazione vera, ciò non ostante prendendo in luogo suo l' apparente, l' errore sarà insensibile; e che $sen\, h$ è positivo da A' ad I ovvero da Q a Q', e negativo per il restante fino a 360° (628); 2°. che differenziando secondo il metodo delle differenze finite (*L.* 993. ec.) piuttostochè delle infinitesime, si otterranno qualche volta risultati più rigorosi: ma il guadagno di precisione è sì tenue, che pochi sono i casi in cui convenga avervi ricorso.

718. Presa la formula $sen\, z \cos a = sen\, h \cos\delta$ (659), differenziando e rammentandosi che scema a crescendo h, avremo $da\, sen\, a\, sen\, z = dh \cos h \cos\delta - d\delta\, sen\,\delta\, sen\, h$. Eliminando $sen\, z$ (659), sostituiti i valori di dh trovato sopra e di $da = p\cos a$, eliminando $sen\, a$ (646) e riducendo, si avrà $d\delta = -(p\, sen\, l\cos\delta - p\cos l\cos h\, sen\,\delta)$, *parallasse di declinazione*.

719. II. Data come sopra la parallasse attuale d' un Astro, la sua longitudine λ e la sua latitudine L, trovarne le parallassi $d\lambda$ e dL.

Sia n il nonagesimo (629) e se ne suppongan trovate l' altezza sull' orizzonte $nf = N$ e la longitudine En = Λ. Con- 74.
ducasi l' arco ΠAr per il polo Π dell' eclittica, e si consideri sostituito al triangolo PZA (717) il triangolo ΠZA in cui avremo $\Pi\text{A} = 90° - L$, $\Pi\text{Z} = 90° - \text{Z}n$ (629) $= nf = N$, e $\text{Z}\Pi\text{A} = rn = \Lambda - \lambda = \Delta$, distanza dell' Astro dal nonagesimo. Ripetuto pertanto il raziocinio sopra (717) basterà sostituire L a δ, N a $90° - l$, e Δ ad h, e si avrà col valor di dh quello di $d\Delta$, cioè $rt = -d\lambda$; onde $d\lambda = -\frac{p\, sen\, N\, sen\,\Delta}{\cos L}$ *parallasse di longitudine*; come col valor di $d\delta$ si otterrà quello di $dL = -p(\cos N\cos L - sen\, N\cos\Delta\, sen\, L)$ *parallasse di latitudine*.

720. III. Determinar le correzioni da farsi alle parallassi di un Astro (718. 719) per la sferoidità della Terra.

Sia l' Astro in L, l' Osservatore in $\odot$, e siano noti i valo- 77.
ri della normale prolungata $\odot g' = k$ e dell' intercetta $\text{C}g' = g$ (640. VII. VIII.), posto al solito CE $= r = 1$. E' certo che la parallasse orizzontale in $\odot$ sarebbe $p' = \frac{k}{d}$ (455) da cui tutto il resto dipenderebbe, se l' osservazioni non si dovessero riferire al centro e ridurre dal punto g' al punto C. Ora poichè i due punti appartengon del pari all' asse terrestre CP, l' Astro comparirà nel suo stesso circolo di declinazione o veduto da g' o veduto da C, e perciò l' ascensione retta A non dee restare alterata dalla sferoidità,

FIG. ma tutto l'effetto dee ricadere sulla declinazione δ. Si avrà dunque sempre $dA=0$, e quest' equazione avrà luogo
77. anche nelle correzioni delle altre parallassi. Posto ciò, sia p la parallasse orizzontale equatoriale dell' astro L, e si supponga per la gran distanza $Lg'=LC=d=\frac{1}{p}$ (455): si avrà dunque $Lg'\left(\frac{1}{p}\right):sen\,LCg'\,(cos\,\delta)::Cg'\,(g):sen\,CLg' = d\delta = pg\,cos\,\delta$ *correzion della parallasse in declinazione*, *sottrattiva* per noi se la declinazione sia boreale, e *additiva* se sia australe. Presa ora la formula (695) $tang\,\lambda\,cos\,A = tang\,\delta\,sen\,O + sen\,A\,cos\,O$ e differenziando, prese costanti A ed O, si avrà (sostituito il valor di $d\delta$ trovato sopra) $d\lambda = \frac{pg\,sen\,O\,cos^2\lambda}{cos\,A\,cos\,\delta} = (698)\,\frac{pg\,sen\,O\,cos\,\lambda}{cos\,L}$ *correzion della parallasse di longitudine*. Nel modo stesso e colle stesse costanti differenzio la formula (700) ed ho $dL\times cos\,L = d\delta\,(cos\,\delta\,cos\,O + sen\,\delta\,sen\,A\,sen\,O)$ ove sostituito il valore di $d\delta$ ed eliminato colla stessa formula $sen\,A$ si ottiene $dL = pg\left(\frac{cos\,O}{cos\,L} - sen\,\delta\,tang\,L\right)$; ma la sferoidità della Terra cangiando la verticale (640) altererà anche l'azimut ed introdurrà un errore perfino nella solita parallasse d'altezza. Perciò nel triangolo ZPa suppongo cangiata
74. Za in Za' restando fermi PZ e ZPa; e quindi differenziando la formula 662 con h ed l costanti, trovo $dz\,(tang\,l\,cos\,h - tang\,\delta) = \frac{d\delta\,tang\,z\,cos^2 z}{cos^2\delta}$ d'onde eliminando $tang\,\delta$ (647), sostituendo il valor di $d\delta$ e riducendo, si ha $dz = \frac{gp\,sen^2 z\,cos\,l}{cos\,\delta\,sen\,h} = (643)\,\frac{gp\,cos\,l\,sen\,z}{cos\,a}$ *parallasse d'azimut*. Finalmente colla differenziazione della formula 646, prese costanti h ed l ed eliminato $cos\,h$ (655) si troverà $da = gp\left(\frac{sen\,l}{cos\,a} - sen\,\delta\,tang\,a\right)$ *correzion della parallasse d'altezza*. Queste correzioni per altro son trascurabili per qualunque Pianeta fuor della Luna per cui unicamente si cercano.

721. Anzi si può supplire anche per la Luna a tutte le correzioni di sferoidità con un metodo molto facile ed in-

gegnoso. Poichè se l' Osservatore che è in Θ, supposto il suo raggio ΘC quello di una sfera $k\Theta f$ e base della parallasse orizzontale (455), prenda ΘB per sua verticale, B per suo zenit, l'angolo BCe per sua latitudine, e quindi calcoli tutto secondo il solito nell' ipotesi della Terra sferica (720), otterrà subito risultati esatti naturalmente. In fatti non alterandosi punto con quelle supposizioni nè la distanza LCP dell' astro L dal polo P, nè LC distanza dal centro, l'angolo $B\Theta L$ distanza apparente di L dal supposto zenit e l'angolo BCL distanza vera si determinan l' uno con l' altro, e quindi si ha la vera situazione di L. E poichè $BCe = \Theta be - b\Theta C = l - v$ (640) tutto si ridurrà *ad impiegare* per latitudine del paese *la latitudine* stessa *diminuita dell' angolo della verticale*. FIG. 77.

722. IV. Conoscendosi la retrogradazione media dei punti equinoziali (622) e l' obliquità O dell' eclittica (618), e date la longitudine λ, la latitudine L, l' ascensione retta A e la declinazione δ d'un Astro S, determinare la precessione dell' Astro in A e in δ.

Poichè il moto di precessione (622) non è che un moto dell' asse terrestre o del polo equatoriale P (612) intorno al polo Π dell' eclittica (622) restando immutabili l' arco $P\Pi$ e per conseguenza l' angolo CEQ ovvero Ceq e la latitudine LS, fatto Ee ($= 50'', 23$ (622)) $= -d\lambda$ perchè la precessione Ee è un cangiamento di longitudine, sarà $ea - EA = dA$ ed $Aa = d\delta$. Presa pertanto la formula (686) $tang\,L\,sen\,O = sen\,\lambda\,cos\,O - cos\,\lambda\,tang\,A$ e differenziandola con O ed L costanti, si avrà $0 = d\lambda\,cos\,\lambda\,cos\,O + d\lambda\,sen\,\lambda\,tang\,A - \frac{dA\,cos\,\lambda}{cos^2 A}$, ove dividendo per $cos\,\lambda$, sostituendo il valor di $tang\,\lambda$ (695) e riducendo, si ha $dA = d\lambda\,(cos\,O + sen\,O\,sen\,A\,tang\,\delta)$ *precessione di tutte le Stelle in ascensione retta*. 75.

723. Dunque 1°. se sia $\delta = 0$, avremo $dA = d\lambda\,cos\,O$ per la precessione di un punto qualunque dell' equatore e perciò di 0° di ♈, ovvero di tutto il Cielo in comune; 2°.

FIG. la precessione di ascensione retta, propria di una data Stella e dipendente dalla sua special situazione sarà $d\lambda\ sen\ O \times sen\ A\ tang\ \delta$. Di quì deducesi il seguente Teorema generale: *Se di due circoli massimi* C'C, Q'Q *della sfera, l'uno*
75. C'C *restando immobile, l'altro* Q'Q *gli si volga d'intorno facendo sempre lo stesso angolo* E, cioè il polo P del cerchio mobile descriva intorno al polo Π del primo un circolo PP'' di un raggio ΠP eguale alla loro inclinazione o distanza, *la differenza di posizione di un qualunque punto* S *della sfera, rispetto al circolo mobile* q'q *eguaglia il prodotto del moto* Ee *del nodo* E *sul cerchio mobile, nei seni della distanza* ΠP *dei due poli e della distanza* EA *del punto dato dal nodo (contata sul cerchio mobile* Q'Q *) e nella tangente della sua distanza* SA *dallo stesso cerchio*. Il medesimo può dirsi di due orbite planetarie, una delle quali si prenda per fissa.

724. Quanto alla precessione in declinazione, cioè a $d\delta$, differenzio l' equazione $sen\ \delta = sen\ \lambda\ sen\ O\ cos\ L + sen\ L \times cos\ O$ (685) prese costanti al solito L ed O, e trovo $d\delta \times cos\ \delta = d\lambda\ cos\ \lambda\ sen\ O\ cos\ L$, d' onde sostituito il valor di $cos\ \delta$ (682) e dividendo, ricavo $d\delta = d\lambda\ sen\ O\ cos\ A$.

725. V. E' dimostrato per le osservazioni prima di Bradley e poi di tutti gli Astronomi che a motivo dell' attrazion della Luna sopra la Terra il polo P non descrive il circolo PP'' (722) direttamente, ma vi si avanza per una serie successiva e perpetua di piccoli cerchi come nrn', il cui diametro è di 18'' e il cui periodo si compie in 18 anni in circa. Di più, la legge di questo moto è tale, che egli corrisponde perfettamente al cangiamento di longitudine cui è soggetto il ☊ dell' orbita lunare, e che il polo *vero* è in n allorchè il ☊ è in ♈, ed è in n' quando il ☊ è in ♎. Posto ciò si cercano i cangiamenti che da un simil moto, detto *nutazione*, derivano nell' obliquità O dell' eclittica, e in δ, in λ ed in A di un Astro qualunque.

Chiamo λ☊ la longitudine del nodo ascendente lunare che suppongo in b mentre il polo vero è in r, e chiamo x

FIG. 75.

l' ascensione retta EPr del polo vero. Poichè λ☊ ed x cangiano di egual passo e differiscono di 90°, sarà $x - 90° = \lambda$☊, ovvero (quando il nodo di ♈ è tra il polo e il nodo lunare, come nella figura) $= -$♈$b = -(360° - \lambda$☊$)$ e perciò $x = 90° + \lambda$☊, ovvero $= \lambda$☊ $- 270°$ ed uP$r = 90 - x = 360 - \lambda$☊. Condotto ora da r il piccolo arco rd normale a Pu, sarà Pd = P$r \times cos\ d$Pr = 9'' $sen\ x$ = 9'' $cos\ \lambda$☊ *effetto della nutazione sull' obliquità dell' eclittica* O, il quale è *sottrattivo* finchè λ☊ è tra i 90° e i 270°, ed è *additivo* in ogni altro caso.

726. Quindi 1°. Se λ☊ = 90°, cioè se il nodo è nei solstizj, si ha Pd = 0 cioè il polo vero è sull' arco PP'' e coincide col medio; 2°. se λ☊ = 0° ovvero = 180°, Pd = 9''; 3°. divenendo ΠrKh il coluro dei solstizj, sarà Ke = CE = 90°, e perciò Ee = CK, e per l' angolo costante E = e, CQ = Kh.

727. Sia ora S una data Stella per cui si conducano i circoli di declinazione PSa dal polo medio ed rSu dal vero, e sia perciò EPS = A, EPr = x (725). Condotto l' arco rz normale a PS, ed essendo per la piccolezza dell' angolo rSz, Sr = Sz, sarà Pz = $-\ d$ (PS) = $-\ d\ (90° - \delta) = d\delta$ = (preso il triangolo rPz come rettilineo) Pr $cos\ r$Pz = 9'' $cos\ (x - A) = \pm$ 9'' sen (A $- \lambda$☊) (725. L. 704), *nutazione in declinazione*.

728. E poichè nel triangolo sferico Πdr rettangolo in d, si ha (725) Πd = O + 9'' $cos\ \lambda$☊, rd = 9'' $sen\ \lambda$☊ (725), sarà (L. 838) $cot\ d$Πr = $cot\ rd \times sen$ Πd, cioè (L. 701) $tang$ rΠ$d = \frac{tang\ rd}{sen\ (O \pm \mathrm{P}d)}$ ovvero (per la piccolezza degli archi rd, Pd) $= \frac{rd}{sen\ \mathrm{O}} = \frac{9''\ sen\ \lambda☊}{sen\ \mathrm{O}}$, *nutazione in longitudine* del primo punto di ♈ = CK = Ee = $d\lambda$.

729. Per trovare la *nutazione* dA *in ascensione retta*, prendo la formula (687) $cos\ \lambda\ cos\ L = cos\ A\ cos\ \delta$, e differenziandola, presa L costante, eliminando $cos\ L$ (687) e riducendo, trovo $dA = \frac{d\lambda\ tang\ \lambda - d\delta\ tang\ \delta}{tang\ A}$. Sostituisco i valori di $d\delta$ = 9'' sen ($A - \lambda$☊) (727) e di $d\lambda$ = ...

FIG.

$-\frac{9''\,sen\,\lambda\text{☊}}{sen\,O}$ (728), perchè posta l' ascensione retta del polo vero tra 0° e 90°, deve $\lambda\text{☊}$ esser tra i 270° e i 360° (725) e perciò $sen\,\lambda\text{☊}$ è negativo; onde viene $-dA = \frac{9''\,sen\,\lambda\text{☊}}{sen\,O} \times \frac{tang\,\lambda}{tang\,A} + \frac{9''\,sen\,(A-\lambda\text{☊})}{tang\,A}\,tang\,\delta$; e quindi eliminando $tang\,\lambda$ (695) e riducendo, si trova $-dA = 9''\,sen\,\lambda\text{☊}\,cot\,O + 9''\,tang\,\delta\left(\frac{sen\,\lambda\text{☊} + sen\,(A-\lambda\text{☊})\,cos\,A}{sen\,A}\right)$; e sapendosi (L. 703) che $sen\,A\,cos\,(A-\lambda\text{☊}) - sen\,(A-\lambda\text{☊})\,cos\,A = sen\,\lambda\text{☊}$, cioè $\frac{sen\,\lambda\text{☊} + sen\,(A-\lambda\text{☊})\,cos\,A}{sen\,A} = cos\,(A-\lambda\text{☊})$, sarà finalmente $-dA = 9''\,(sen\,\lambda\text{☊}\,cot\,O + cos\,(A-\lambda\text{☊})\,tang\,\delta)$. Se $\delta = 0$, $dA = 9''\,sen\,\lambda\text{☊}\,cot\,O$ nutazione in ascensione retta del primo punto di ♈ comune a tutte le Stelle.

730. E' però vero che rigorosamente parlando, la picco-
75. la orbita nrn' non è un circolo, ma piuttosto un' ellisse, i cui assi son fra loro :: 9'' : 6'', 7, e però il calcolo ha qualche bisogno di correzione nelle osservazioni più scrupolose. Noi per altro non vi insisteremo di più.

731. VI. La nutazione di obliquità nell' eclittica (725) fa vedere che l' angolo CEQ non è costante a rigore, e che la posizion del nodo lunare vi cagiona un' alterazione. Se dunque per l' universale attrazione (4) qualche altro Pianeta sia in grado di agire sensibilmente sopra la Terra e specialmente sulla parte elevata dell' equatore (635), anch' egli concorrerà a turbarne la posizione, a produrre un deviamento nella sua orbita cioè nell' eclittica, e a cangiare almen qualche poco l' inclinazione di questa sull' equatore. Questo cangiamento di cui gli Astronomi sono stati convinti e dal confronto delle osservazioni antiche colle moderne, e dalla sicurezza di teorie ormai evidenti, e dalle prove di fatto, deve aver dei limiti dipendenti dalle variate ma periodiche combinazioni dell' orbite dei Pianeti attraenti; e quindi è che dopo un corso di secoli la diminuzione dell' angolo d' inclinazione (che ora vien supposta di 50'' in circa per

FIG.

per secolo) si dee poi cangiare in aumento.

732. Posto ciò, e data la situazione del ☊ di un Pianeta, la sua annua retrocessione (618.622), e l' inclinazione O' dell' orbita, sia da determinarsi la *perturbazion* dell' eclittica o sia la *diminuzione della sua obliquità* O prodotta dal Pianeta.

Sia O'O l' orbita del Pianeta, la quale suppongo immobile e di cui il polo sia P: sia CEc l' eclittica, Π il 78.
suo polo, N il nodo ascendente del Pianeta, $C'ec'$ la nuova situazione presa dall' eclittica per l' azion del Pianeta stesso, l' angolo $OnC' = N$, ed $Nn = -n$ la retrocessione del ☊. Comincio dal determinare la latitudine SL di una Stella S come se fossero dati gli archi NA che chiamo A' ed AS che chiamo δ'. E' evidente che essendo già dato O', questo è il caso medesimo della formula $sen\,L = sen\,\delta\,cos\,O - sen\,A \times sen\,O\,cos\,\delta$ (689) che qui diviene $sen\,\delta'\,cos\,O' - sen\,A'\,sen\,O' \times cos\,\delta'$, e dalla cui differenziazione, prese δ' ed O' costanti, si ottiene $dL = -\frac{dA'\,cos\,A'\,sen\,O'\,cos\,\delta'}{cos\,L}$. Ma poichè attesa la piccolezza dell' obliquità O' in tutte l' orbite planetarie, eccettuata la Luna, può nella formula primitiva trascurarsi senza errore sensibile il secondo termine $sen\,A'\,sen\,O' \times cos\,\delta'$ e farsi $cos\,O' = 1$, il che dà $sen\,L = sen\,\delta'$ e $cos\,L = cos\,\delta'$; perciò la differenziale diventerà $dL = -dA'\,cos\,A'\,sen\,O' = -n\,cos\,A'\,sen\,O'$. Potendo ora per la stessa ragione farsi NA (A') = NL, se si chiami λ la longitudine della Stella S e $\lambda'\text{☊}$ quella del ☊ del Pianeta, sarà NE la differenza di $\lambda'\text{☊}$ da 360° ed $NL = NE + EL = 360° - \lambda'\text{☊} + \lambda$, onde $cos\,A' = cos\,NL = cos\,(\lambda - \lambda'\text{☊})$ e quindi in fine $dL = -n\,sen\,O'\,cos\,(\lambda - \lambda'\text{☊})$ *cangiamento* cercato di *latitudine*. Quanto a quello di *longitudine* si troverà (applicando il teorema già stabilito di sopra (723)) $d\lambda = -n\,sen\,O' \times sen\,(\lambda - \lambda'\text{☊})\,tang\,L$.

733. Se dunque, essendo Π il polo dell' eclittica Cc, suppongasi S quello dell' equatore Q'Q, sarà ΠSL il coluro dei solstizj, che cangiandosi Π in Π' diventerà Π'Sl; e d (ΠS) = dL sarà il cangiamento cercato di obliquità; se non che

FIG. essendo allora $\lambda = 90°$, si avrà $dL\ (= dO) = -n\ sen\ O' \times sen\ \lambda'\Omega$ *diminuzione richiesta*.

78 734. Dopo ciò nel triangolo EtN, in cui $tEN = O$, $tNE = O'$, facciasi $EtN = a$, $tE = z$, $tN = x$. Avremo (L. 860) $tang\ O' = \frac{sen\ a}{sen\ x\ cot\ z - cos\ x\ cos\ a}$ ovvero $sen\ a\ cot\ O' = sen\ x\ cot\ z - cos\ x\ cos\ a$; e differenziando quest' equazione, presa a ed O' costanti, si troverà $0 = dx\ cos\ x\ cot\ z - \frac{dz\ sen\ x}{sen^2 z} + dx\ sen\ x\ cos\ a = dx\ cos\ x\ cos\ z + \frac{dz\ sen\ x}{sen\ z} + dx \times sen\ x\ cos\ a\ sen\ z$, cioè $dx\ (cos\ x\ cos\ z + sen\ x\ sen\ z\ cos\ a) = \frac{dz\ sen\ x}{sen\ z}$; ma $dx = Nn = -n$ (732); $cos\ x\ cos\ z + sen\ x \times sen\ z\ cos\ a = cos\ NE$ (L. 859) $= cos\ (360° - \lambda'\Omega) = cos\ \lambda'\Omega$; e $\frac{sen\ x}{sen\ z} = \frac{sen\ O}{sen\ O'}$ (L. 802); dunque $-n\ cos\ \lambda'\Omega = \frac{dz\ sen\ O}{sen\ O'}$ e $dz = Ee = -\frac{n\ sen\ O'\ cos\ \lambda'\Omega}{sen\ O}$, quantità del moto di Υ sull' equatore originata dall' attrazion del Pianeta. E se si conduca da e il piccol arco et normale ad EN, sarà $Er = Ee \times cos\ eEr = -n\ sen\ O'\ cos\ \lambda'\Omega\ cot\ O$, quantità di precessione di Υ sull' eclittica in conseguenza della cagione medesima.

Tutto ciò supponendo nota la situazione dei nodi dell' orbite Planetarie, si è posta in fine di questo libro una tavola del loro luogo per l' anno 1750 col respettivo moto annuo che serve a determinarne la posizione per ogni altro tempo.

735. VII. Essendosi ritrovato per osservazioni, di cui parleremo altrove, che la luce impiega 0$''$ 8$'$ 7$''$ in attraversar l'orbita terrestre di cui è dato il diametro, come vedremo, e il tempo periodico (618), è stato facile di decidere che in 8$'$ 7$''$ di tempo la Terra percorre un arco di 20$''$ dell' orbita, e che in sequela di questi due movimenti dee nascere nelle Stelle un' *aberrazione* di cui fissammo già i fondamenti (462). Se dunque sia ETC l' eclittica, il Sole in S,
54. 2ª. la Terra in T, un astro in A nel piano verticale ASE, il punto di Υ in R, e si chiami $\ast$ la longitudine dell' astro,

T quella della Terra, $\odot$ quella del Sole, sarà $RT = 360° - T$, $RE = 360° - \ast$, e $TE = T - \ast$; ma $\odot = T - 180°$ 54. 2ª.
(459); dunque $sen\ TE = sen\ EST = sen\ e = sen\ (180° - (\ast - \odot)) = sen\ (\ast - \odot)$ (L. 704. 2) e per la stessa ragione $cos\ e = cos\ (180° - (\ast - \odot)) = -cos\ (\ast - \odot)$. Quindi poichè $m = 20''$ (462), chiamata L la latitudine dell'astro $= l'$, sarà $20''\ sen\ (\ast - \odot)\ sen\ L = dL$ *aberrazione di latitudine*, e $-\frac{20''\ cos\ (\ast - \odot)}{cos\ L} = d\lambda$ *aberrazione di longitudine*.

736. Per trovar quella di declinazione e di ascensione retta, comincio dal determinar l' angolo $PS\Pi = S$ che chiamo di *posizione*; e poichè $P\Pi S = 90° - \lambda$, $\Pi PS = 90° + A$, $PS = 90° - \delta$, $\Pi S = 90° - L$, ΠP al solito $= O$, si avrà (L. 802.) $sen\ S = \frac{cos\ \lambda\ sen\ O}{cos\ \delta}$, e $cos\ S$ (L. 861) $= \ldots \frac{cos\ O - sen\ L\ sen\ \delta}{cos\ L\ cos\ \delta}$, ovvero (L. 854) $= cos\ \lambda\ cos\ A\ cos\ O + sen\ \lambda\ sen\ A$. Premesso ciò, prendo la formula $sen\ \lambda\ cos\ L \times sen\ O = sen\ \delta - sen\ L\ cos\ O$ (694), e poichè in essa variano a un tempo λ, L e δ, ed è solamente costante O, la differenzio una volta col suppor costanti O ed L ed un' altra volta col suppor costanti O e λ, e quindi ottengo dai due parziali valori di $d\delta$ il valor totale. Si ha dunque I. $d\delta = d\lambda\ cos\ L \times \frac{sen\ O\ cos\ \lambda}{cos\ \delta} = d\lambda\ cos\ L\ sen\ S = -20''\ cos\ (\ast - \odot)\ sen\ S$ (735). II $d\delta = dL \left(\frac{cos\ L\ cos\ O - sen\ L\ sen\ O\ sen\ \lambda}{cos\ \delta}\right)$ ed eliminando $sen\ \lambda$ (694) $= \ldots\ldots\ldots$ $dL \left(\frac{cos^2 L\ cos\ O + sen^2 L\ cos\ O - sen\ L\ sen\ \delta}{cos\ L\ cos\ \delta}\right) = \ldots\ldots$ $dL \left(\frac{cos\ O - sen\ L\ sen\ \delta}{cos\ L\ cos\ \delta}\right) = dL\ cos\ S = 20''\ sen\ (\ast - \odot) \times sen\ L\ cos\ S$ (735); onde infine il valore intero di $d\delta = 20''\ (sen\ (\ast - \odot)\ sen\ L\ cos\ S - cos\ (\ast - \odot)\ sen\ S)$ *aberrazione di declinazione*.

737. Presa ora la formula (686) $tang\ L\ sen\ O = sen\ \lambda \times cos\ O - cos\ \lambda\ tang\ A$ e differenziandola come sopra, col prender costanti O ed L, trovo I°. $0 = d\lambda\ cos\ \lambda\ cos\ O +$

$d\lambda\, sen\, \lambda\, tang\, A - \frac{dA \cos\lambda}{\cos^2 A}$, e quindi $dA = \frac{d\lambda \cos A}{\cos\lambda}(\cos\lambda \times \cos A \cos O + sen\, \lambda\, sen\, A)$; ma $\frac{\cos A}{\cos\lambda} = \frac{\cos L}{\cos\delta}$ (698) e $\cos\lambda \times \cos A \cos O + sen\,\lambda\, sen\, A = \cos S$ (736); dunque $dA = \frac{d\lambda \cos L \cos S}{\cos\delta}$. IIª. prese poi costanti O e λ, si ha $\frac{dL\, sen\, O}{\cos^2 L} = \frac{-dA \cos\lambda}{\cos^2 A}$, cioè $dA = \frac{-dL\, sen\, O \cos^2 A}{\cos\lambda \cos^2 L} =$ (698) . . . . $\frac{-dL\, sen\, O \cos\lambda}{\cos^2\delta} = \frac{-dL\, sen\, S}{\cos\delta}$ (736), onde sommando i due valori parziali di dA e sostituendo i valori di $d\lambda$ e di dL (735) si ha infine il valor totale di $dA =$ . . . . $-20''\left(\frac{\cos(*-☼)\cos S + sen(*-☼)\, sen\, L\, sen\, S}{\cos\delta}\right)$, *aberrazione di ascensione retta*.

738. Osservazioni. 1ª. L ed A si son sempre supposte $< 90°$, ed L e δ settentrionali come nelle Figure. Negli altri casi si sa come regolarsi (L. 849) per il cangiamento dei segni. 2ª. L'aberrazione ha luogo anche per i Pianeti, benchè la lor massima vicinanza in paragon delle fisse renda brevissimo il tempo in cui la luce trascorre da essi a noi: inoltre, essendo l'inclinazione delle loro orbite molto piccola, la loro aberrazione sensibile è quella sola di longitudine: quindi supposta $= 1$ la distanza media della Terra dal Sole, d quella del Pianeta da noi, m il moto diurno del Pianeta, qual comparisce alla Terra, espresso in minuti primi, sarà (462) $d\lambda = \frac{487''.\, d\, .\, m}{1440}$, *aberrazion planetaria* espressa in secondi. 3ª. Oltre i movimenti comuni a tutte le fisse e fin quì accennati, i più moderni Astronomi ne hanno scoperti in diverse Stelle dei proprj e straordinarj, le cui cagioni finora son molto oscure ed incerte. *Arturo*, *Sirio*, *Aldebaran* ed alcune altre soffron dei cangiamenti di posizione assai irregolari quantunque piccoli. Vi son delle Stelle, la cui chiarezza ha un periodico accrescimento e una diminuzione che dà loro il nome di *cangianti*, e che può dipendere o da macchie enormi aderenti alla lor superficie che gira sul proprio asse, o

da pianeti immensi che girano intorno ad esse. Altre sono apparse istantaneamente e dopo aver conservata una costante situazione nel Cielo per lungo tratto di tempo, ed una luce molto brillante, han poi mutato colore, si sono alquanto oscurate e si son perdute in breve di vista: tal fu la Stella che apparve nel 1572 nella *Cassiopea*, e che senza cangiar di luogo per 16 interi mesi, svanì quasi ad un tratto: per cui i Fisici immaginarono degli sterminati Vulcani e degl'incendj incredibili. Quanto ad alcune piccolissime macchie biancastre che vedonsi quà e là nel Cielo e diconsi *nebulose*, esse non sono per quel che scuoprono i telescopj altro che gruppi o piuttosto combinazioni di innumerabili Stelle a una inconcepibil distanza, ovvero secondo il sospetto di qualche recente Astronomo, atmosfere di Stelle languide assai e di una luce dubbiosa: e tale è pure quella specie di vasta fascia irregolare che cinge il Cielo e che si conosce col nome di *via lattea*.

739. VIII. Poichè la metà di quell'intervallo di tempo che spende il Sole tra il sollevarsi e il discendere a una stessa altezza sull'orizzonte, non è il vero mezzogiorno (632); ma ora questo precede quella metà, ora ne è preceduto; si cerca la *correzione* da farsi, o sia l' *equazione delle altezze corrispondenti*, e il momento più favorevole per le osservazioni di questo genere.

Sia t' l'ora della prima delle due osservazioni corrispondenti, h^{or} la metà del loro intervallo, T l'ora vera del mezzogiorno, dh^{or} la correzione cercata, onde sia $t' + h^{or} \mp dh^{or} = T$. Chiamo $d\Delta = 2d\delta$ il cangiamento della declinazione solare nell'intervallo $2h^{or}$, e presa la formula $sen\, a = \cos h \cos l \cos\delta + sen\, l\, sen\, \delta$ (646) ove son costanti a ed l, si troverà differenziandola $dh = d\delta\left(\frac{tang\, l}{sen\, h} - \frac{tang\, \delta}{tang\, h}\right)$, e quindi per esser $dh^{or} = \frac{dh^{o}}{15}$ (625) e $d\delta = \frac{d\Delta}{2}$ sarà $T = t' + h^{or} \mp \frac{d\Delta}{30}\left(\frac{tang\, l}{sen\, h} - \frac{tang\, \delta}{tang\, h}\right)$; ove si osservi 1°. che per i paesi di latitudine settentrionale ha luogo nel doppio segno il $-$ dal dì 21 di Dicembre al 21 di Giugno, e il $+$ nel resto dell' anno: 2°. che il segno di $tang\,\delta$ dovrà cangiarsi quando la declinazione è australe, cioè dal 22 di Settembre al 20 di Marzo.

Esempio. Cerco il vero istante del mezzo giorno in Firenze ove la latitudine $l = 43° 46' 30''$, per il 10 Ottobre 1798 avendo osservate l'altezze corrispondenti del Sole alle $8^{or} 30' = t'$ della mattina e alle $3^{or} 32'$ della sera. Ho dunque $2h^{or} = 7^{or} 2'$ ed $h^{or} = 3^{or} 31' = 52° 45'$ (625); e poichè le Tavole davano in questo giorno $\delta = 6° 49' 8''$ e nel seguente $\delta' = 7° 11' 56''$, si ebbe $\delta' - \delta = 22' 48'' = 1368''$, cangiamento in 24^{or}. Dico dunque $1440' (= 24^{or}) : 1368'' :: 422' (= 7^{or} 2') : d\Delta = 400'',9$. Quindi poichè il Sole si allontanava dal polo e la declinazione era australe, dovè esser $dh^{or} = + \frac{400'',9}{30} \left(\frac{tang\, 43° 46' 30''}{sen\, 52° 45'} + \ldots\ldots \frac{tang\, 6° 49' 8''}{tang\, 52° 45'} \right) = 17'', 18'''$; e poichè $t' + h^{or} = 12^{or} 1' = 0^{or} 1'$ (628), l' ora precisa del mezzogiorno era $T = 0^{or} 1' 17'' 18'''$, cioè l' orologio avanzava o segnava più del dovere $1' 17'' 18'''$.

740. Quanto all' ora più propria per l' osservazioni, è evidentemente quella in cui il Sole impiega il minor tempo in una data variazione da d' altezza, essendo allora meno equivoco il momento del suo appulso al proposto almicantarat (632). Prendo la stessa formula di sopra, cioè $sen\, a = cos\, h\, cos\, l\, cos\, \delta + sen\, l\, sen\, \delta$ e differenziandola prese l e δ costanti, con rammentarsi che h scema quando cresce a, si trova $dh = \frac{da\, cos\, a}{cos\, l\, sen\, h\, cos\, \delta} = \frac{da}{cos\, l\, sen\, z}$ (659); onde essendo $data$ e perciò costante da, e per esser anche costante $cos\, l$, sarà dh proporzionale ad $\frac{1}{sen\, z}$, quantità minima quando $sen\, z = 1 = sen\, 90°$, cioè quando il Sole è nel primo verticale (614). Di quì si trova (658) $sen\, h = \pm \ldots\ldots \frac{sen\, l \sqrt{(cos^2 \delta - cos^2 l)}}{sen^2 l\, cos\, \delta} = (L. 709 . 705) \pm \ldots\ldots \frac{\sqrt{(sen\,(l + \delta)\, sen\,(l - \delta))}}{sen\, l\, cos\, \delta}$, ove se $\delta = 0$, $sen\, h = \pm 1$,

$h° = 90°$ di quà e di là dal meridiano ed $h^{or} = 6^{or}$; se δ è negativa, $sen\, h$ dee prendersi negativamente, cioè ha luogo il segno inferiore, e il valor di h che in apparenza è lo stesso, dà realmente $180° - h$ (L. 704.2) per il vero valore. Del resto, l' osservazion delle altezze corrispondenti è una delle più utili e interessanti, perchè serve principalmente a determinar la posizione del meridiano, cioè a condurre in un piano (per lo più orizzontale o verticale) *la meridiana* (614) o a rettificarla già condotta: inoltre serve a conoscer l' ora precisa in cui si fa qualche osservazione nel Cielo o vi accade qualche fenomeno. Parleremo altrove del metodo di ottener l' uno e l' altro fine.

741. IX. Vogliasi ora il tempo che spende un Astro di cui si conosca il diametro D e la declinazioue δ per traversare un dato almicantarat o un verticale, in un paese la cui latitudine l sia determinata.

Sia P il polo, Z lo zenit, COM l' almicantarat, A il 79.
punto in cui si ritrova il lembo inferiore dell' Astro quando il superiore O tocca CM. Sarà dunque AO $= D$, VA l' arco descritto dall' Astro durante tutto il passaggio, e VPA l' angolo orario corrispondente al tempo cercato. Condotto il verticale ZV osservo che il triangolo ZPV cangiandosi in ZPA conserva costante il lato ZP e che quantunque fosse mutabile la declinazione dell' Astro, può in un sì breve intervallo considerarsi la stessa; e perciò PV $=$ PA; onde sono invariabili l e δ (642), ed inoltre l' angolo ZPV è sempre noto poichè son date δ, l, a (655). Presa dunque la formula $sen\, a = cos\, h\, cos\, l\, cos\, \delta + sen\, l\, sen\, \delta$ (646) e differenziata colle costanti suddette, osservando che h cresce scemando a, e che $da = D$, avremo $dh = \ldots\ldots \frac{da\, cos\, a}{sen\, h\, cos\, l\, cos\, \delta} = (657) \frac{da}{sen\, z\, cos\, l}$, e il tempo cercato $dh^{or} = \frac{dh}{15} (625) = t = \frac{D}{15\, sen\, z\, cos\, l}$ ovvero (chiamando P l' angolo parallattico ZVP (642) che è eguale all' inclinazione TVM del parallelo TA coll' almicantarat o coll' oriz-

FIG.

zonte) $= \frac{D}{15 \, sen \, P \cos \delta}$. Fatto a nelle formule $= o$ sarà t il tempo in cui l'Astro attraversa l'orizzonte; e se sia $D =$ alla refrazione orizzontale $= 33'$, sarà t il tempo dell'anticipazion della nascita d'un Pianeta, o del ritardo del suo

79. tramontare. Ma se AO si facesse $= 18°$, e si cercasse perciò la durata di quella luce o nascente o mancante che suol chiamarsi *crepuscolo*, la differenziale di sopra sarebbe allora inesatta per esser da troppo grande mentre si valutava per molto piccola. Usando pertanto la stessa formula, ricorreremo alle *differenze finite* ed avremo (L. 993) colle stesse costanti $sen \, \frac{1}{2} da \cos (a + \frac{1}{2} da) = sen \, \frac{1}{2} dh \, sen \, (h + \frac{1}{2} dh) \cos l \cos \delta$, cioè (per esser $a = o$ e perciò $sen \, \frac{1}{2} da \times \cos (a + \frac{1}{2} da) = sen \, \frac{1}{2} da \cos \frac{1}{2} da = \frac{1}{2} sen \, da$ (L. 705)) sarà $sen \, \frac{1}{2} dh = \frac{sen \, da}{2 \, sen \, (h + \frac{1}{2} dh) \cos l \cos \delta}$, ove si osservi che per calcolar la formula senza il penoso metodo della doppia falsa posizione, può prima prendersi nel secondo membro $sen \, h$ in vece di $sen \, (h + \frac{1}{2} dh)$; quindi ottenuto un valore approssimato di $sen \, \frac{1}{2} dh$, si sostituirà il risultato in $sen \, (h + \frac{1}{2} dh)$ con cui rinnovandosi il breve calcolo, si otterrà per lo più immediatamente il valore esatto che si ricerca.

742. Quanto al tempo in cui l'Astro attraverserà un verticale, suppongo tale il suo moto che almeno nell'intervallo del suo passaggio si possa prender per uniforme. Posto ciò, sia AH $=$ Ta $= \frac{1}{2} D$ il suo semidiametro, e VA $= \frac{1}{2}$ TA l'arco descritto nella metà del tempo cercato: e poichè AVH $= 90° -$ PVZ $= 90° - P$, si avrà (L. 826) sen VA $= \frac{sen \, \frac{1}{2} D}{\cos P}$; onde per esser retto l'angolo PVA e PA $= 90° - \delta$, troveremo (L. 829) sen VPA $= sen \, \frac{1}{2} h = \frac{sen \, \frac{1}{2} D}{\cos P \cos \delta}$, ove se facciasi $P = o$, il verticale si cangerà nel meridiano e si avrà $sen \, \frac{1}{2} h = \frac{sen \, \frac{1}{2} D}{\cos \delta}$ e quindi il tempo cercato.

FIG.

743. X. Osservandosi a una data ora o in un medesimo verticale due Stelle fisse di cui son note tanto l'ascensioni rette A, A' che le declinazioni δ, δ' e sapendosi l'ascensione retta H del Sole, cerchisi di determinare la latitudine l del paese.

Sia ESME l'equatore, P il polo, EPM la sezione del meridiano, ♈ il punto equinoziale, S il Sole, Q, Q' l'in- 76.
tersezioni dell'equatore coi circoli di declinazione delle due Stelle; sarà ♈S $= H$, SM $= o$, ♈Q $= A$, ♈Q' $= A'$ e perciò MQ $= A - H - o = h$ ed MQ' $= A' - H - o = h' = h + A' - A$. Ciò premesso, poichè l'azimut per ambedue le Stelle è lo stesso, sarà (662) $tang \, z = \frac{sen \, h}{sen \, l \cos h - \cos l \, tang \, \delta} = \frac{sen \, h'}{sen \, l \cos h' - \cos l \, tang \, \delta'}$, onde $sen \, h \, sen \, l \cos h' - sen \, h \cos l \, tang \, \delta' = sen \, h' \, sen \, l \cos h - sen \, h' \cos l \, tang \, \delta$ e dividendo per $\cos l$ e trasportando, $tang \, l \times (sen \, h \cos h' - sen \, h' \cos h) = sen \, h \, tang \, \delta' - sen \, h' \, tang \, \delta$ cioè $tang \, l = \frac{sen \, h' \, tang \, \delta - sen \, h \, tang \, \delta'}{sen \, (h' - h)}$ (L. 703)

744. Ma vogliasi la latitudine l, non avendosi altro che la declinazione δ di una fissa e due sue altezze a', a'' col tempo speso in alzarsi o scender dall'una all'altra.
Supposta A la Stella che è scesa nel tempo h^{or} da V in A, 79.
avremo PA $=$ PV $= 90° - \delta$, ZV $= 90° - a'$, ZA $= 90° - a''$ e VPA $= h$ ($= 15 h^{or}$ (625)). Quindi I°. nel triangolo isoscele VPA, condotto l'arco Pr normale a VA, sarà (L. 816) $sen \, \frac{1}{2}$ VA $= sen \, \frac{1}{2} h \cos \delta$, e $\cot$ PVA $= sen \, \delta \, tang \, \frac{1}{2} h$ (L. 818). II°. nel triangolo VZA, essendo noto oltre ZV e ZA anche VA che chiamerò M, si avrà (L. 861) $sen \, \frac{1}{2}$ ZVA $= \sqrt{\left(\frac{sen \, \frac{1}{2} (M + a' - a'') \cos \frac{1}{2} (M + a' + a'')}{sen \, M \cos a'}\right)}$. III°. chiamando Q l'angolo ZVP, verrà $\frac{1}{2}$ ZVA $- \frac{1}{2}$ PVA $= \frac{1}{2}$ ZVP $= \frac{1}{2} Q$. IV°. finalmente nel triangolo ZPV ove si ha ZV, PV e ZVP ($= Q$), troveremo (L. 859) $\cos$ PZ $= sen \, l = \cos a' \times \cos \delta \cos Q + sen \, a' \, sen \, \delta$, ovvero cercando l'angolo ZAV e quindi determinando PAZ $=$ PAV $-$ ZAV $= Q'$, $sen \, l = \cos a'' \cos \delta \cos Q' + sen \, a'' \, sen \, \delta$.

FIG.

Quanto all' altezze a', a'', è chiara la necessità d' impiegar le altezze *vere* e non le apparenti: ma oltre il saper-si già il metodo di cangiar le apparenti in vere (535), non è difficile il comprendere che fissato il piano del meridiano (ciò che può farsi prima di essersi assicurati della vera al-tezza del polo), possono prepararsi delle Tavole locali di refrazione, cercando le altezze a, a', a'' ec. colla formula semplicissima $\cos a = \frac{\cos h \cos \delta}{\cos z}$ (643) ove divengon note h e z, e paragonando i valori trovati colle altezze osservate: la differenza è appunto la refrazione cercata.

745. Molte altre applicazioni potrebbero farsi delle formule precedenti combinando, sostituendo, differenziando ec.: ma per ora basteranno quelle che abbiamo date, e solamente ne aggiungeremo una per il metodo di ridurre al solstizio ogni altezza meridiana del Sole osservata ne' giorni prossimi, avanti e dopo.

Trattandosi del Sole per cui $L = 0$, prendo la formula $sen\,\delta = sen\,\lambda\, sen\, O$ (706) e differenziandola a differenze finite, essendo costante O, trovo $sen\,\frac{1}{2} d\delta \cos(\delta + \frac{1}{2} d\delta) =$ $sen\,\frac{1}{2} d\lambda \cos(\lambda + \frac{1}{2} d\lambda)\, sen\, O$; ma poichè λ si riferisce al solstizio e perciò $\lambda + d\lambda = 90°$, sarà $\lambda + \frac{1}{2} d\lambda = 90° -$ $\frac{1}{2} d\lambda$ e $\cos(\lambda + \frac{1}{2} d\lambda) = sen\,\frac{1}{2} d\lambda$ (L.704); onde $sen\,\frac{1}{2} d\delta =$ $\frac{sen^2 \frac{1}{2} d\lambda\, sen\, O}{\cos(\delta + \frac{1}{2} d\delta)} = \frac{sen^2 \frac{1}{2} d\lambda\, sen\,\delta}{sen\,\lambda \cos(\delta + \frac{1}{2} d\delta)}$, equazione che può risolversi come abbiamo insegnato sopra (741): passato il solstizio, si farà negativa $d\delta$.

746. Dopo ciò, si cerchi di determinar la distanza vera d dei centri di due Astri, per esempio del Sole e della Luna, data la loro apparente distanza D, le loro altezze apparenti A, B, e le vere a, b.

Sia S il luogo apparente del Sole, s il vero; sia L il

79. luogo apparente ed L′ il vero della Luna. E quì avvertiremo di passaggio, che la Luna apparisce sempre più bassa di quel che è, perchè la sua parallasse supera costantemente l' effetto della refrazione (535): in fatti la massima re-

FIG.

frazione che è l' orizzontale, non eccede 33′ mentre la parallasse lunare è di 57′ in circa e si conserva maggior dell' 79.

altra a qualunque altezza. Chiamando Z l' angolo SZL e preso il valor di esso prima nel triangolo SZL e poi nel triangolo sZL′ si troverà (L. 861) $sen^2 \frac{1}{2} Z = \ldots\ldots$

$$\frac{sen\,\frac{1}{2}(D + A - B)\, sen\,\frac{1}{2}(D + B - A)}{\cos A \cos B} = \ldots\ldots$$

$$\frac{sen\,\frac{1}{2}(d + a - b)\, sen\,\frac{1}{2}(d + b - a)}{\cos a \cos b}$$ onde $\ldots\ldots$

$$\frac{sen\,\frac{1}{2}(D + A - B)\, sen\,\frac{1}{2}(D + B - A) \cos a \cos b}{\cos A \cos B} = \ldots\ldots$$

$sen\,\frac{1}{2}(d + a - b)\, sen\,\frac{1}{2}(d + b - a)$ cioè (fatto $d = p$, $a - b = q$) $= sen\,\frac{1}{2}(p + q)\, sen\,\frac{1}{2}(p - q) =$ (L. 709) $\frac{1}{2} \cos q -$ $\frac{1}{2} \cos p = \frac{1}{2} \cos(a - b) - \frac{1}{2} \cos d$, e finalmente $\cos d =$

$$\cos(a - b) - \frac{2\, sen\,\frac{1}{2}(D + A - B)\, sen\,\frac{1}{2}(D + B - A) \cos a \cos b}{\cos A \cos B};$$

che se dalla distanza vera d si volesse inferir l' apparente, troveremmo $\cos D = \cos(A - B) - \ldots\ldots$

$$\frac{2\, sen\,\frac{1}{2}(d + a - b)\, sen\,\frac{1}{2}(d + b - a) \cos A \cos B}{\cos a \cos b}.$$

Se d fosse molto piccola ed il suo coseno perciò divenisse incerto (L. 761), ricorrendo alla formula $sen\,\frac{1}{2} c = \sqrt{\frac{1 - \cos c}{2}}$ (L. 705) si avrà $sen\,\frac{1}{2} d = \sqrt{\Big(\frac{1 - \cos(a - b)}{2} + \ldots\ldots}$

$$\frac{sen\,\frac{1}{2}(D + A - B)\, sen\,\frac{1}{2}(D + B - A) \cos a \cos b}{\cos A \cos B}\Big) = \sqrt{\Big(sen^2 \tfrac{1}{2}(a -}$$

$$b) + \frac{sen\,\frac{1}{2}(D + A - B)\, sen\,\frac{1}{2}(D + B - A) \cos a \cos b}{\cos A \cos B}\Big)$$ e nel modo stesso si troverà, data d, $sen\,\frac{1}{2} D$.

747. Che se si voglia determinar la distanza D di due Astri in genere, di cui sian date soltanto le longitudini e le latitudini, suppongasi Z il polo dell' eclittica, S il luogo vero dell' uno ed L′ quello dell' altro, la cui parallasse sia la più forte. Si cerchino le parallassi di longitudine e di latitudine del secondo (719), presa per parallasse orizzontale di esso la differenza delle parallassi orizzontali di am-

FIG. 79. bedue, onde l'effetto si rifonda in quest' Astro solo, ed il suo luogo apparente divenga L. Considerando il triangolo ZSL, saranno ZS, ZL i complementi l, l' delle latitudini, vera dell'uno e apparente dell'altro, l'angolo SZL $= \Lambda$ la differenza delle longitudini corrispondenti, e quindi si avrà (L. 859) SL distanza apparente tra l'uno e l'altro, facendo prima $\frac{sen\,\frac{1}{2}\,\Lambda}{sen\,\frac{1}{2}\,(l \backsim l')}\sqrt{sen\,l\,sen\,l'} = tang\,u$, e deducendone $sen\,\frac{1}{2}\,D = \frac{sen\,\frac{1}{2}\,(l \backsim l')}{cos\,u}$; ove se S sia il Sole, sarà $l = 90°$ (620), $tang\,u = \frac{sen\,\frac{1}{2}\,\Lambda\sqrt{sen\,l'}}{sen\,\frac{1}{2}\,(90 \backsim l')}$, e $sen\,\frac{1}{2}\,D = \ldots \frac{sen\,\frac{1}{2}\,(90° \backsim l')}{cos\,u}$. E sebbene la matematica precisione esigerebbe le riduzioni separate di ciascun dei due Astri al luogo apparente: contuttociò quell'inesattezza a cui può condurre il metodo prescritto, non è in verun conto sensibile, e non ha mai ributtato gli Astronomi dall' usarlo.

748. Finalmente se si volesse determinar la situazione di un nuovo oggetto V nel Cielo, del quale non si conoscesse se non la distanza VZ, VA da due date *fisse* Z, A di cui si abbiano dalle Tavole le ascensioni rette e le declinazioni $90° - $ PA, $90° - $ PZ, allora I. nel triangolo PZA essendo note PZ, PA e l'angolo ZPA (differenza delle ascensioni rette), si cercherebbe il lato ZA (L. 859) e l'angolo PAZ (L. 860): II. nel triangolo ZAV, divenuti noti tutti i tre lati, si avrebbe l'angolo ZAV (L. 861), e quindi PAZ + ZAV = PAV: III. infine nel triangolo APV, ove son noti PA, AV e PAV, si avrebbe PV (L. 859) distanza dal polo, ed APV (L. 860) differenza dell'ascensione retta di V da quella di A. Trovatesi così la declinazione e l'ascensione retta di V, ne è data la posizione; e se V è tra i limiti delle parallassi sensibili, se ne ha ancor la distanza, e tutto è determinato.

Sistema Planetario.

749. Il numero, l'ordine, i movimenti e il rapporto scambievole dei Pianeti e del Sole, son tutto ciò che comprendesi nell' idea di *Sistema Planetario*. Noi non ci tratterremo sulle diverse opinioni che n' ebbero un tempo i Popoli ed i Filosofi, e che dipoi in faccia ad osservazioni più certe e coi progressi grandiosi dell' Astronomia, si videro dileguarsi, e furono trascurate affatto: questo sarebbe un dar della scienza piuttosto la Storia che gli Elementi. Intanto nulla vi è che non ci richiami all' ipotesi già adottata (610), alla quale ormai e l' aberrazione (462. 735) e la nutazione (725) ed altri fenomeni han potuto finora in gran parte servir di prova, e di cui anche in seguito siam per incontrar passo passo nuovi argomenti.

750. Il *Sole* dunque è nel centro dell' universal tendenza o gravitazione (185) di tutti i corpi appartenenti al Sistema, non escludendone le Comete (611). Dei *Pianeti* gli uni girano intorno a lui immediatamente e diconsi perciò *primarj*; gli altri chiamati *Satelliti* o *secondarj* girano intorno ai primi, tratti con essi e colle proprie orbite intorno al Sole. Il loro ordine, i loro nomi e i loro segni sono i seguenti: il *Sole* ☼, *Mercurio* ☿, *Venere* ♀, la *Terra* ♁, *Marte* ♂, *Giove* ♃, *Saturno* ♄, *Urano* ♅, detto anche *Herschel* dal nome del celebre Astronomo che lo scoprì nel 1781. Dei Satelliti uno cioè la *Luna* ☽ appartiene alla Terra, quattro a Giove, sette a Saturno a cui va unito con un fenomeno unico in tutto il Cielo, un anello o zona isolata che lo circonda nel suo equatore, osservata prima in confuso dal Galileo, determinata poi distintamente da Ugenio, e che infine Herschel ha riconosciuto esser distinta in due, concentriche ed isolate, tratte da un moto assai rapido da occidente in oriente intorno al Pianeta. Due altri Satelliti sono stati da lui scoperti intorno ad Urano.

751. Tutti i Pianeti si muovono nello stesso senso, cioè

FIG.

da occidente in oriente, non tanto per la loro orbita quanto sul loro asse, essendosi ravvisata fin dove la forza dei telescopj finora è stata efficace, in ciascun di essi una rotazione, non escluso lo stesso Sole: di modo che non si attribuiscono alla Terra se non quei moti che son comuni a tutti i Pianeti; e di quì è, che i fenomeni del moto diurno ed annuo del ☼ appartengono solamente alla ♁: bensì poco interessando il rigor della frase ove non può temersi di equivoco, non è necessario d'abbandonare il consueto linguaggio a cui gli Astronomi stessi sono assuefatti. Quindi l'apogeo del ☼ o l'afelio della ♁ (621), il perigeo di quello o il perielio di questa sono il medesimo, e la situazione apparente dell'uno è sempre l'opposta della situazione vera dell'altra (459) cioè ne differisce di 180° ovvero di 6ˢ (620).

752. Frattanto il posto che ha tra i Pianeti la ♁ deve produr necessariamente varie illusioni ottiche, le quali non avrebber luogo se l'Osservatore fosse nel centro universale del sistema: e perciò la posizione *geocentrica* dei Pianeti, tale cioè qual comparisce alla Terra, è quasi sempre diversa dall'*eliocentrica*, cioè da quella che si vedrebbe dal Sole, e che in sostanza è la vera, di cui abbiamo principalmente bisogno. Inoltre l'orbite dei Pianeti son tutte in piani diversi, i quali non hanno se non un comune punto nel ☼; e quindi la necessità e l'uso di ridurne i moti e la situazione ad un piano stesso cioè all'eclittica.

753. Sia dunque G un pianeta, S il Sole, T la Terra
80. ed ETCγS il piano dell'eclittica a cui si conduca da G la normale GΓ. Sarà Γ il luogo di G nell'eclittica; e poichè SG è il *raggio vettore* del Pianeta (130) e TG la sua distanza dalla ♁, SΓ si chiamerà il *raggio accorciato*, e GΓ la distanza accorciata: l'angolo GTΓ sarà la *latitudine geocentrica* e GSΓ l'*eliocentrica* o vera; e quanto al triangolo TSΓ, l'angolo STΓ che chiamasi *elongazione* o *digressione* misurerà la distanza angolare del Pianeta dal ☼ rispetto alla ♁, l'angolo TSΓ detto di *commutazione* espri-

FIG.

merà la differenza delle longitudini del Pianeta e della ♁, e l'angolo SΓT che si nomina *parallasse annua* indicherà 80.
la differenza tra le longitudini eliocentrica λ e geocentrica λ' del Pianeta. In fatti se si supponga Θ un punto di longitudine conosciuta Λ e tale che comparisca nel luogo stesso così dalla ♁ come dal ☼, sarà $\Gamma S\Theta = \lambda - \Lambda$, $\Gamma T\Theta = \lambda' - \Lambda$, e quindi $\Gamma S\Theta - \Gamma T\Theta$ cioè SΓT (L. 511) $= \lambda - \lambda'$: finalmente se si supponga in E il nodo ☊ dell'orbita, l'angolo ESG sarà la distanza angolare vera del Pianeta dal nodo ☊, e l'angolo ESΓ la stessa distanza presa sull'eclittica, la differenza dei quali cioè ESG — ESΓ chiamasi *riduzione*.

*754. Chiamando pertanto E l'angolo di elongazione, C quella di commutazione, L la latitudine eliocentrica, L' la geocentrica, R il raggio vettore accorciato, D la distanza accorciata avremo (L. 739) SΓ (R) : GΓ :: 1 : $tang\, L$, e TΓ (D) : GΓ :: 1 : $tang\, L'$, onde $R\ tang\, L = D\ tang\, L'$ cioè $tang\, L : tang\, L' :: D : R :: sen\, C : sen\, E$ (L. 738). E' chiaro anche, che l'angolo ΓTS è la differenza tra la longitudine geocentrica λ' del Pianeta e la longitudine ☼ del Sole, cioè $E = \lambda' \backsim$ ☼.

755. Osservazioni. 1ª. le comuni sezioni dell'orbite e dell'eclittica, cioè le *linee dei nodi*, passano per il ☼, e quindi ogni ☊ è discosto 180° (preso il ☼ per centro) dal suo relativo ☋. 2ª. l'orbite dei Pianeti fan tutte coll'eclittica un angolo molto piccolo, cosicchè questi sembrano in certo modo scorrer per essa: in fatti l'obliquità di ☿ che scostasi dall'eclittica assai più degli altri è 7°; quella di ♀ 3° 23′ 35″; quella di ♂ 1° 51′; quella di ♃ 1° 18′ 56″; quella di ♄ 2° 29′ 50″; e quella di ♅ 0° 46′ 20″: la lor latitudine geocentrica ha limiti assai più estesi, trovandosi che in ♀ oltrepassa i 9°; quindi lo spazio che segna i limiti di tutte l'orbite planetarie forma una fascia nel Cielo detta *zodiaco* della larghezza di circa 18° di cui l'eclittica tiene il mezzo. 3°. condotte da tutti i punti dell'orbita le normali all'eclittica, la serie di tutte le loro estremità Γ dà la *projezione dell'orbita* o sia l'*orbita ridotta*.

FIG. 80.

756. L' orbita ETC della ♁ abbraccia l' orbite *mabd* ed *vn* di ☿ e di ♀ ed è abbracciata da *Gg ec.*, cioè da quelle di ♂, di ♃, di ♄ e di ♅; quindi ☿ e ♀ son chiamati *Pianeti inferiori* e gli altri *superiori*. I primi si manifestano dall' avere un' elongazion limitata, perchè quantunque discosti dal ☼ quanto porta il massimo raggio della lor orbita come in *m*, l' angolo *m*TS non può eccedere una misura determinata: e in fatti nè ☿ si osserva mai lontano dal ☼ più di 28° 20′, nè ♀ più di 47° 48′; laddove tutti gli altri se ne discostano fino a 180° e tornano ad avvicinarsegli dalla parte opposta. Il Pianeta la cui elongazione è zero, dicesi in *congiunzione*, e quello la cui elongazione è 180° in *opposizione*; quindi ☿ e ♀ non son mai in opposizione, ma in quella vece hanno col ☼ due congiunzioni, l' una al di là in *μ'* che dicesi *congiunzion superiore*, l'altra al di quà in *μ* che è propria soltanto di ♀ e di ☿ e chiamasi *congiunzione inferiore*. Se la linea visuale che stendesi dalla Terra T per il Pianeta *μ* incontri prolungata il *disco solare* S, cioè se la latitudine *L* (681) del Pianeta sia zero, questa congiunzione inferiore si nomina passaggio: allora il Pianeta si manifesta come un corpo opaco aderente al ☼, di cui intercetta una porzione dei raggi. Questo fenomeno si potrebbe chiamare *ecclisse solare* cioè difetto di luce (benchè apparente), se la piccolezza del corpo frapposto non rendesse affatto insensibile tal diminuzione: si usa bensì questo nome allorchè la ☽ girando intorno alla ♁ (750) toglie talvolta a questa, ove tutta, ove qualche parte della vista del ☼, che essa nasconde *successivamente* ai diversi punti terrestri i quali le son sottoposti: diverso però è il caso della ☽ allorchè entrando nel cono ombroso che getta la ♁ verso la parte opposta al ☼ (463. 467) resta realmente priva del lume solare, e quindi l' *ecclisse lunare* è vera. Se ♂, ♃ ec. benchè si trovino qualche volta sulla linea ST non si ecclissano, ciò deriva dal non estendersi il cono ombroso terrestre molto al di là della distanza lunare (471). Deve quì anche osservarsi che ☿ e ♀ son soggetti a delle

fasi

FIG.

fasi (611) simili a quelle della ☽, mentre gli altri Pianeti sempre appariscono illuminati nel modo stesso; poichè in sequela della respettiva loro situazione, l' emisfero illuminato di questi ultimi resta sempre in vista alla ♁, laddove quelli di ♀ e di ☿ ora son fuori di vista affatto, ora si mostrano solamente in parte, ora lascian vedersi interamente e poi tornano a disparire, volgendo verso l' Osservatore la parte non illuminata e perciò invisibile: tale è anche la causa delle fasi lunari.

757. Nè resta ora difficoltà per comprendere come tutti i Pianeti, ad eccezion della ☽ che gira realmente intorno alla ♁, siano or *diretti* avanzandosi in longitudine, ora *stazionarj* restando nel luogo stesso per qualche tempo, ora *retrogradi* ripigliando il moto in contraria parte: questa illusione ottica non è che un effetto e insieme una prova assai convincente del moto e della situazion della ♁ fuor del centro della comune tendenza, ove se fosse l' Osservatore, nissun Pianeta primario potrebbe mai comparirgli immobile se non perdendo la sua forza tangenziale e piombando verso di lui (130). Sia al solito ETC l' orbita della 80.
♁ cioè l' eclittica, S il ☼, *m* un Pianeta inferiore, per es. ☿, G un superiore, per es. ♃. Poichè si sa che i Pianeti meno lontani dal centro son più veloci, è certo 1°. che posta la ♁ in T e ☿ in *b*, mentre quella percorre un piccol arco T*i*, questo trascorre da *b* in *d* ed il suo moto apparisce non solamente diretto ma anche più rapido, perchè T si muove in senso contrario rispetto a lui (458. 459); ma se ☿ sia in *m* e trascorra per *ma*, la sua direzione apparirà opposta e sembrerà retrocedere: laddove trovandosi verso *dm* o *ab*, la Terra non distinguendovi verun cangiamento angolare, lo giudicherà immobile. Presso a poco lo stesso è per G. La Terra che essendo in E riferisce G alla Stella *q*, avanzandolo col suo moto arriva a vederlo presso la Stella *p* mentre appena si è mosso per breve spazio, e quindi lo crede tornato indietro: così da ⊙ lo vedrebbe diretto, e nelle combinazioni di una determinata o-

Aaa

bliquità, stazionario.

758. E' dunque fuor d' ogni dubbio che l' orbite dei Pianeti son trajettorie da essi descritte per l' attività di due forze diversamente dirette (130) l' una delle quali che può chiamarsi gravità o anche attrazione gli spinge verso del ☼, lasciando in essi per altro una scambievol tendenza, l' altra che può chiamarsi projettile o tangenziale gli spinge sempre per l' attual tangente della trajettoria. Questa seconda impressa loro coll' altra fin dal principio del Mondo, non mai incontrando ostacoli che la indeboliscano (3) opera sempre nel modo stesso e perpetua il corso di ogni Pianeta: e poichè l' impulso comunicato a ciascuno non era diretto al centro, oltre il movimento di traslazione fu impresso in ogni Pianeta anche quello di rotazione (751) che di sua natura è uniforme (216). Frattanto non influendo nè queste forze nè questi moti in maniera alcuna sulla posizion dell' asse del Pianeta riguardo al piano dell' orbita, quest' asse dee mantenersi di natura sua parallelo sempre a se stesso, e solamente soffrir quei piccoli cangiamenti cui lo assoggettano le attrazioni scambievoli (725. 731): perciò il parallelismo non è già un moto come taluno lo ha chiamato, ma la mancanza di un movimento o di una forza di più.

759. Non è per altro che questi moti non sien soggetti a delle *perturbazioni* o cangiamenti sensibili, benchè piccoli; poichè la forza da noi supposta (4. 750) essendo costante (5) ed universale, non può non esser reciproca, e quindi 1°. i Pianeti non solamente debbon esser tratti dal ☼, ma trarlo anche a se ed attrarsi scambievolmente cagionando gli uni sugli altri or qualche aumento or qualche diminuzione nella velocità, nel raggio vettore ec. 2°. il ☼ stesso in cui si conosce un moto di rotazione (751) dee soggiacere alle conseguenze del primo impulso, d' onde questo moto deriva (216) e dell' universale equilibrio, ed avere un moto di traslazione: vedremo per altro in breve che riguardo al Sistema planetario di cui si tratta, può e

 FIG.

deve prendersi come immobile. 3°. variata per quanto poco si voglia la velocità dei Pianeti e la lor distanza dal ☼, l' orbite loro debbon soffrir dei cangiamenti e dei moti; e perciò, non supponendole circolari, i loro afelj e i lor perielj, o con nome generico i loro *apsidi*, non meno che i loro nodi, si debbon muovere anch' essi.

760. Nasce da tutto ciò la necessità di considerare in varie maniere le rivoluzioni dei Pianeti, e il diverso nome onde si distinguono: poichè si chiamano *periodiche* o *siderali* se il giro è determinato dal ritorno alle medesime fisse; *tropiche* se lo è dal ritorno al primo punto di ♈; *sinodiche* se si riferisce al tempo che passa tra una congiunzione, un' opposizione ec. fino alla congiunzione, opposizione ec. seguente; finalmente *anomalistiche* se si riferisce al ritorno nel punto dell' afelio; perciò l' angolo contenuto dal raggio vettore e dalla linea degli apsidi, presa comunemente verso l' afelio, chiamasi *anomalìa*: onde supposto per esempio *c* l' afelio della ♁, ed essa in T, l' angolo *c*ST ne sarebbe l' anomalìa: trasferendo il moto nel ☼ (751) l' anomalìa di questo si conta dall' apogeo ed è maggiore dell' altra di 180°. 80.

761. Sono incredibili le diligenze che han poste in uso gli Astronomi per determinar questi differenti *periodi*; e poichè i Pianeti superiori nelle opposizioni e gli altri nelle congiunzioni inferiori si veggono dalla ♁ o nel luogo stesso in cui si vedrebbero dal Sole, o precisamente a 180° di differenza; perciò le osservazioni accurate delle opposizioni e delle congiunzioni, eseguite a grandi intervalli l' une dall' altre per fare sparire le piccole ineguaglianze, hanno servito di base a determinar la durata di queste rivoluzioni. E quantunque una tal determinazione dia solamente le rivoluzioni *medie* cioè ragguagliate come uniformi; pure non è stato dipoi difficile di fissar le correzioda farsi alle quantità *medie* per ottenerne le *vere* cioè in frase astronomica l' *equazioni*: cosicchè in oggi conoscendosi gli *elementi dell' orbita* di un Pianeta cioè il suo a-

FIG.

fello, la sua *eccentricità* (giacchè in breve dimostreremo che le trajettorie dei Pianeti son vere *ellissi*), la longitudine, la situazion del suo ☊ ec. calcolate per un dato istante qualunque, che chiamasi *epoca*, e date le quantità dei suoi movimenti e delle sue perturbazioni, cioè l'equazioni opportune, si può trovar per ogni altro istante la vera sua posizione. A questo oggetto si troveranno sul fine di questo Libro le situazioni del ☉, della ☽ ec. per alcune epoche, coi lor movimenti annui, mensuali ed orarj secondo le più recenti Tavole pubblicate dal celebre de-la-Lande, a cui intendiamo generalmente di rapportarci; ed avvertiremo quì che la parola *argomento* di cui si fa uso in esse, altro non indica se non ciò che bisogna conoscere, cioè le quantità *date*, per aver quello che si ricerca.

762. Dopo ciò presa per unità la distanza media della ♁ dal ☉ e determinandone i cangiamenti per mezzo di quelli o della parallasse (455) o del diametro solare (452) si è potuto conoscere con sufficiente esattezza il raggio vet-
80 tore SE, ST per ogni punto dell'orbita; quindi osservato il Pianeta G nello stesso punto del Cielo, cioè riguardo all'eclittica nello stesso punto Γ e da E e da T, se ne è dedotto il raggio accorciato SΓ e dipoi il vero SG. In fatti poichè dee conoscersi la differenza delle due longitudini in E e in T, si conoscerà oltre le rette ES, ST, anche l'angolo contenuto EST, e saranno noti così gli angoli ETS, TES come la corda ET. Ora essendo ΓTS la differenza tralle longitudini apparenti del ☉ e di Γ, si avrà ΓTE e per la stessa ragione ΓET; quindi trovati nel triangolo TΓE i lati ΓT, ΓE (L. 762), si troverà o col triangolo ΓES o col triangolo ΓTS il raggio accorciato SΓ; e finalmente avendosi nel triangolo TΓG la latitudine geocentrica ΓTG (754) e il lato TΓ, si otterrà ΓG (L. 749) e quindi l'ipotenusa SG che è il raggio vettore cercato.

763. Con tali metodi ed altri simili si arrivò a determinare oltre i tempi periodici dei Pianeti anche la loro di-

FIG.

stanza media dal ☉; e questa fu una delle cognizioni più utili e più feconde in Astronomia, da cui finalmente Keplero dopo lunghe e reiterate investigazioni dedusse l'importantissimo teorema, che *nel moto di due Pianeti qualunque, i quadrati dei tempi periodici son come i cubi delle distanze medie dal Sole*, il qual teorema si nominò in seguito *Legge di Keplero* non meno che l'altra della proporzione costante tra l'*aree* o i *tempi* (185) la quale si dee parimente a lui.

764. Ciò premesso, cerchisi qual sia la forza onde sono attratti i Pianeti dal comun centro. Siano Ss, Gg due archi assai piccoli di due orbite (che perciò si posson quì 81
supporre e circolari e concentriche) compresi dagli stessi raggi vettori CG, Cg. Sia t il tempo speso da S per Ss, τ quello che impiega G per Gg e si chiamino z e z' i raggi vettori CS e CG. Essendo il pianeta G il più lento (763) e perciò $\tau > t$. prendasi l'arco Gb trascorso nel tempo t; indi conducansi a CG le normali su, gd, bh e sia $Su = F$, $Gd = \varphi$, $Gh = F'$. E' chiaro che F, F' saran le forze centrali di S e di G (200) e che essendo gli archi piccolissimi si ha (32) $\tau : t :: Gg : Gb :: \sqrt{\varphi} : \sqrt{F'}$ (198. 200) e perciò $\tau^2 : t^2 :: \varphi : F = \frac{\varphi t^2}{\tau^2}$; ma inoltre Su (F) : Gd (φ) :: CS (z) : CG (z') (L. 594) e perciò $\varphi = \frac{Fz'}{z}$; dunque, poichè la ragione di $t : \tau$ è quella dei tempi periodici e si ha (763) $t^2 : \tau^2 :: z^3 : z'^3$, sarà finalmente $F' = \frac{Fz'}{z} \times \frac{z^3}{z'^3} = \frac{Fz^2}{z'^2}$, onde $F : F' :: z'^2 : z^2 :: \frac{1}{z^2} : \frac{1}{z'^2}$ cioè *le forze con cui sono attratti i Pianeti stanno in ragione inversa dei quadrati delle distanze o raggi vettori* come già si era accennato.

765. Non è ora punto difficile, stabilito questo teorema, di trovar la massa solare S. Chiamo T la massa terrestre, d la sua media distanza dal ☉, t il suo tempo periodico $= 31558151''$ (622), L la massa della ☽, d' la sua media distanza dalla ♁, e τ il suo tempo periodico =

FIG. 2360591'',5 (761). Se T fosse un punto solo, la forza attiva di S verso T, cioè lo sforzo di T per cadere in S sarebbe $\frac{S}{d^2}$ (764); dunque poichè $1:\frac{S}{d^2}::T:\frac{T.S}{d^2}$, sarà $\frac{T.S}{d^2}$ la somma totale della gravità o il peso (9) o la forza che spinge T verso S. Nel modo stesso sarà $\frac{T.L}{d'^2}$ la forza che spinge L verso T. Ma le forze centrali (203) esprimono anch' esse le respettive tendenze F, F' dei corpi verso il centro delle loro forze; dunque $\frac{S.T}{d^2}:\frac{T.L}{d'^2}::F:F'::\frac{d.T}{t^2}:\frac{d'.L}{\tau^2}$ (202) e perciò $S=\frac{Td^3\tau^2}{d'^3t^2}$. Ora sappiamo per la teoria delle parallassi (455) che se si chiami p la parallasse orizzontale del ☼ $= 8'',6$ (684), p' quella della ☽ $= 57'$ (prendendo tra i limiti dentro i quali si varia, il valore più conveniente alla distanza media e al medio raggio terrestre), si ha (455) $p:p'$ o piuttosto $sen\,p:sen\,p'::d':d$ e perciò $\frac{d^3}{d'^3}=\frac{sen^3 p'}{sen^3 p}=\frac{sen^3 57'}{sen^3 8'',6}$. Preso pertanto $sen\,8'',6=0,00004169205$ (L. 707. II), si avrà $log\frac{d^3}{d'^3} = 3\times8,2195811-3\times5,6200532=7,7985837$; ma $l\frac{\tau^2}{t^2}=2\times6,3730209-2\times7,4991116=7,7478186$; dunque facendo $T=1$, si ha $lS=l\frac{d^3}{d'^3}+l\frac{\tau^2}{t^2}=7,7985837+7,7478186=5,5464023=log\,351886$, onde S, cioè la massa del ☼ è 351886 maggior di quella della ♁. Collo stesso metodo si troverà la proporzione della massa Solare a quelle di ♃, di ♄ e di ♅, e si avrà ♃ $=330,6$; ♄ $=103,7$; ♅ $=17,7$; ma non potrà aversi quella di ♂, di ♀ e di ☿ perchè non hanno satelliti; onde le masse di questi Pianeti son contrassegnate con un d che vuol dir *dubbiosa*, e si pone ♂ $=0,103$ (d); ♀ $=0,95$ (d); ☿ $=0,17$ (d); ed è chiaro che lo stesso dubbio ha luogo anche nelle lor densità (11). Quanto alla massa della ☽ vedremo altrove come si deduca $=0,015$ dalla sua azione sull' acque terrestri, cioè dall' *Esto marino*, fenomeno assai notabile e di una decisa corrispondenza coi moti lunari, sensibilissimo

sotto la *zona torrida*, vale a dir nei paesi che stendonsi tra 0° e 23° 28' di latitudine australe e settentrionale. Per ora basti averlo accennato; e solamente si osservi che la massa del ☼ supera più di 800 volte la somma di tutti questi Pianeti insieme.

766 Facendosi il raggio medio dell' orbita della ♁ $=d=1$, $d'=md$ quello dell' orbita di un Pianeta P, ed r il semidiametro del ☼, poichè si trova che r sottende 16' in circa, sarà $d=r\,cot\,16'$ (451) $=215r$ e di quì $d:d'$ ovvero $1:m::215r:215mr$ lunghezza del raggio vettore d' in semidiametri solari. Che se la distanza d si voglia in raggi terrestri, posto MI il raggio della Terra $=1$, ed essendo MCI la parallasse solare $=8'',6$, nel triangolo MCI sarà CM ($=$ MG $=d$) : MI ($=1$) $::1:sen\,8'',6$; e quindi $d=$ 54.
$\frac{1}{sen\,8'',6}=23984$ in circa. Tale in fatti gli Astronomi la 1².
stabiliscono; poichè quel poco di più che darebbe il calcolo dee rifondersi sull' incertezza di 0'',2 che rimane tuttora nella parallasse solare. Chiamisi pertanto x la distanza sC del centro del ☼ S da quello del suo equilibrio con un Pianeta P situato in T; sarà (111) $d'-x:x::S:P$ cioè $d':$ 81.
$x::S+P:P$, onde $x=\frac{d'P}{S+P}=\frac{215P.mr}{351886+P}$. Sia $P=$ ♄ $=103,7$; sarà $d'=9,54=m$, e quindi $x=\ldots\ldots\frac{215\times103,7\times9,54.r}{351989,7}=0,604r$ onde il centro comune tra ♄ e il ☼ è nei $\frac{3}{5}$ in circa del raggio di quest' ultimo; quello tra ♃ e il ☼ è presso la sua superficie; e così degli altri; di modo che può concludersi che *il centro del Sistema Planetario è nel Sole o vicinissimo al Sole*.

767. Pongasi dunque in C, e sia sS lo spazio che scorre il Sole s in un istante dt, e Tt quello che scorre il Pianeta T nello stesso tempo (110, 111). Condotta st' parallela ed eguale ad St, e le normali su, Tr, sarà TCt $=$ Tst', ed S$u+tr=t'r'$, cioè il moto angolare e il *raggio vettore* di T rispetto ad s saran gli stessi o s rimanga immobile o muovasi per sS, e la somma delle du forze di s e di T eguaglierà la forza che avrebbe T essendo solo a muoversi: Dunque

FIG. 81.

1°. i Pianeti descrivono intorno al Sole orbite affatto simili a quelle che descrivono intorno al centro della comun gravità: dunque 2°. *calcolando l' orbite dei Pianeti intorno al Sole, questo dee prendersi come immobile,* poichè il piccol moto che può supporsi nel Sole non solamente non turba l' orbite dei pianeti, ma diminuisce all' opposto le loro scambievoli *perturbazioni*; così per es ♃ disturba meno ☿ attraendo insieme (16) ☿ e il ☼, che se attraesse soltanto il primo.

768. Convien per altro osservare che posto immobile il Sole, dee trasferirsi ai Pianeti la somma delle tendenze di questi in esso e di esso in loro, avendosi sempre $tr + Su = t'r'$. Dunque se la forza con cui T è spinto verso s nella distanza d è $F = tr$ (200), e quella con cui s è attratto da T è $-F' = -Su$, sarà la forza che ritiene T nella propria orbita intorno al Sole $= t'r' = tr + Su = F + F'$, cioè *la forza che ritiene un Pianeta nella sua orbita intorno al Sole eguaglia la somma delle forze che agiscono sul Pianeta immediatamente, e di quelle che agiscono sul Sole, trasportate al Pianeta mutando i segni.*

769. Dunque se T s' incontri coi Pianeti M, V nelle distanze TV, TM, la forza che ritiene T nell' orbita TP e nel punto T del raggio vettore $CT = z$, sarà composta 1°. della quantità $F + F'$; 2°. della forza dei Pianeti M, V sopra T; 3°. e delle forze di M, V verso C trasportate in T come sopra (768); poichè tanto le forze espresse per MT e VT quanto le espresse per MC e VC si risolvono al solito (99) ciascuna in due, l' una perpendicolare a TC (come MD e VE) e l' altra parallela ad essa; e quest' ultima deve aggiungersi alle forze le quali spingono T verso C; per altro i risultati che se ne ottengono, son sempre piccoli estremamente.

770. Può cercarsi ora qual debba esser la trajettoria d' un Pianeta, trascurando quì la sua massa come nulla riguardo al ☼ (765); e ciò sarà facile essendosi conosciuta la legge con cui è attratto (764). Sia essa dunque TP; sia CP =

FIG. 81.

$CP = z$ il raggio vettore, $PN = n$ la normale alla curva, r il raggio osculatore, $CQ = q$ la perpendicolare condotta dal fuoco C alla tangente PQ; siano n', r', q' i valori omologhi per un altro raggio vettore z', e siano infine F, F' le forze centrali in z, z'; avremo (764) $F : F' :: \frac{1}{z^2} : \frac{1}{z'^2} :: \frac{1}{z^2 \cdot \frac{1}{2} p} : \frac{1}{z'^2 \cdot \frac{1}{2} p}$, intendendo per $\frac{1}{2} p$ una costante che poi ci sarà di uso. Ma in qualsisia trajettoria, $F : F' :: \frac{z}{q^3 r} : \frac{z'}{q'^3 r'}$ (189); dunque $r : r' :: \frac{z^3 \cdot \frac{1}{2} p}{q^3} : \frac{z'^3 \cdot \frac{1}{2} p}{q'^3}$. Condotta ora da N la retta NR normale a CP, i triangoli simili PCQ, PRN rettangoli in Q ed R daranno $z : q :: n : PR$ che chiameremo c, onde $q = \frac{zc}{n}$, e per la stessa ragione $q' = \frac{z'c'}{n'}$. Sostituiti i valori di q^3, q'^3 nell' espressione dei raggi osculatori r, r', avremo $r : r' :: \frac{n^3 \cdot \frac{1}{2} p}{c^3} : \frac{n'^3 \cdot \frac{1}{2} p}{c'^3}$; ora, poichè supponendn $c = c'$ come nelle sezioni coniche (*L.* 887. 897. 915), si ha $r : r' :: \frac{4n^3}{p^2} : \frac{4n'^3}{p^2}$ che è precisamente l' espressione dei loro raggi osculatori (*L.* 1036), la trajettoria cercata sarà conseguentemente una sezione conica. In fatti se si supponga tale, e sia il centro di gravitazione posto nel fuoco, sostituendosi nella formula generale $F = \frac{z}{q^3 r}$ i valori di $r = \frac{n^3}{\frac{1}{4} p^2}$ e di $q = \frac{zp}{2n}$ si troverà $F = \frac{1}{z^2 \cdot \frac{1}{2} p}$. Ma le osservazioni concordi di tutti i secoli ci attestano che l' orbite planetarie son rientranti, e che i raggi vettori non son costanti; dunque necessariamente quest' *orbite sono ellissi, in uno dei cui fuochi, comune a tutte, si trova il Sole.*

Bbb

FIG.

771. Ora è evidente che per determinar l'asse trasverso $2r$ d'un'ellisse basta conoscerne il raggio vettore z e trasportare il fuoco nel vertice dell'asse stesso; poichè allora la curva svanisce, l'eccentricità e si confonde col semiasse r, l'ascissa x (presa dal vertice opposto) diventa zero, e il raggio vettore che quì si trova $r + e - \frac{ex}{r}$ (*L.* 895.), si cangia in $2r = z$. Trasporto dunque nel ver-
82. tice a il fuoco S dell'ellisse planetaria, e giacchè in tal caso ella svanisce, svaniranno con lei la velocità c di rivoluzione e l'altezza dovutale $f = \frac{c^2}{2g}$ (191); quindi chiamata a la distanza AS del fuoco S dal vertice opposto A (185), b la distanza ove la forza centrale eguaglia quella di gravità (190) ed h l'altezza dovuta alla velocità di projezione (191), si avrà $2r = z = \frac{ab^2}{b^2 - ah}$ (191), asse trasverso della curva: onde essendo l'asse conjugato $2k = 2\surd(r^2 - e^2)$ (*L.* 895) ed e ($=$ AS $-$ AC) $= a - r$, verrà $2k = 2\surd(2ar - a^2) = \frac{2a\surd ah}{\surd(b^2 - ah)}$ ed il parametro P ($= \frac{2k^2}{r}$ (L. 894)) $= \frac{4a^2h}{b^2}$, d'onde si ricava anche $k = \frac{a}{b}\surd 2rh$. Ma si noti che l'eccentricità dei Pianeti in paragone dei loro lunghissimi raggi vettori è sì piccola, se al più se ne eccettui Mercurio, che molte volte gli Astronomi prendon quest'orbite come circolari; all'opposto quelle delle Comete hanno un'eccentricità così enorme, che nel loro arco perielio, quale è quello in cui si rendon visibili a noi, la loro curva può prendersi per una parabola (*L.* 1036).

772. Nulla è più facile che determinare i valori di queste formule: e cominciando da b, cioè dalla distanza a cui il Sole eserciterebbe sui corpi una forza F eguale all'ordinaria forza di gravità sulla superficie terrestre, supposta $S = 351886$ la mole solare (765), 1 la terrestre, ed F parimente $= 1$, si avrà $\frac{S}{b^2} = F$ (764) $= 1$ e $b = \surd S = 593,2$. Determinato b e sapendosi che la distanza apogea del ☼ $= a = 24387,2$ raggi terrestri; e la perigea $= 2r - a =$

FIG.

23581,3 onde $2r = 47968,5$, si avrà riducendo la formula superiore (771) e sostituendo i valori, $h = \frac{b^2(2r - a)}{2ar} = 7,0934$: di quì il valor di $k = 23981$, quello di $\surd rk$, cioè del raggio di un circolo la cui superficie eguagli l'ellittica (*L.* 929) $= 23986$, quello di $P = 47955$: infine essendo f (191) $= h - \frac{b^2}{a} + \frac{b^2}{z} = b^2\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{2r}\right) = \frac{b^2}{z} - 7{,}3358$, fatto $z = a$, $= \surd rk$, $= 2r - a$ avremo $f = 7,0934$, $= 7,3362$, $7,5865$ nelle distanze afelia, media e perielia.

773. Con questo metodo si determineranno i valori stessi per qualunque altro Pianeta ed avremo $h' = b^2\left(\frac{2r' - a'}{2a'r'}\right)$ ed $f' = h' - \frac{b^2}{a'} + \frac{b^2}{z'}$ subito che dalle osservazioni e dal calcolo sian determinate r' ed a'. Solo si osservi che in qualunque orbita, supposto successivamente il raggio vettore $z = a$, $z' = 2r - a$ e chiamando f, f' le altezze solite corrispondenti alle celerità di rivoluzione c, c', si ha $f' = b^2\left(\frac{1}{2r - a} - \frac{1}{2r}\right) = b^2\left(\frac{a^2}{2ar(2r - a)}\right)$ ed $f = \ldots$ $b^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2r}\right) = b^2\left(\frac{(2r - a)^2}{2ar(2r - a)}\right)$, onde $f : f' :: (2r - a)^2 : a^2$ e quindi (191) $c : c' :: 2r - a : a$, cioè *la celerità perielia sta alla celerità afelia in ragione inversa delle distanze perielia ed afelia del Pianeta* come è noto per altra parte (187).

Intanto osserveremo di passaggio che essendo SC $= e = a - r$, e avendosi dalla proporzione di sopra $c' - c : c' :: 2a - 2r : a :: 2e : a$, sarà $e = \frac{a(c' - c)}{2c'}$. 82.

774. Da questo principio nasce una spiegazione assai naturale del moto ellittico e dell'allontanamento dei Pianeti dal Sole dopo il loro passaggio per il perielio. In fatti, essendo $c^2 : c'^2 :: \frac{1}{q^2} : \frac{1}{q'^2}$ (187), preso costante dt, se si concepiscan due circoli dei raggi q, q' le *forze centrifughe* in essi saranno (202) $:: \frac{c^2}{q} : \frac{c'^2}{q'} :: \frac{1}{q^3} : \frac{1}{q'^3}$ trascurando la differenza delle lor masse μ, μ' come tenuissima. Dunque nei casi ove $q = z = r \pm e$, cioè negli apsidi A, a,

FIG le forze centrifughe K, K' del Pianeta saranno $:: \frac{1}{q^3} : \frac{1}{q'^3} :: \frac{1}{(r+e)^3} : \frac{1}{(r-e)^3}$; ma le centripete F, F' (preso p per il parametro della curva) sono (764) $:: \frac{1}{\frac{1}{2}pz^2} : \frac{1}{\frac{1}{2}pz'^2} :: \frac{1}{\frac{1}{2}p(r+e)^2} : \frac{1}{\frac{1}{2}p(r-e)^2}$; dunque poichè $r^2 - k^2 = e^2$ (L. 895) onde $\frac{1}{2}p = \frac{k^2}{r} = r - \frac{e^2}{r}$ (L 894), e poichè $r - e < r - \frac{e^2}{r}$ (per esser $e > \frac{e^2}{r}$ (L. 64)), ed $r + e > r - \frac{e^2}{r}$ danno $r - e < \frac{1}{2}p$ ed $r + e > \frac{1}{2}p$, onde $\frac{1}{(r-e)^3} > \frac{1}{\frac{1}{2}p(r-e)^2}$ ed $\frac{1}{(r+e)^3} < \frac{1}{\frac{1}{2}p(r+e)^2}$, la forza centri-
82. fuga nel perielio a supererà la centripeta, e ne sarà superata nell' afelio A. Quindi si manifesta evidentemente il perchè i Pianeti arrivando al perielio comincino ad allontanarsi dal ☼; e senza pena s' intende che quantunque la differenza delle due forze $F - K = \frac{1}{z^2}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}p} - \frac{1}{z}\right)$ divenga zero quando $z = \frac{1}{2}p$ cioè quando le due forze si trovano in equilibrio, il Pianeta non intraprenderà per questo a descrivere un circolo (200), perchè il raggio vettore non è in quel caso normale alla tangente.

775. Cerchisi ora la celerità effettiva del Pianeta; e giacchè si trovò (187) $\frac{ds}{dt} = c = \frac{B}{q}$ chiamata E l' area totale della trajettoria $= \pi rk$ (L. 929), T il tempo periodico, $\frac{B}{2}$ (185) l' area descritta nel tempo t, avremo (185) $T : t :: E : \frac{B}{2} = \frac{Et}{T}$, e $B = \frac{2Et}{T} = \frac{2t\pi rk}{\sqrt{r^3}}$ (763) $= t\pi\sqrt{\frac{4k^2}{r}} = t\pi\sqrt{2p}$ (L. 894); onde $c = \frac{B}{q}$ (187) $= \ldots \frac{t\pi\sqrt{2p}}{q}$. Presa quindi un' altra trajettoria dello stesso nome e paragonando i valori omogenei E', T', t', B', c', si avrà 1°. $B : B' :: \frac{Et}{T} : \frac{E't'}{T'} :: t\sqrt{p} : t'\sqrt{p'}$; 2°. $E : E' :: T\sqrt{p} :: T'\sqrt{p'}$. 3°. $t : t' :: \frac{B}{\sqrt{p}} : \frac{B'}{\sqrt{p'}}$ e quindi $c : c' :: \frac{t\sqrt{p}}{q} : \frac{t'\sqrt{p'}}{q'}$. Fatto $t = t'$ si avrebbe $B : B' :: \sqrt{p} : \sqrt{p'}$ e $c : c' :: \frac{\sqrt{p}}{q} : \frac{\sqrt{p'}}{q'}$.

776. Segue da ciò 1°. che se il Pianeta sia in G ove $q = k$, fatto $t = 1''$ sarà $c = \frac{B}{k} = \frac{2E}{Tk} = \frac{2\pi r}{T}$ cioè (202) *all' estremità del semiasse conjugato la celerità del Pianeta nell' ellisse è quella stessa che avrebbe in un circolo del raggio* r *eguale al semiasse trasverso*. 82.

777. 2°. Che $T : T' :: \frac{E}{\sqrt{p}} : \frac{E'}{\sqrt{p'}} :: \frac{\pi rk}{k\sqrt{\frac{2}{r}}} : \frac{\pi r'k'}{k'\sqrt{\frac{2}{r'}}} :: \sqrt{r^3} : \sqrt{r'^3}$; onde se $r = r'$ sarà $T = T'$ cioè in due ellissi dello stesso asse trasverso i tempi periodici sono eguali, qualunque sia l' asse conjugato; e perciò *i Pianeti scorrono le loro ellissi nel tempo stesso in cui scorrerebbero i circoli descritti sull' asse trasverso come diametro*.

778. 3°. Che se collo stesso vertice a e col medesimo fuoco e centro S si descrivano (oltre l' ellisse) la parabola e il circolo, e nel punto a siano c, c', c'' le celerità che 83.
avrebbe un Pianeta per queste tre curve, essendo i lor parametri $p = \frac{2(r^2 - e^2)}{r}$ (L. 894), $p' = 4Sa$ (L. 883) $= 4(r \mp e)$, $p'' = 2Sa$ (L. 1036) $= 2(r \mp e)$, e $q = q' = q'' = r \mp e$, si avrà $c : c' : c'' :: \sqrt{\left(1 \pm \frac{e}{r}\right)} : \sqrt{2} : 1$, valori di cui altrove dovrem far uso.

779. Quanto alle *celerità angolari* dei Pianeti, già si sa (186) che stanno in ragione inversa dei quadrati dei raggi vettori, e basta qui solamente determinare il punto dell' orbita in cui la celerità angolare *vera* eguaglia la *media*. Sia T il tempo periodico, $d\beta'$ l' angolo descritto con moto uniforme (32) nel tempo dt e facciasi $2\pi = 360°$. Avremo $T : dt :: 2\pi : d\beta'$ e quindi $\frac{d\beta'}{dt} = \frac{2\pi}{T} = \frac{d\beta}{dt}$ (186) $= \frac{B}{z^2}$ e $z = \sqrt{\frac{B.T}{2\pi}} = \sqrt{rk}$ (775); perciò descritto col centro

FIG. 82. S e col raggio $SI = \sqrt{rk}$ il circolo IDI', saranno I, I' i punti cercati.

780. Osservazioni I. Poichè negli apsidi la forza di projezione è normale all' asse trasverso dell' orbita e al raggio vettore, è evidente che *le celerità angolari del Pianeta verso gli apsidi sono uniformi* (199). II. Se siano $\frac{d\beta}{dt}$, $\frac{d\beta'}{dt'}$ le velocità angolari in due orbite differenti e facciasi $d\beta = d\beta'$, si avrà $\frac{d\beta}{dt} : \frac{d\beta'}{dt'} :: dt' : dt$, cioè *i tempi impiegati da due Pianeti per descrivere angoli eguali in orbite differenti stanno in ragione inversa delle velocità angolari*. III. Poichè $\frac{d\beta}{dt} = \frac{2\pi}{T}$ (779) e $\frac{d\beta'}{dt'} = \frac{2\pi}{T'}$, fatto $dt = dt'$ sarà $\frac{d\beta}{dt} : \frac{d\beta'}{dt'} :: T' : T$, cioè *gli angoli descritti* in due orbite differenti *nello stesso tempo* dt, *sono in ragione inversa dei tempi periodici*.

781. Per altro alla Terra non è sensibile la velocità di un Pianeta se non in quanto se ne aumenta la longitudine geocentrica λ'; onde la differenza $d\lambda' = d\odot \pm dE$ (754) esprimerà la *velocità angolare apparente* in $1'' = dt$. Cerchisi pertanto il valor di E allorchè $d\lambda' = 0$, cioè allorchè il Pianeta dee comparire *stazionario:* e supponendo per ora prossimamente concentriche e circolari l' orbite della
80. Terra e di lui, siano z, z' ($ST, S\Gamma$) i raggi vettore dell'una ed accorciato dell'altro, t e τ i loro tempi periodici, e p l'angolo parallattico $S\Gamma T = \lambda \backsim \lambda'$ (753). Nel triangolo $ST\Gamma$ avremo (*L.* 738) $z : z' :: sen\, p : sen\, E$ e perciò $z\, sen\, E = z'\, sen\, p$; onde differenziando, $z\, dE\, cos\, E = z' dp \times cos\, p$ (perchè z e z' si suppongon costanti) e quindi $dp \times cos\, p : dE\, cos\, E :: z : z' :: sen\, p : sen\, E$, il che dà $dp : dE :: tang\, p : tang\, E$. Quindi poichè col differenziar l'equazioni $\lambda' = \odot \backsim E$ (754) e $p = \lambda \backsim \lambda'$ (753) facendo $d\lambda' = 0$, si trova $d\odot = dE$ e $dp = \pm d\lambda$, e poichè gli aumenti contemporanei di longitudine del Sole e del Pianeta, cioè $d\odot$ e $d\lambda$, sono in ragione inversa dei tempi periodici (780. III.),

FIG.

si avrà $t : \tau :: d\lambda : d\odot :: dp : dE :: tang\, p : tang\, E$; ma $t^2 : \tau^2 :: z^3 : z'^3$ (763); dunque $z^3 : z'^3 :: tang^2 p : tang^2 E$. Avendosi pertanto dalla proporzione di sopra $z^2 : z'^2 :: sen^2\, p : sen^2\, E$ se si divida per questa la precedente a termine per termine, si ha (*L.* 260) $z : z' :: \frac{1}{cos^2 p} : \frac{1}{cos^2 E} :: cos^2 E : cos\, p$, onde $cos^2 p = \frac{z'\, cos^2 E}{z}$; ma si ricava di sopra $sen^2 p = \frac{z^2\, sen^2 E}{z'^2}$; dunque $sen^2 p + cos^2 p$ $(= sen^2 E + cos^2 E) = \frac{z^2\, sen^2 E}{z'^2} + \frac{z' cos^2 E}{z}$ cioè (dividendo per $cos^2 E$) $tang^2 E + 1 = \frac{z^2\, tang^2 E}{z'^2} + \frac{z'}{z}$ e di qui $(zz'^2 - z^3)\, tang^2 E = z'^3 - zz'^2 = z'^2 (z' - z)$ d' onde infine $tang^2 E = \frac{z'^2}{zz + z^2}$ ovvero facendo $z = 1$, $tang\, E = \ldots ; \frac{z'}{\sqrt{(1 + z')}}$.

Fatto anche $\sqrt{\frac{z'}{z}} = tang\, y$ si avrebbe $tang\, E = \frac{z'}{z} \times \frac{1}{\sqrt{(1 + \frac{z'}{z})}} = tang^2 y \times \frac{1}{\sqrt{(1 + tang^2 y)}} = \frac{tang^2 y}{sec\, y} = tang\, y \times sen\, y$. Perciò trovato prima coi raggi *medj* il richiesto angolo *approssimato* di elongazione, e impiegati in seguito con nuovo calcolo i raggi *veri* corrispondenti al primo valor di E, si avrà E con una precisione assai più notabile. Sostituendo a z, z' i valori di $t^{\frac{2}{3}}$, $\tau^{\frac{2}{3}}$ (763) si avrebbe un valor di E dato per mezzo dei tempi periodici.

782. Dopo tutto ciò sia $AP\alpha B$ l' orbita ellittica d' un Pianeta P, $AC = C\alpha = r = 1$ il suo semiasse maggiore, 83.
$SC = e$ l' eccentricità, $ASP = \beta$ la sua anomalia; sarà SP il raggio vettore $= z = \frac{k^2}{r - e\, cos\, \beta}$ (*L.* 895) $= \frac{r^2 - e^2}{r - e\, cos\, \beta} = \frac{1 - e^2}{1 - e\, cos\, \beta} = (1 - e^2)(1 - e\, cos\, \beta)^{-1}$ cioè riducendo in serie (*L.* 145) $(1 - e^2)(1 + e\, cos\, \beta + e^2 cos^2 \beta + e^3 cos^3 \beta +$ ec.$)$ ovvero (per esser $cos^2 \beta = \frac{1}{2} + \frac{cos\, 2\beta}{2}$ (*L.* 705), $cos^3 \beta = \frac{3\, cos\, \beta + cos\, 3\beta}{4}$ (*L.* 735.)), $z =$

$1-\frac{e^2}{2}+(e-\frac{1}{4}e^3)\cos\beta+\frac{e^2}{2}\cos 2\beta+\frac{e^3}{4}\cos 3\beta+$ ec.,
ove si osservi che in questo e in ogni altro simil caso so-
gliono omettersi tutti i termini nei quali e eccede la terza
potenza, come trascurabili anche nelle orbite le più eccen-
triche.

783. La posizione però di un Pianeta, la traccia della
sua orbita, il suo raggio vettore ec. non si posson deter-
minare senza suppor conosciuta prima la situazione degli
83 apsidi. Debba dunque trovarsene il luogo, e siano a', A'
due punti opposti dell' orbita APaBA osservati mentre il
Pianeta trovandosi in congiunzione o in opposizione, cioè
veduto nel suo luogo vero anche dalla Terra, dimostra u-
na celerità uniforme ed è perciò presso gli apsidi (780);
sia T il suo tempo periodico, t il tempo impiegato a scor-
rere per a'BA', $T-t$ quello che deve impiegare per A'Pa';
e supposta Aa la linea cercata, chiedasi il tempo t' occor-
rente per giungere dall' afelio supposto A' al vero A. E'
chiaro che di tutte le linee condotte per S, la sola SC che
passa dal centro, divide in due parti eguali l' area totale
E dell' ellisse, onde non vi è se non il tempo impiegato
da A in a e da a in A che eguagli esattamente la metà
del tempo periodico. Poichè dunque l' aree son proporzio-
nali ai tempi (185) e si ha l'area A'SA $>$ a'Sa onde l' a-
rea a'BA'Sa' $<\frac{1}{2}E$, avremo ancora $t<\frac{T}{2}$, e $T-t>\frac{T}{2}$.
Chiamando ora c, c' le celerità angolari verso il perielio
e verso l' afelio, e t'' il tempo speso per l' arco aa', avre-
mo 1°. $t':t''$ :: ASA' : aSa' :: AS^2 : aS^2 (L. 613); 2°. c :
c' :: AS^2 : aS^2 (186), onde $c:c'::t':t''=\frac{c't'}{c}$; e poichè
la differenza della semiellisse aBACa dall' area a'BA'Sa' e-
guaglia quella dei settori ASA', aSa', sarà $\frac{T}{2}-t=t'-$
$\frac{c't'}{c}$ e il tempo cercato $t'=\frac{c(T-2t)}{2(c-c')}$; onde si conosce-
ranno tanto il momento in cui giunge il Pianeta all' afelio
quanto la parte del Cielo a cui corrisponde. Fissata un' e-
poca

poca (761) dell' afelio, e paragonando colle più recenti le
più antiche osservazioni si trova il moto annuo o secolare
di questo punto, e ne è perciò nota sempre la posizione.

784. Di quì si passa naturalmente a determinare il luo-
go di un Pianeta nella sua orbita, o che è lo stesso, la sua
anomalìa vera β per un dato tempo qualunque t. Se men-
tre egli parte dal suo afelio A per l' ellisse AP, un altro 82.
Pianeta *medio* partisse da D per il circolo DQI eguale all' el-
lisse (L. 929) collo stesso tempo periodico T e con moto u-
niforme (199), e si trovasse in Q mentre il primo si tro-
va in P, sarebbero eguali l' aree APS, QSD, e l' arco QD
o l' angolo QSD $=\mu$ sarebbe *l' anomalìa media*, proporzio-
nale al tempo trascorso t e perciò sempre nota: quindi sup-
posti nel circolo e nell' ellisse due raggi vettori infinita-
mente vicini, e chiamando $d\mu$, $d\beta$ gli angoli che essi com-
prendono, descritti in un tempo eguale dt, si avrebbero
l' aree eguali $\frac{kd\mu}{2}$, $\frac{z^2 d\beta}{2}$ ovvero (782) $\sqrt{(1-e^2)}\,d\mu=$
$(1-e^2)^2(1-e\cos\beta)^{-2}d\beta$. Riducendo in serie questo
valore (L. 145), sostituendovi alle potenze dei coseni i cose-
ni degli archi multipli (L. 735), moltiplicando insieme i
fattori del secondo membro con trascurar le potenze mag-
giori di e^4 e integrando, si avrebbe $\mu=\beta+2e\,sen\,\beta+$
$\left(\frac{3}{4}e^2+\frac{1}{8}e^4\right)sen\,2\beta+\frac{1}{3}e^3\,sen^3\beta+$ ec. equazione cui
non è applicabile il metodo inverso delle serie (L. 344) e dalla
quale perciò non si può ottener con facilità il valor di β da-
to per μ. Impiegando però o il metodo delle ripetute so-
stituzioni o altro simile, troverebbesi $\beta=\mu-\Big(2e-$
$\frac{1}{4}e^3\Big)sen\,\mu+\left(\frac{5}{4}e^2-\frac{11}{24}e^4\right)sen\,2\mu-\frac{13}{12}e^3\,sen\,3\mu+$ ec.
Vedasi l' eccellente Trigonometrìa dell' egregio Sig. Cagnoli,
cui appartengono molte eleganti e comodissime regole di
calcolo delle quali facciamo uso.

785. Gli Astronomi sciolgono anche più comunemente
questo problema con un metodo men diretto, ma non me-
no utile e comodo. Sull' asse Aa come diametro si descri-

FIG. 82. va un circolo $ABaB'$ che si chiama *l' eccentrico*, e supponendo che il Pianeta vero e il medio partano unitamente da A, questo per l' eccentrico ARB, quello per l' ellisse API, posta al solito $1:\pi$ la ragion del diametro alla circonferenza ed $AC = Ca = CR = 1$, si avrà $T:t::2\pi:\mu = \frac{2t\pi}{T}$. Ciò premesso, sia l' angolo $ASP = \beta$ l' anomalìa ricercata, $SC = e$ l' eccentricità, $ACR = \varphi$ il valor dell' arco RA o dell' angolo RCA detto *anomalìa dell' eccentrico*, k il semiasse conjugato dell' orbita, E l' area totale di essa, C quella del circolo, a il settore ellittico ASP ed a' il settor circolare RSA. Poichè $E:C::k:1$ (*L.* 929) :: $PH:RH$ :: $SPA:SRA$ :: $a:a'$ e perciò $E:a::C:a'$, sarà anche (185) $T:t::C\,(=\pi\,(L.\,606)):RSA = \frac{\pi t}{T} = AR \times \frac{AC}{2} = CS \times \frac{RH}{2} = \frac{\varphi}{2} + \frac{e\,sen\,\varphi}{2}$ onde $\varphi + e\,sen\,\varphi = \frac{t}{T} \times 2\pi = \mu$, equazione da risolversi col metodo delle doppie false posizioni; ove per altro si osservi 1°. che essendo φ e μ espressioni d' arco, è necessario rendere omogeneo anche il termine $e\,sen\,\varphi$; e perciò supposto R il raggio consueto delle Tavole, si scriverà (*L.* 603) $\varphi + R^\circ \times e\,sen\,\varphi = \mu$; 2°. che le eccentricità delle quali quì si fa uso, debbon esser calcolate in parti del semiasse trasverso $= 1$, quali le abbiamo riportate nella *Tavola dei risultati astronomici* posta al fine di questo Libro.

786. Trovato φ saranno note $HC = x = cos\,\varphi$ ed $RH = sen\,\varphi$. Di più per la nota proporzione $k\ (= \sqrt{(1-e^2)}) : 1 :: HP\ (= y) : HR$, abbiamo $HR = sen\,\varphi = \frac{y}{\sqrt{(1-e^2)}}$; e poichè nel triangolo SPH si ha (*L.* 724) $tang\,\frac{1}{2}\,PSH = tang\,\frac{1}{2}\,\beta = \frac{SP - SH}{PH}$, $SP = 1 + ex\ (= 1 + e\,cos\,\varphi = z)$ ed $SH = e + x$, troveremo sostituendo questi valori, $tang\,\frac{1}{2}\,\beta = \frac{(1-e)(1-x)}{y}$; nel modo stesso $tang\,\frac{1}{2}\,RCH = tang\,\frac{1}{2}\,\varphi = \frac{1 - cos\,\varphi}{sen\,\varphi}$ (*L.* 724) $= \frac{(1-x)\sqrt{(1-e^2)}}{y}$; dunque $tang\,\frac{1}{2}\,\varphi : tang\,\frac{1}{2}\,\beta :: \sqrt{(1-e^2)} : 1-e :: \sqrt{[(1-e)(1+e)]}$

$: \sqrt{[(1-e)(1-e)]} :: \sqrt{(1+e)} : \sqrt{(1-e)}$ e perciò finalmente risulterà che *la radice quadra della distanza afelia sta alla radice quadra della distanza perielia come la tangente della semianomalìa dell' eccentrico alla tangente della semianomalìa vera* che si cercava. Frattanto potrà osservarsi 1°. che prendendo le anomalìe dal perielio, come aSP si sarebbe trovato $tang\,\frac{1}{2}\,\varphi : tang\,\frac{1}{2}\,\beta :: \sqrt{(1-e)} : \sqrt{(1+e)}$; 2°. che avendosi nel triangolo SPH FIG. 82. (*L.* 747) $z:y::1:sen\,\beta$ e inoltre come si è trovato poco sopra, essendo $y = sen\,\varphi\,\sqrt{(1-e^2)} = k\,sen\,\varphi$, sarà $z : k\,sen\,\varphi :: 1 : sen\,\beta$ e quindi $z = \frac{k\,sen\,\varphi}{sen\,\beta}$ altra espression del raggio vettore assai comoda quando son date le anomalie eccentrica e vera.

787. Intanto poichè può sempre ridursi all' eccentrico l' anomalìa vera, si troverà per qualunque grado di β il tempo t corrispondente col mezzo dell' equazione $\varphi + R^\circ \times e\,sen\,\varphi = \frac{2t\pi}{T}$ (785) che dà $t = \frac{T}{2\pi}(\varphi + R^\circ \times e\,sen\,\varphi)$.

788. La differenza tra l' anomalìa vera e la media è ciò che chiamasi *equazion del centro o dell' orbita*. Ora abbiam veduto di sopra (779) che descrivendo col centro S e col raggio $SI = \sqrt{rk}$ un circolo, la velocità vera angolare del Pianeta è eguale alla media nei punti I, I'. E' dunque certo che partito il Pianeta da A, per tutto l' arco AI la velocità media supera la vera, e all' opposto ne è superata per tutto il rimanente arco Ia; ed è certo inoltre che la somma delle differenze istantanee tra l' una e l' altra si accumulerà da A fino a I, d' onde cominciando la vera a crescere sulla media, le quantità accumulate diminuiranno, e l' equazione dell' orbita impiccolirà anch' essa, finchè in a diventerà zero come era in A. Dunque 1°. *La massima equazione sarà* nei punti I, I' *dove il raggio vettore è medio proporzionale tra i due semiassi dell' orbita*.

Essendo pertanto in questo caso $z = \sqrt{rk} = \ldots$

$\frac{k^2}{r - e \cos \beta}$ (782), avremo $e \cos \beta = r - \frac{k^2}{\sqrt{rk}} = r - k\sqrt{\frac{k}{r}}$, cioè $\cos \beta = \frac{r^2 - k\sqrt{rk}}{re}$, d' onde può ricavarsi (*L.* 705) $sen\, \frac{1}{2}\, \beta = \sqrt{\left(\frac{k\sqrt{rk} + re - r^2}{2re}\right)}$; dunque 2°. *l' equazion dell' orbita è additiva dal perielio all' afelio, e sottrattiva dall' afelio al perielio.*

789. Data dunque la situazion dell' afelio e l' *epoca* in cui vi era il Pianeta, e date l' anomalìa media (che sempre è nota) e l' equazione del centro, si conoscerà l' anomalìa vera, e quindi 1°. sommata questa colla longitudine dell' afelio (788) (detratti se occorra 360°) si avrà la longitudine vera o eliocentrica del Pianeta: 2°. e perciò essendo nota la longitudine della ♁ (751), sarà noto (753) anche l' angolo di commutazione TSΓ $= C$: 3°. e inoltre,
80. trovato l' angolo E (754), si avranno pure TΓS, TΓ, SΓ (*L.* 762) ed infine la latitudine geocentrica L' e l' eliocentrica L (753).

790. Ove si trovi $L' = 0$, sarà anche $L = 0$, cioè il Pianeta sarà nei *nodi*; e di quì la determinazione di questi punti sì interessante nel calcolo astronomico; poichè determinata per quell' istante coi metodi già accennati la longitudine eliocentrica del Pianeta, sarà questa stessa la longitudine del ☊ o del ☋ secondochè il Pianeta passa alla parte boreale ovvero all' australe dell' eclittica; finalmente se egli si osservi allorchè la sua longitudine $\lambda =$ ☊ $+ 90°$, la sua latitudine eliocentrica che si dedurrà dall' osservazione sarà la misura dell' *inclinazion dell' orbita planetaria.*

791. Null' altro resterebbe a determinarsi circa i Pianeti primarj se tutto conservasse sempre e la dimensione medesima e la medesima situazione. Ma sebbene gli assi trasversi dell' orbite, i moti medj e le medie distanze dal Sole si sian trovati invariabili, come anche han dimostrato i celebri de la Grange e la Place, nondimeno l' afelio, i nodi, l' eccentricità e l' asse conjugato cangiano respetti-

vamente luogo e misura, di modo che l' orbita d' un Pianeta non è mai a tutto rigore la stessa; e che se per comodo d' immaginazione voglia supporsi sempre in un piano medesimo, convien figurarselo in una specie di piccola oscillazione rispetto al Cielo e all' eclittica, e figurarsi la curva descritta in un tal piano come soggetta a una specie di contrazione e di dilatamento, benchè assai tenue, mentre la massima delle sue dimensioni resta invariabile.

792. Questi effetti della scambievol tendenza di ogni Pianeta nel ☼ ed in tutti gli altri, se alquanto imbarazzano il calcolo, semplicizzano ed assicurano mirabilmente la fondamental teorìa, con cui le più delicate osservazioni moderne si son trovate in un perfettissimo accordo. In fatti è manifesto che i moti di un Pianeta, quali sarebbero se egli fosse il solo a rivolgersi intorno al ☼, non posson esser gli stessi quando si avvicina ad un altro che egli attrae e da cui è attratto a vicenda. Noi non possiamo senza oltrepassar quei limiti che ci siamo prefissi, entrar nella discussione minuta di questi piccoli effetti; e basterà solamente dar quì un' idea generale delle perturbazioni, e del metodo onde si suol calcolare il moto dei nodi.

793. Sia T la ♁, M un altro Pianeta per es. ♃, C il 81.
☼, e vogliasi la perturbazione prodotta da M in T, cioè la forza che chiameremo Π, tendente ad accrescerne o diminuirne la velocità, e la forza che diremo Φ tendente a cangiare il raggio vettore di T. Supposte per maggior facilità concentriche ed in un piano medesimo le due orbite di M e di T (giacchè la loro piccola inclinazione non altera i risultati sensibilmente) e supposta immobile l' orbita del corpo attraente M, facciasi MT $= r$, TC $= z$, MC $= z'$ e si chiami m la mole del corpo M. Poichè la forza diretta che M esercita sopra T è $\frac{m}{r^2}$ (764), se essa risolvasi (99) nelle due forze CT, CM e si faccia $r : z :: \frac{m}{r^2} : \frac{mz}{r^3}$; sarà $\frac{mz}{r^3}$ la forza che spinge T verso C nella direzione TC: fat-

FIG. to nel modo stesso $r : z' :: \frac{m}{r^2} : \frac{mz'}{r^3}$, sarà $\frac{mz'}{r^3}$ la forza che trae T verso M nella direzion di CM o piuttosto di TA
81. parallela a CM. Ma poichè l'effetto reale della perturbazione è la differenza delle attrazioni di M e sopra T e sopra C, sarà $\frac{mz'}{r^3} - \frac{m}{z'^2}$ la forza effettiva perturbatrice di T nella direzion di TA; quindi se se n' esprima il valore colla lunghezza della retta TA, e questa forza risolvasi nuovamente in AH e HT cioè in T*b* e TH normali tra loro, supposto noto l'angolo ATH $=$ MCT $= C$ (753) si avrà $1 : sen\,C ::$ TA : AH $=$ T*b* $= \Pi = \left(\frac{mz'}{r^3} - \frac{m}{z'^2}\right) sen\,C$, *forza acceleratrice della velocità ordinaria di* T supponendo il moto del Pianeta nella direzion di TP, ed M più avanzato di lui in longitudine; poichè è chiaro che essendo il Pianeta attraente in K, T*b* diventerebbe T*b'* e sarebbe forza *ritardatrice*. Similmente si troverà $1 : cos\,C ::$ TA : TH $= \ldots$ $\left(\frac{mz'}{r^3} - \frac{m}{z'^2}\right) cos\,C$, forza tendente ad allontanar T da C lungo il raggio vettore: ma come si è veduto di sopra, il Pianeta stesso M spingeva T verso C con una forza $=$ $\frac{mz}{r^3}$; dunque *la forza vera* che avvicina T a C o *che cangia il raggio vettore* di T è $\Phi = \frac{mz}{r^3} - \left(\frac{mz'}{r^3} - \frac{m}{z'^2}\right) cos\,C$.

794. Condotta TL normale a CM, sarà CL $= z\,cos\,C$; e potendosi prendere per la gran distanza ML $=$ TM, si avrà ML $= r = z' - z\,cos\,C$, onde $\frac{1}{r^3} = (z' - z\,cos\,C)^{-3} = \frac{1}{z'^3} + \frac{3z\,cos\,C}{z'^4}$, ($L$. 145) omessi i termini seguenti come piccolissimi, il qual valore sostituito nell' espressione di Φ la rende $= \frac{mz - 3mz\,cos^2\,C}{z'^3} + \frac{3mz^2\,cos\,C}{z'^4}$, ove supposto z' molto maggior di z, divien trascurabile l'ultimo termine; e fatto $z = 1$ e $C = 0$, si trova infine $\Phi' = -\frac{2m}{z'^3}$, cioè *la forza perturbatrice* agisce allora da T verso D ed *è in ragione inversa dei cubi delle distanze del corpo perturbatore*.

795. Per quel che riguarda il moto dei nodi, sia

Q'*e*Q e l'eclittica, *c'e*C' l'orbita perturbata, ed H*m* una parte FIG.
di quella del Pianeta perturbatore, la cui attrazione fa che 78.
*c'e*C' divenga *c*EC. Chiamando H, *e* ed *m* gli angoli del triangolo H*em*, e fatto *e*H $= x$, H*m* $= y$, avremo (L. 855) $tang\,x = \frac{sen\,y}{sen\,H\,cot\,m + cos\,H\,cos\,y}$; e poichè l'angolo H è costante (considerandosi come immobile l'orbita H*m*) e posson trascurarsi le variazioni di *e* di *m*, avremo differenziando, presi costanti *m* ed H, $\frac{dx\,sen\,H\,cot\,m}{cos^2 x} + \frac{dx\,cos\,H\,cos\,y}{cos^2 x} - dy\,sen\,y\,cos\,H\,tang\,x = dy\,cos\,y$, cioè moltiplicando tutto per $cos^2 x$, ponendo in vece di $cot\,m$ il suo valore .... $\frac{sen\,y\,cot\,x - cos\,y\,cos\,H}{sen\,H}$ (L. 860), riducendo e dividendo tutto per $sen\,y\,cot\,x$, $dx = dy\,(cot\,y\,sen\,x\,cos\,x + cos\,H\,sen^2 x)$; che sostituendovi il valor di $cot\,y = \ldots\ldots$ $\frac{sen\,H\,cot\,e + cos\,H\,cos\,x}{sen\,x}$ (L. 855), sarà $dx = dy\,(cos\,H + sen\,H\,cos\,x\,cot\,e)$, onde infine $dy : dx$ (cioè *m*M : *e*E) $:: 1 : cos\,H + sen\,H\,cos\,x\,cot\,e$, ove x è la distanza dei nodi delle due orbite sull'eclittica, *e* l'inclinazione dell'orbita perturbata, ed H il supplemento dell'inclinazione di quella del Pianeta perturbatore.

796. Più importante è il conoscere il moto orario di un Astro in longitudine e in latitudine. Quanto al primo di questi moti, poichè nel tempo di un'ora può considerarsi uniforme l'aumento dell'anomalia vera, sarà $d\beta$ il moto richiesto, mentre $d\mu$ è l'aumento sempre conosciuto dell'anomalia media: quindi si avrà (784) $d\beta = \ldots\ldots$ $d\mu \frac{(1 - e\,cos\,\beta)^2}{\sqrt{(1 - e^2)^3}}$. Ma per ridurre, come è necessario, questo moto al piano dell'eclittica *q'eq*, sia C'*e*C l'orbita del
Pianeta, KC $= d\beta$, C*eq* $= O$ (obliquità dell'orbita), PK*h* 75.
e PC*q* due archi di latitudine, e finalmente K*h* $= L$ latitudine eliocentrica del Pianeta: e poichè il triangolo K*eh* è rettangolo in *h*, facendo *e*K $= \beta'$, *eh* $= \mu'$, C*q* $= L'$, avremo (L. 817) $tang\,\mu' = tang\,\beta'\,cos\,O$; differenziando pertanto, serbata costante O, troverassi $\frac{d\mu'}{cos^2 \mu'} = \frac{d\beta'\,cos\,O}{cos^2 \beta'}$, e

FIG. $d\mu' = d\beta' \cos O \times \frac{\cos^2 \mu'}{\cos^2 \beta'} = \frac{d\beta' \cos O}{\cos^2 L}$ (*L*. 840); ovvero, perchè in questo caso $d\beta'$ è il medesimo che $d\beta$, $d\mu' = \frac{d\beta \cos O}{\cos^2 L}$.

797. Per avere il moto orario in latitudine, poste le stesse cose, si trova (*L*. 829) $\text{sen}\, O = \frac{\text{sen}\, L}{\text{sen}\, \beta'}$ e differenziando colla solita costante O, ... $\frac{dL \cos L\, \text{sen}\, \beta' - d\beta' \,\text{sen}\, L \cos \beta'}{\text{sen}^2 \beta'} = 0 = dL \cos L\, \text{sen}\, \beta' - d\beta' \,\text{sen}\, L \cos \beta'$ e di quì $dL = d\beta' \,\text{tang}\, L \cot \beta'$ cioè per esser β' eguale alla differenza tra la longitudine λ del Pianeta, e la longitudine λ☊, $dL = d\beta \,\text{tang}\, L \cot (\lambda - \lambda$☊$)$.

798. Cerchiamo ora finalmente il medio rapporto tra i tempi sinodico e periodici (760) di due Pianeti qualunque T e μ.
80. Prese al solito come circolari e concentriche le due loro orbite $r\mu q$, ETC, e chiamando t il tempo periodico del Pianeta più lento T, e τ quello del più veloce μ, suppongansi occorse due congiunzioni consecutive in ErS ed in TμS. E' chiaro che mentre il Pianeta maggiore si avanzò da E in T, il minore scorse non solamente l'orbita intera $r\mu bdr$ ma anche l'arco $r\mu$ nel tempo sinodico s, e che perciò il tempo speso per il solo spazio $r\mu$ fu $s - \tau$. Quindi chiamandosi A, a l'aree simili EST, rSμ, e C, c l'aree intere dell'orbite corrispondenti, si avrà $A : C :: s : t$ ed $a : c :: s - \tau : \tau$; ma $A : a :: C : c$; dunque $s : s - \tau :: t : \tau$ ed $s = \frac{t\tau}{t - \tau}$. Lo stesso si troverebbe, restando immobile il punto T, e movendosi S accompagnato da un Satellite μ, posto t il tempo periodico di S d'intorno a T.

Comete

799. Benchè le Comete altro non siano che Pianeti primarj (611. 750) i quali girano al par degli altri in orbite ellittiche, il cui comun fuoco è nel Sole: contuttociò la general teorìa fin quì data non è applicabile ad esse senza notabili modificazioni, e perchè i lor movimenti nulla hanno

no di quella regolarità e direzione quasi uniforme che scorgesi in tutti gli altri, e perchè restando invisibile la porzion più grande delle loro orbite non può conoscersene nè l'afelio, nè l'eccentricità, nè ciò che dipende da questi due elementi.

800. Le strane opinioni che tiranneggiarono anticamente non tanto il volgo quanto la maggior parte dei Filosofi stessi, appoggiate sull'apparente irregolarità del moto, della figura e della durata di questi corpi celesti, tennero indietro i progressi dell'Astronomìa intorno a una parte del Sistema Planetario che pure è la maggiore. E quantunque alcuni riconoscessero in ogni tempo che le Comete dovevan esser della natura medesima degli altri Pianeti e al par di loro soggette alle stesse forze e tendenze; contuttociò le trascurarono a segno che non abbiamo sopra di esse alcuna osservazione bastantemente determinata che preceda l'anno 837. Quindi benchè ci dia la Storia circa 500 apparizioni di Comete e vi sia tragli Astronomi i più moderni ed accreditati chi ne ammette con sicurezza 300 almeno e chi ne suppone delle migliaja, pure le assoggettate al calcolo fino al presente sono assai poche, nè di queste (eccettuate forse tre sole) è fissato ancora bene il periodo. Il loro disco ordinariamente apparisce mal terminato o per le fasi cui son soggette, come la Cometa del 1744, o per la lor luce debole assai se son nude, o per l'inviluppo di una materia accesa che le accompagna detta *chioma* se le circonda, *barba* se le precede e *coda* se le segue, che dirigesi sempre nella parte opposta al Sole e che i più attribuiscono all'atmosfera delle Comete medesime la quale dai raggi solari è urtata, rarefatta, e trasportata dietro al loro disco, senza che il loro piccolo cono ombroso possa distinguersi o per la gran vicinanza e grandezza del Sole (471), o per il riverbero dell'altre parti luminose che lo distruggono. Noi non ci estenderemo in dettaglj su questa o sull'altre fisiche ipotesi ed osserveremo 1°. che l'incertezza del luogo e del tempo della loro comparsa, la facilità di spa-

FIG. rire, il moto talvolta precipitoso che hanno ec. rendon più difficili le osservazioni e più bisognose di accuratezza; 2°. che quantunque scorrano per ellissi, l'enormi loro eccentricità (771) ci autorizzano a prender queste trajettorie come parabole (L. 1036.).

83. 801. Suppongasi dunque FaG un arco parabolico, porzion del corso di una Cometa, S il fuoco o il ☼, a il vertice, $Sa = r = 1 = \frac{1}{4} p$ (L. 883) la sua distanza perielia, ed $SF = \frac{1}{2} p$ (L. 883) l'ordinata in S. Descritto col raggio Sa il circolo LaR e preso in esso l'arco $aa' = \alpha$ infinitesimo, sarà l'area del piccolo settor circolare $aSa' = \frac{1}{2}\alpha$ (L. 604), quella dell'intero circolo $= \pi$ (L. 606) e il settor parabolico rettangolare $aSF = \frac{2}{3} \cdot Sa \cdot SF = \frac{4}{3}$ (L. 930). Chiamando ora x l'area parabolica descritta dalla Cometa in quel brevissimo tempo τ in cui descriverebbe la circolare aSa', queste due piccole aree saran tra loro come i due archi che le chiudono, e questi come le celerità respettive cioè $:: \sqrt{2} : 1$ (778), e perciò $1 : \sqrt{2} :: \frac{\alpha}{2} : x = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}$. Posto ciò, sia T il tempo necessario alla Cometa per giungere a 90° d'anomalìa (che quì dee prendersi dal perielio (760. 799)), e T' il tempo periodico necessario a scorrere il circolo LaR, si avrà $\pi : \frac{\alpha}{2} :: T' : \tau = \frac{\alpha T'}{2\pi}$, e quindi $\tau \left(= \frac{\alpha T'}{2\pi}\right) : T :: \frac{\alpha}{\sqrt{2}} : \frac{4}{3}$ onde $T = \frac{4T'\sqrt{2}}{6\pi} = \frac{4T'}{3\pi\sqrt{2}}$. Presa la distanza afelia $= r' = \frac{p'}{4}$ e chiamando Θ il tempo dei 90° di anomalìa, Θ' il tempo periodico dovuto al circolo dello stesso raggio r', si ha egualmente $\Theta = \frac{4\Theta'}{3\pi\sqrt{2}}$ e di quì $T : \Theta :: T' : \Theta' :: r^{\frac{3}{2}} : r'^{\frac{3}{2}} :: p^{\frac{3}{2}} : p'^{\frac{3}{2}}$ (203). Fatto dunque $T' = 365^g, 256379 =$ al tempo periodico della Terra (622), $\pi = 3,141593$ (L. 606), si avrà $T = 109^g, 6154 = 109^g, 14^{or}, 46', 10''$, cioè una Cometa la cui distanza perielia eguagliasse il raggio medio dell'orbita della ♁, giungerebbe a 90° d'anomalìa dopo questo tempo.

FIG.

802. Determinato T, si ha facilmente il tempo che impiegherà la Cometa nel giunger dal perielio a qualunque altro punto γ cioè nel descriver qualsivoglia angolo d'anomalìa $aS\gamma = \beta = aS\gamma'$. Conducansi la normale γK e l'ordinata $\gamma\lambda$; e poichè posta al solito $= x$ l'ascissa $a\lambda$, si ha $\lambda K = \frac{p}{2}$ (L. 887) $= 2aS$ (L. 883), ed $SK = \frac{p}{2} - \lambda S = \frac{p}{2} - \left(\frac{p}{4} - x\right) = \frac{p}{4} + x = S\gamma$ (L. 884) $= z$, onde $aS\gamma = \beta = SK\gamma + S\gamma K = 2SK\gamma$, chiamando t la tangente di $SK\gamma$ metà dell'anomalìa vera, si avrà nel triangolo $K\lambda\gamma$, $1 : t :: \frac{p}{2} : \lambda\gamma = \frac{pt}{2}$, e $\frac{p}{2} : \lambda\gamma :: \lambda\gamma : 2x$ suttangente in γ (L. 887): dunque $x = \frac{pt^2}{4}$, e l'area $aS\gamma = \frac{2}{3} a\lambda \times \lambda\gamma + \frac{1}{2} \lambda\gamma \times \lambda S = \frac{ptx}{12} + \frac{p^2 t}{16} = \frac{p^2 t^3}{48} + \frac{p^2 t}{16}$ ovvero (poichè $\frac{p}{4} = r = 1$ (800) e $p = 4$) $= \frac{t^3 + 3t}{3}$. Chiamisi perciò T'' il tempo cercato per ogni grado d'anomalìa, e facciasi $T = \frac{4T'}{3\pi\sqrt{2}} = 1$; e giacchè l'area rettangolare $aSF = \frac{4}{3}$ (800), si avrà $\frac{4}{3} : \frac{t^3 + 3t}{3} :: T(1) : T'' = \frac{(t^3 + 3t)}{4} T = \ldots\ldots \frac{(t^3 + 3t)\ T'}{3\pi\sqrt{2}}$, cioè (per esser $\frac{T}{4} = 27^g, 40385$) $T'' = (t^3 + 3t)\, 27,40385$. 83.

803. Che se all'opposto si voglia l'angolo dell'anomalìa per un dato tempo T'', fatto $\frac{4T''}{T} \left(= \frac{4T''}{109,6}\right) = q$, avremo $t^3 + 3t - q = 0$ e quindi (L. 392) $t = \sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + 1\right)}\right]} + \sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q^2}{4} + 1\right)}\right]} = \sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} + \ldots \frac{q}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{4}{q^2}\right)}\right]} + \sqrt[3]{\left[\frac{q}{2} - \frac{q}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{4}{q^2}\right)}\right]}$. Facciasi dunque $\frac{q}{2} = cot\, u$, e riflettendo che $1 + tang^2\, u = sec^2\, u = \frac{1}{cos^2\, u}$, avremo $t = \sqrt[3]{\left(cot\, u + cot\, u \times \frac{1}{cos\, u}\right)} + \sqrt[3]{(cot\, u -}$

$cot\ u \times \frac{1}{cos\ u}) = \sqrt[3]{\frac{1 + cos\ u}{sen\ u}} - \sqrt[3]{\frac{1 - cos\ u}{sen\ u}} = (L. 705.724)$ $\sqrt[3]{cot \frac{1}{2} u} - \sqrt[3]{tang \frac{1}{2} u}$; indi fatto $\sqrt[3]{tang \frac{1}{2} u} = tang\ \omega$, sarà $t = cot\ \omega - tang\ \omega = \frac{cos^2 \omega - sen^2 \omega}{sen\ \omega\ cos\ \omega} = \frac{1 - 2\ sen^2 \omega}{\frac{1}{2} sen\ 2\omega} = \frac{2\ cos\ 2\omega}{sen\ 2\omega} = 2\ cot\ 2\omega$.

804. Intanto poichè essendo data la distanza perielia $\frac{p}{4}$, è dato subito per qualunque grado β di anomalìa il raggio vettore $z = \frac{\frac{1}{4} p}{cos^2 \frac{1}{2} \beta}$ (*L.* 887); e poichè descritta col fuoco stesso qualsivoglia altra parabola A″Γ il cui parametro sia
83. p' e il raggio vettore ξ, si ha $z : \xi :: p : p'$ (887) e l'aree $aS\gamma$ ($= \beta$) ed A′SΓ ($= \beta'$) comprese dagli stessi raggi sono $:: \frac{t^3 + 3t}{3} \times \frac{p^2}{16} : \frac{t^3 + 3t}{3} \times \frac{p'^2}{16}$ (802) $:: p^2 : p'^2$; ne segue che chiamando T'', Θ'' i tempi corrispondenti alla medesima anomalìa in due trajettorie paraboliche, avremo $T'' : \Theta'' :: \frac{\beta}{\sqrt{p}} : \frac{\beta'}{\sqrt{p'}}$ (775.3°) $:: p^{\frac{3}{2}} : p'^{\frac{3}{2}} :: T : \Theta$ (800), cioè, fatto $p' = 4r'$ ed essendo $p = 4r = 4$ (800), $:: 1 : r'^{\frac{3}{2}}$, d'onde $T'' = \frac{\Theta''}{\sqrt{r'^3}}$.

805. Quindi calcolati i tempi e l'anomalìe d'una sola Cometa come quella di 109 giorni (800), questo calcolo sarà una *Tavola generale del moto delle Comete* in una trajettoria parabolica, sol che si conosca la lor distanza dal ☉ nel perielio e l'istante del loro passaggio per questo punto.

806. Suppongasi ora noti due raggi vettori $S\gamma = z$, $SE = z'$ e l'angolo $\gamma SE = \varphi = \beta' \mp \beta$, preso il segno di sopra se i raggi siano dalla stessa parte dell'asse, e quel di sotto se da parti opposte. Avremo (802) $\sqrt{z} : \sqrt{z'} :: cos \frac{\beta'}{2} : cos \frac{\beta}{2} :: cos \left(\frac{\varphi}{2} \pm \frac{\beta}{2} \right) : cos \frac{\beta}{2} :: cos \frac{\varphi}{2} cos \frac{\beta}{2} \mp sen \frac{\varphi}{2} sen \frac{\beta}{2} : cos \frac{\beta}{2}$, onde $cos \frac{\beta}{2} \times \sqrt{\frac{z}{z'}} = cos \frac{\varphi}{2} cos \frac{\beta}{2} \mp$

$sen \frac{\varphi}{2} sen \frac{\beta}{2}$; e dividendo per $sen \frac{\varphi}{2} cos \frac{\beta}{2}$, verrà $tang \frac{\beta}{2} = \pm cot \frac{\varphi}{2} \mp cosec \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{z}{z'}}$ (*L.* 699, 701, 702) il che dà il *luogo del perielio*.

807. Quadrando quest'equazione e moltiplicandola per $z' sen^2 \frac{\varphi}{2} cos^2 \frac{\beta}{2}$, sostituendo $1 - cos^2 \frac{\beta}{2}$ a $sen^2 \frac{\beta}{2}$ e riducendo, si ha $z' sen^2 \frac{\varphi}{2} = (z' + z - 2\ cos \frac{\varphi}{2} \sqrt{z'z})\ cos^2 \frac{\beta}{2}$, cioè $z'z\ sen^2 \frac{\varphi}{2} = (z' + z - 2\ cos \frac{\varphi}{2} \sqrt{z'z})\ z\ cos^2 \frac{\beta}{2}$, e infine $z\ cos^2 \frac{\beta}{2} = \frac{1}{4} p$ (778) $= \frac{z'z\ sen^2 \frac{\varphi}{2}}{z' + z - 2\ cos \frac{\varphi}{2} \sqrt{z'z}}$, *distanza perielia della Cometa*.

808. Ripresa la proporzione di sopra (806) avremo anche $\sqrt{z} + \sqrt{z'} : \sqrt{z} \backsim \sqrt{z'} :: cos \frac{1}{2} \beta' + cos \frac{1}{2} \beta : cos \frac{1}{2} \beta' \backsim cos \frac{1}{2} \beta :: cot \frac{1}{4} (\beta' + \beta) : tang \frac{1}{4} (\beta' \backsim \beta)$ (*L.* 713).

809. Segue da ciò che per determinar l'orbita di una Cometa è necessario conoscerne almen due raggi vettori e l'angolo che contengono. Ma l'ottener direttamente questi valori non è sì facile; e benchè gli Astronomi più celebri abbiano inventati parecchi metodi ingegnosissimi e di profonde vedute, tale è per altro o la loro prolissità o la loro complicazione o gli equivoci a cui possono soggiacere, o finalmente la difficoltà delle osservazioni necessarie e spesso quasi ineseguibili, che lasciando loro tutti gl'incomodi del semplice tentativo obbligano a calcoli tediosissimi e non di rado ancora d'un esito molto incerto. Quindi il più comune di tutti è il metodo delle false posizioni. Sia ♈ ♋ ♎ ♑ 84.
l'eclittica, S il ☉; ed essendosi successivamente osservato l'Astro mentre la ♁ era nei punti T, T′, T″ (di cui sian noti i raggi vettori r, r', r'') suppongansi Γ, Γ′, Γ″ le projezioni della Cometa sull'eclittica (753). Condotte SΓ e TΓ, che al solito chiameremo R, D (754), e presi coll'osservazione l'angolo ΓTS $= E$ e quello della latitudine geo-

FIG. centrica L', diasi un valore arbitrario ad R e quindi se ne deduca D (L. 767.) e si determini anche (L. 765) l'angolo parallattico TΓS e l'angolo di commutazione TSΓ =
84. C; quindi si avranno la longitudine vera λ (753), la latitudine eliocentrica L (754) e il raggio vettore z cioè SG (*fig.* 80) $= \frac{S\Gamma}{cos\,\Gamma SG} = \frac{R}{cos\,L}$. Trovati i valori omologhi relativamente a Γ' e T' si avran di nuovo la longitudine e latitudine eliocentriche, il raggio vettore z' e la differenza Λ delle longitudini, che è il moto eliocentrico della Cometa relativamente all'eclittica, nel tempo scorso tralle prime due osservazioni.

810. Con questi dati sia Π' il polo dell'ellittica cGC, sia GC $= \Lambda$, e siano Gb, CO le due latitudini eliocentriche L, L''. Se nel triangolo bOΠ' ove son noti i due lati Π'b, Π'O complementi di L, L'' e l'angolo contenuto bΠ'O $=$ GC $= \Lambda$ si determini bO (L. 859), sarà bO $= \varphi$ il moto
78. angolare della Cometa nella sua orbita: e quindi avendosi z, z' e φ, si avranno e l'anomalie respettive e la distanza perielia (807) ed oltre a ciò coll'applicazion della Tavola generale delle Comete (805) i tempi corrispondenti alle trovate anomalie, la differenza dei quali dee corrispondere esattamente all'intervallo decorso tralle due osservazioni: non lo essendo, dovran cangiarsi le posizioni, finchè la corrispondenza si ottenga. Ma poichè due punti posson esser comuni a molte parabole, e niuna può determinarsi esattamente se non con tre, convien procedere ad altre supposizioni per combinar colle prime l'osservazione in T'' (*fig.* 84) ed ottenendosi finalmente tempi corrispondenti precisamente a quelli delle tre osservazioni, la trajettoria sarà esattamente determinata. Per rendere il metodo più compendioso, e per immaginar posizioni più idonee, gli Astronomi hanno inventati dei compensi meccanici molto utili, su cui non occorre quì trattenerci.

811. Ottenuto infine dal triangolo bOΠ' l'angolo $b = a'$, saranno noti nel triangolo bGN rettangolo in G il lato bG $=$

$L = g'$, e l'angolo obliquo adjacente a', e quindi si avrà il lato N$b = h$ (L. 823), l'angolo N $= a$ (L. 824) e il lato NG $= g$ (L. 822), cioè si avrà la distanza della Cometa dal ☊, l'inclinazion dell'orbita, e la posizione del ☊ sopra l'eclittica. FIG. 78.

812. Sapendosi peraltro (800) che l'orbita parabolica non è rigorosamente quella delle Comete, si comprende bene che questi elementi son puramente approssimazioni più o meno esatte. Ora ad onta degli sforzi di Simpson e di altri Astronomi illustri per trovare un metodo certo onde ricavar da questi quelli della vera orbita ellittica, bisogna confessare che ne siam privi tuttora e che non rimane altro sicuro compenso se non quello di confrontar le Comete nuove colle già calcolate. Se la situazione del perielio e dei nodi di due di esse non differisca molto più di quello che porti la retrocessione del 0° di ♈ (622) ec. nell'intervallo del tempo scorso tra l'una e l'altra comparsa, e altronde non abbian segni notabili di dissomiglianza, potrà supporsi con molta probabilità che sieno una sola Cometa. Ma se la detta differenza ecceda i tre o quattro gradi (giacchè un'alterazione mediocre potrebbe attribuirsi alle perturbazioni sofferte per le attrazioni dei Pianeti a cui le Comete si accostano) non potran mai le due Comete credersi una sola, tanto più che si sa potersene veder varie nel tempo medesimo e nella medesima parte del Cielo. Che se si giunga alfine a conoscer con sicurezza il ritorno di una Cometa e perciò il suo tempo periodico t, chiamando T il tempo periodico della Terra, $A = 1$ il maggior diametro dell'eclittica, a quello dell'orbita ricercata, si avrà subito (763) $T^2 : t^2 :: 1 : a^3$ ed $a = \frac{t^{\frac{2}{3}}}{T^{\frac{2}{3}}}$, e quindi per esser già nota almeno prossimamente la distanza perielia, si troverà l'eccentricità e ogni altro elemento della vera trajettoria come per i Pianeti già conosciuti.

FIG.

Satelliti.

813. La Teorìa dei Satelliti non differirebbe da quella di tutti gli altri Pianeti, se questi corpi mentre girano intorno a un centro particolare non obbedissero nello stesso tempo ad altre forze considerabili. Ma tendendo essi e nel loro Pianeta primario e nel Sole insieme (750), l'uno per l'estrema sua vicinanza, l'altro per l'enorme sua mole (765) agiscon potentemente sopra il Satellite, e inducono una complicazione di moti ed una irregolarità che rende la teorìa dei Satelliti una parte delle più difficili nell'Astronomìa. Che se queste irregolarità non son così sensibili in quei di ♃ o di ♄ per la gran lontananza, lo sono però tanto nella ☽, che non siam giunti finora ad averne una teorìa sì completa e sicura come la ricercano da tanto tempo gli Osservatori. Perciò in un articolo che ad onta di quanto ci siam proposti ci condurrebbe in un'infinità di dettagli, ci limiteremo alle principali e più necessarie nozioni; rimettendoci nel di più alle grandi Opere di Astronomìa degli Autori da noi altrove citati. E siccome tutto quel che può dirsi dei Satelliti d'un Pianeta diverso dalla Terra, può facilmente applicarsi ai Satelliti di qualunque altro, parleremo quì solamente di quei di ♃ e tratteremo dipoi a parte di quei della ♁ cioè della ☽.

814. Debbasi dunque primieramente determinare il tempo periodico τ di un Satellite Σ, supposto già noto quello di Giove cioè t. Osservata una quantità sufficiente di congiunzioni o superiori o inferiori di Σ con ♃ allorchè questo è in opposizione col ☼, cioè allorchè i centri del ☼, della ♁, di Σ e di ♃ si corrispondono in una medesima direzione o piano come in S, T', f, G, se ne deduca il tem-
80. po sinodico s che tanto sarà più esatto quanto le osservazioni oltre l'esser precise sono in maggior numero e più lontane l'une dall'altre per distrugger le piccole ineguaglianze. Fatto ciò, la formula già proposta (798) darà il tempo richiesto $\tau = \frac{ts}{t+s}$.

815. Ma poichè i Satelliti attesa la piccolissima obliquità delle loro orbite e la lunghezza del cono ombroso di ♃, frequentemente si ecclissano, e il momento della metà delle loro ecclissi non differisce sensibilmente da quello della lor vera opposizione col ☼ (tale è in fatti rispetto a ♃ una congiunzion superiore), l'osservazioni di queste ecclissi riescon di maggior comodo e utilità, essendo visibili poco men che da tutti i punti dell'orbita terrestre, ed applicandosi a varj usi astronomici e geografici di gran vantaggio. Avvertiamo quì intanto che questi Astri secondarj comunemente distinguonsi per il posto che occupano relativamente al Pianeta: onde chiamasì *primo* Satellite il più vicino, *secondo* il più prossimo dopo lui, ec. se non che tra quei di ♄ essendo il 6° ed il 7° gli ultimi scoperti e insieme i meno lontani, molti Astronomi chiaman *settimo* il men discosto da ♄, *sesto* il seguente, e *primo*, *secondo* ec. gli altri cinque nel loro ordine antico, come nella Tavola che daremo tra poco.

816. Tutte le osservazioni assicurano che l'orbite dei Satelliti non hanno eccentricità sensibile, eccettuatane quella del terzo; e che in questa ancora l'eccentricità è assai piccola e per lo più trascurabile. Quindi se si misuri la distanza di ognun di essi da ♃ allorchè ne appariscono più discosti, o come suol dirsi nella massima *digressione*, questa distanza ridotta in raggi di ♃ sarà il loro *raggio vettore*. Così supposto il semidiametro di ♃ nelle sue medie distanze dalla ♁ $= 18'',625$ e trovata la massima digressione del primo Satellite $= 1'46'' = 106''$, sarà il raggio vettore $= 5,67$ semidiametri di ♃; e poichè il raggio di ♃ è circa 11 volte maggior del terrestre, sarà discosto il Satellite dal suo Pianeta circa 62 raggi terrestri.

817. Intanto paragonandosi tra di loro i tempi, i raggi vettori, e le celerità, si è trovato precisamente che nei Satelliti intorno al loro Pianeta, egualmente che nei Pianeti d'intorno al Sole, l'aree percorse son proporzionali

FIG. ai tempi, e i quadrati dei tempi periodici son proporzionali ai cubi delle medie distanze dal loro centro comune.

818. Come però la scambievol gravitazione induce delle perturbazioni tra i Pianeti primarj (791), così ne induce tra i Satelliti: anzi queste divengono talora tanto più numerose e complicate, quanto che alle vicendevoli alterazioni cagionate dagli uni negli altri, si uniscon anche le ineguaglianze dei movimenti del Pianeta primario, e le irregolarità cui lo assoggetta l' azion degli altri Pianeti in lui e di lui reciprocamente negli altri. Quindi è che l' ecclissi d' uno stesso Satellite non ritornano esattamente dopo il preciso decorso di uno o più tempi sinodici, e perciò si rendono indispensabili alcune *equazioni* che ne compensino gli errori. Ne indicheremo una sola, come la più considerabile, e che dipende dall' equazion del centro di
80. ♃. Si osservi dunque che mentre egli si muove da G in g, il suo cono ombroso dovendo esser costantemente in linea retta col ☼, deve descriver dietro al Pianeta e rispetto a lui un' anomalìa simile a quella che egli descrive nella sua orbita; e che perciò quanto sarà irregolare il suo moto progressivo, tanto irregolare sarà la misura del tempo in cui il Satellite p raggiungerà l' ombra. Ora questa ineguaglianza è corretta dall' equazion del centro di ♃: e quindi se questa si chiami e, e sia s il tempo sinodico medio, sarà $360^\circ : s :: e : k$ correzione cercata che unita ad s darà il tempo sinodico assai più prossimo al vero. La massima equazion del centro di ♃ che è $5^\circ 34' 1''$ dà la massima equazion del tempo sinodico che diremo q e si troverà nella tavola degli elementi della teorìa dei Satelliti di ♃ la quale aggiungeremo quì sotto.

819. Il raggio di ♃ è 10,86 volte maggiore di quel della ♁, e inoltre egli è 5,2 volte più distante di lei dal ☼, il quale come vedemmo (766) ne è lontano 23984 raggi terrestri. La distanza dunque di ♃ dal ☼ in raggi di ♃ sarà $d = \frac{23984 \times 5{,}2}{10{,}86} = 11484$ in circa; e poichè il calcolo delle parallassi e le Tavole danno il raggio

l del ☼ al raggio t di ♃ :: 111,45 : 10,86 :: 10,26 : 1, sarà FIG.
la lunghezza del cono ombroso di ♃ $= \frac{dt}{l - t}$ (471) $=$ 1240 raggi di ♃. Di quì può aversi non solo la sezion del cono nella regione di ciascun Satellite, ma anche le misure così lineari come angolari del diametro o delle corde della sezione medesima. Così è facile il dimostrare che alla distanza r da ♃ il semidiametro della sezione ombrosa deve essere $x = \frac{dt - r(l - t)}{d}$, ove poste le stesse cose e fatto $r = 25{,}436$ si avrebbe $x \doteq 0{,}979$ ec. Per altro, riguardo al tempo τ' occorrente per attraversare il semidiametro x, attesa la penombra e la sensibile ampiezza del disco dei Satelliti, il calcolo ci darebbe più di quello che realmente dee comparire all' osservazione; e quindi a questa principalmente si è avuto ricorso per determinare il tempo τ' speso per x cioè la *semidurata di un' ecclisse massima*, quale appunto si troverà nella Tavola promessa, deducendosi poi da τ' ogni altra durata di qualunque ecclisse, come vedremo.

820. Suppongasi ora S il ☼, G Giove, $n\Sigma hr$ l' orbita 85.
del Sasellite Σ, $n\sigma h\rho$ la projezion di quest' orbita su quella di ♃ (755), ed SN la linea de' nodi, cioè quella retta in cui essendo il Pianeta, i nodi dell' orbita del Satellite sono in dirittura col Pianeta e col ☼. E' certo che quest' orbita trasportata insieme con ♃ mantiene un parallelismo costante (non avendo i nodi dei Satelliti di ♃ quasi alcun moto relativamente alle fisse), e che perciò il Satellite non può essere in opposizione col ☼ se non allorchè la sua distanza dal nodo n, cioè $n\mathrm{G}\Sigma$, eguaglia l' angolo NSG, cioè la distanza di ♃ dalla linea dei nodi SN. Dunque 1°. l' opposizioni che accadono allorchè ♃ è a 90° di distanza da SN come in G, saranno alla distanza $n\Sigma = 90^\circ$ e misureranno l' inclinazione $\Sigma n \sigma$ dell' orbita; 2°. qualunque sia il punto Σ dell' orbita, se si chiami i l' angolo $\Sigma n \sigma$, e λ l' arco $n\sigma$, sarà nel triangolo $\sigma n \Sigma$ rettangolo in Σ, $sen\ \Sigma\sigma = sen\ i\ sen\ \lambda$ (L. 816) $= \Sigma\sigma$, e $\Sigma\sigma$ può dirsi con somma ap-

FIG.

prossimazione la latitudine Iovicentrica di Σ, che applicata alla sezione del cono ombroso, farà conoscer, come vedremo, se debba e in qual modo debba accader l'ecclisse; 3°. e poichè la massima ecclisse accade quando il Satellite attraversa il diametro della sezione ombrosa, cioè quando è nei nodi precisamente, questa non potrà accadere se non sulla retta SN; 4°. tra la vera opposizione o congiun-
85. zione del Satellite rispetto a ♃, e la sua congiunzione superiore o inferiore rispetto alla ♁ che suppongo in N (immaginando N, G, D in linea retta) passerà la differenza corrispondente all' arco ΣD cioè all'angolo parallattico SGN di ♃ (753); 5°. e perciò non di rado l'ecclisse accaderà ora quando il Satellite ha già oltrepassato il *disco* di ♃ (come in t (Fig. 80), posta la ♁ in C), ora prima di raggiungerlo, ed anche più spesso in tale ottica obliquità che se ne scorga l'*immersione* soltanto e non l'*emersione*, o questa e non quella, e quindi convenga paragonar molte volte l'immersione in un' ecclisse coll' emersione da un' altra ecclisse diversa per dedurne i medj movimenti ec.

86. 821. Per trovar la durata d' un ecclisse, sia BN il piano dell' orbita di ♃, BMD la semisezione dell' ombra il cui raggio CD $= x$, No l' orbita del Satellite, N il suo ☊, r il suo raggio vettore espresso in raggi di ♃, i l' inclinazione ANC, λ la distanza di ♃ dalla linea dei nodi, ovvero l' arco NC (820), e quindi CA normale ad No $= sen\, i \times sen\, \lambda$ (820). Poichè r ed x son quantità omogenee espresse in parti del raggio di ♃ $= 1$ (819), si dirà 1°. $r : x :: r^{\circ} : x^{\circ}$ (*L.* 608) $:: 206265'' : 206265'' \times x = g$; 2°. movendosi con ♃ il suo cono ombroso nel tempo stesso che lo attraversa il Satellite ed aumentandosi perciò di una quantità n la durata dell'ecclisse colla medesima proporzione con cui si aumenta il tempo sinodico s sul periodico τ, o che è lo stesso, l' arco descritto nel tempo $s - \tau$ rispetto ai 360°, è facile dimostrare che $s - \tau : n :: 360° : x$; e perciò 360° ($= 1296000''$): $s :: r^{\circ}$ ($= 206265''$) : y tempo impiegato dal Satellite a scorrere un arco eguale al raggio r; 3°. $1 : CA$ ($= sen\, i\; sen\, \lambda$) ::

FIG. 86.

$y : y\; sen\, i\; sen\, \lambda$, espression dell' arco CA in secondi di tempo; 4°. chiamando τ' la semidurata d' un' ecclisse massima (819) dedotta dall' osservazione, sarà $\tau' : y\; sen\, i\; sen\, \lambda :: Cu : CA :: 1 : cos\, u$CA, e chiamando C l' angolo uCA, si avrà finalmente 5°. $1 : sen\, C :: \tau' : \tau''$, semidurata dell' ecclisse del Satellite per uX; e si sa che il moto attribuito al Satellite è sempre la differenza dei moti suo e di ♃ considerato quì come immobile (759).

822. Benchè però e coll' accuratezza di questi metodi e colle ripetute correzioni sembrasse perfezionata la Teorìa dei Satelliti di ♃ e determinato il ritorno delle loro ecclissi; contuttociò l' accordo tra i calcoli e l' osservazione non era punto costante, e le vere ecclissi accadevano ora più presto ed ora più tardi di quel che si era supposto. Furono inutili i tentativi per ispiegar questa irregolarità, finchè Bradley avendo osservato che vi era un certo rapporto colla diversa situazione della ♁ rispetto a ♃, trovò la vera cagione per cui i calcoli comparivano difettosi, cioè il moto progressivo della luce, che riacquistata dai Satelliti nell' emergere da un' ecclisse, impiega un tempo sensibile per propagarsi fino all' occhio dell' Osservatore, e che tanto più si ritarda quanto la distanza tra la ♁ e ♃ è maggiore. Introdotto nei calcoli un elemento di tal natura, tutto si ridusse alla precisione richiesta; e con una tale scoperta si trovò che un raggio lucido per attraversare il semidiametro dell' orbita della ♁, cioè per giunger dalla distanza del ☼ a noi impiega 8'7'' di tempo, mentre la ♁ descrive 20'' della sua orbita. Noi abbiam già parlato altrove (462) di questo fenomeno e dell' aberrazion della luce, onde termineremo col dar la promessa Tavola degli elementi della Teorìa dei Satelliti, ove al solito r significa il raggio vettore espresso in parti del Pianeta primario, τ la rivoluzion periodica, s la sinodica, q la massima equazione di s (818), i l' inclinazion dell' orbita del Satellite su quella del Pianeta, ☊ il luogo del nodo, m il suo moto annuo, e τ' la semidurata della massima ecclisse, o sia il semidiametro x della sezione ombrosa ridotto in tempo,

Satelliti di Giove.

♃	r	τ	s	q	i	☊ nel 1780
I	5,6973	$1^{g},76914$	$1^{g},76986$	$0^{or}39'25''$	$3^{\circ}\ 18'38''$	$10^{s}\ 14^{\circ}\ 30'$
II	9,0659	3 ,55118	3 ,55410	1 19 9	3 16	10 13 45
III	14,4616	7 ,15455	7 ,16639	2 39 35	3 13 58	10 14 24
IV	25,4360	16 ,68902	16 ,75355	6 13 4	2 36	10 16 39

♃	m	τ
I	0	$1^{or}\ 7'\ 55''$
II	$2'\ 3''$	1 25 40
III	0	1 47
IV	$4'19''$	2 23

Satelliti di Saturno

♄	r	τ	s
VII	3,080	$0^{g},94271$	$0^{g},94280$
VI	3,962	1 ,37024	1 ,37040
I	4,893	1 ,88780	1 ,88813
II	6,268	2 ,73948	2 ,74017
III	8,754	4 ,51749	4 ,51939
IV	20,295	15 ,94530	15 ,96893
V	59,154	79 ,32960	79 ,91890

Satelliti d' Urano

♅	r	τ	s
I	17,022	8 ,7068	8 ,7092
II	22,752	13 ,4559	13 ,4618

Convien confessare che resta ancora qualcosa a desiderarsi per la perfezione della Teoria dei Satelliti di ♃, e molto poi per quella dei Satelliti di ♄ e di ♅. Intanto i primi già sono di un gran soccorso alla Nautica per determinare le longitudini (626).

Luna

823. Questo Satellite della ♁, sì per la sua vicinanza che rende sensibili le più piccole ineguaglianze de' suoi moti, sì per la forza con cui agisce sopra la ♁ e sulla parte più sollevata del suo equatore, per cui la ♁ soffre dei piccoli cangiamenti i quali dall'apparenza rifondonsi nella ☽, sì finalmente per le azioni moltiplicate e variabili del ☉, della ♁ stessa e dei Pianeti sopra di lei, sembra aver delusi finora i tentativi più validi degli Astronomi per fissarne compiutamente la teorìa. Non soffrendo la brevità e la natura di questi elementi che ci diffondiamo sulle numerose equazioni le quali si son dovute introdurre nel calcolo per fissare il vero luogo della ☽ nel Cielo in un dato istante (alcune delle quali o non sono ancora ben dimostrate e sicure o si appoggiano più sull' osservazione che sul raziocinio), ci contenteremo di dare in primo luogo le nozioni più interessanti dei suoi movimenti medj, dipoi quelle dei più notabili cangiamenti di essi, infine delle più sensibili conseguenze dei suoi rapporti locali rispetto al ☉ e alla ♁, cioè dell' ecclissi tanto della ☽ medesima che del ☉, e della loro riunita azione sull' acque della ♁, o sia dell' esto marino.

824. Gli Astronomi per determinar con tutta l' esattezza che era possibile le rivoluzioni e i moti lunari, e per ottenerne un valore il meno sensibile alle periodiche ineguaIità della ☽, ebber ricorso ai movimenti secolari di questo Satellite, tanto relativamente agli equinozj quanto alle fisse, alle congiunzioni, alle opposizioni ec. Così per esempio avendo trovato che in un secolo ($=36525$ *giorni* $=3155760000''$) il moto lunare rispetto agli equinozj era stato di $1732564392''$, si disse: $1732564392'' : 3155760000'' :: 360^{\circ}\ (=1296000''): x = 2360584'', 6795 = 27^{g}\ 7^{or}\ 43'\ 4'', 6795$, media rivoluzione tropica della ☽. Con questo e simili metodi, ecco gli elementi lunari che se ne son dedotti, supposta la precession secolare degli equinozj $= 1^{\circ}\ 23'\ 45''$ (622).

Rivoluzione tropica	27^{g}	7^{or}	$43'$	$4''$	, 6795
siderale	27	7	43	11	, 52588
anomalistica	27	13	18	33	, 9499
rapporto al ☊	27	5	5	35	, 6030
sinodica	29	12	44	2	, 8285
Anno lunare di 12 rivol. sinod. . .	354	8	48	35	
Rivoluzione tropica dell' *apogeo* . .	3231	8	34	57	, 6177
siderale	3232	11	11	39	, 4089

Rivoluzione tropica del *nodo* . . .	6798^{g}	4^{or}	52′	52″,0296	
siderale	6793	7	13	17	,7440

Moti diurni

Della ☽ rapporto all' equinozio . .	13°	10′	35″,027843940	
rapporto al ☼	12	11	26	,697659
dell' *apogeo* rapporto all' equinozio . .	0	6	41	,069815195
rapporto alle fisse . . .	0	6	40	,932238
del *nodo* rapporto all' equinozio —	0	3	10	,6386c3696
rapporto alle fisse . . —	0	3	10	,776180693

ove si osservi che avendo il nodo generalmente un moto retrogrado, la sua rivoluzione tropica è perciò più lunga della siderale; ed all' opposto la ☽ per questa stessa ragione ritorna al nodo più presto di quel che compia qualunque altra rivoluzione.

825. Nel modo stesso da un diligente confronto di osservazioni assai numerose si son dedotti anche gli elementi che seguono

Distanza media della ☽ dalla ♁ 86324 *leghe* = 197077692 *tese* = 60,3 raggi *medj* della ♁.

Eccentricità media (posta la media distanza = 1) = 0,05503568.

Inclinazione media dell' orbita coll' eclittica = 5°8′49″.

826. Intanto poichè variandosi la distanza della ☽ dalla ♁ varia necessariamente la sua grandezza apparente (451), non è difficile (per esser la ♁ nel fuoco dell' orbita lunare) il riconoscerne l' apogeo ed il perigeo esaminando frequentemente e accuratamente col metodo altrove indicato (601) il diametro lunare, i cui limiti già trovati tra 29′,5 e 33′,5 daranno i due punti più interessanti dell' orbita.

827. Dopo tutto questo sembra che conosciutasi per un' epoca data la situazion della ☽ e la posizion della sua orbita, si dovesse aver subito per qualunque altro tempo il luogo e il moto lunare: ma oltre alle consuete difficoltà che s' incontrano nel dedurre dai moti medj reali, vi è per la ☽ una variazione anche nei primi da un' età all' altra. Così

Così per esempio, nel nostro secolo la media rivoluzione sinodica si è trovata più breve che nei secoli addietro, e apparisce generalmente in oggi nei movimenti lunari un' accelerazione, che forse si distruggerà nel progresso, e che non potrà esser determinata se non dopo molti e molti anni di osservazione. Quest' accelerazione ha dato luogo a un' *equazion secolare* della ☽, la quale trovasi nelle Tavole tra gli altri elementi del calcolo lunare.

828. Ma senza contare che il nodo e l' apogeo della ☽ soffron talvolta una specie d' oscillazione o bilanciamento, e che gli Astronomi hanno incontrate negli elementi lunari molte piccole irregolarità non ancora ben determinate e derivanti dalla teorìa dell' universale attrazione: vi son nella ☽ certe ineguaglianze sensibili, che non possono trascurarsi e sulle quali con somma fatica e studio si son formate delle Tavole particolari. Di queste ineguaglianze son quattro le principali e si contengono nell' *equazion del centro*, nell' *evezione*, nella *variazione* e nell' *equazione annua*.

829. Quanto alla prima, ella ha avuto origine da un' osservazione, che gl' intervalli di tempo scorsi tra quelle ecclissi lunari le quali accadono nello stesso punto del cielo e nella stessa stagion dell' anno, non sono eguali tra loro, e che la ☽ tornando alle medesime fisse e in opposizione col ☼ non ha sempre lo stesso grado d' anomalìa. Inoltre se si esamini questo Satellite nel decorso di un mese, si osserva in lui ogni sette giorni un' ineguaglianza di cinque in sei gradi, che poi svanisce nei sette giorni seguenti e così di mano in mano; essendovi sempre due punti opposti nell' orbita che dividono in tempi eguali il periodo lunare, ma che non hanno una costante situazione, mentre il luogo della massima ineguaglianza si trova ad ogni rivoluzione avanzato circa 3°, di modo che il moto lunare anomalistico divien minore di $\frac{1}{120}$ del suo moto assoluto.

830. Fu chiamata *Evezione* una seconda ineguaglianza lunare per cui l' equazion del centro *calcolata* è sempre

più piccola della *vera*. Il massimo della differenza giunge a 1°,34, ed essa è generalmente proporzionale al seno del doppio dell'elongazione lunare dal ☉ meno la media angolar distanza della ☽ al suo apogeo.

831. La *Variazione* è una terza irregolarità del moto della ☽, il cui *massimo* ascende a 35',68 allorchè l'elongazion della ☽ dal ☉ è di 45°. Essa si annulla allorchè è zero ovvero = 180°, cioè nelle congiunzioni ed opposizioni, ed il suo valore è proporzionale al seno del doppio della medesima elongazione.

832. Infine l'accelerarsi il moto lunare allorchè il solare ritarda e all'opposto, ha dato luogo alla quarta ineguaglianza detta *Equazione annua*. Il suo massimo è di 11',1456, e la sua legge è precisamente la stessa che quella dell'equazion del centro, ma con un segno diverso.

833. E' fuor di dubbio che tutte queste irregolarità dipendono *specialmente* dalla variabil distanza del ☉ dalla ☽ e dalla ♁, e perciò dalla differente azione del primo sull'altre due: poichè se il raggio vettore della ♁ fosse infinito, le direzioni delle forze solari sulla ♁ e sulla ☽ sarebbero parallele, e i loro moti relativi non ne potrebbero rimanere alterati. Ma benchè la distanza del ☉ sia molto grande, pure non è tale, che la situazion respettiva di questi corpi non debba produrre una perpetua serie di cangiamenti nel loro moto. Per esempio, essendo la ☽ nelle congiunzioni più vicina al ☉ e perciò più attratta che non è la ♁, la gravità dell'una sull'altra diminuisce e il raggio vettore tende a divenir più grande; similmente nelle opposizioni lunari la ♁, comecchè più attratta dal ☉ che non è la ☽, tende a scostarsene e la trae a se con meno di forza, e quindi la reciproca gravità quì pure diminuisce e il raggio vettor della ☽ tende nel modo stesso ad estendersi: laddove nelle *quadrature* (cioè a 90° dalle congiunzioni ed opposizioni che con un nome comune chiamasi *sizigie*) tutto rimane nel naturale suo stato per l'attrazione solare. Eccederebbe i limiti che ci siamo proposti la spiegazion

dettagliata di tutti i varj fenomeni dei quali abbiamo parlato, tanto più che non pochi di essi restano ancora lasciati all'investigazione dei dotti. Basterà perciò una passeggiera applicazione alla ☽ di quelle formule che si son già trovate per le perturbazioni dei Pianeti (793). Sia dunque ρ la Luna, G la Terra, S il Sole, e perciò z il raggio vettore $G\rho$ della prima, $z' = SG$ quello della seconda, $r =$ 85.
$S\rho$ la distanza lunare dal ☉ e l'angolo $SG\rho = C$ l'elongazion della ☽. Prendo pertanto le due formule della forza $\Pi = \left(\frac{mz'}{r^3} - \frac{m}{z'^2}\right) sen\, C$, che quì è forza *ritardatrice* per esser ρ più avanzato di S (793), e della forza diminutrice del raggio vettore z, cioè $\Phi = \frac{mz}{r^3} - \left(\frac{mz'}{r^2} - \frac{m}{z'^2}\right) cos\, C$; indi condotta da ρ la ρi normale ad SG, onde $Gi = z\, cos\, C$, osservo, che attesa la gran distanza del ☉ può farsi $S\rho = Si$, cioè $r = z' - z\, cos\, C$, ed $\frac{1}{r^3} = (z' - z\, cos\, C)^{-3} =$ (L. 145) $\frac{1}{z'^3} + \frac{3z\, cos\, C}{z'^4}$, omessi gli altri termini come trascurabili senza errore. Quindi sostituiti questi valori nell'espressioni di Π e di Φ, ed avvertendo che per esser z' quasi 400 volte maggior di z, il termine $\frac{3mz^2\, cos\, C}{z'^4}$ diviene anch'esso trascurabile, e che $cos^2\, C = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\, cos\, 2C$ (L. 735), si avrà $\Pi = \frac{3mz\, sen\, C\, cos\, C}{z'^3} = \frac{3mz\, sen\, 2C}{2z'^3}$ e $\Phi = -\frac{mz}{2z'^3} - \frac{3mz\, cos\, 2C}{2z'^3}$.

834. Dunque 1°. fatto successivamente $C = 0°, = 90°, = 180°, = 270°$, sarà sempre $\Pi = 0$, cioè *la celerità ordinaria della ☽ non cangierà nè nelle quadrature nè nelle sizigie;* ma se sia $C = 45°, = 135°, = 225°, = 315°$, sarà (L. 692) $sen\, 2C = 1, = -1, = 1, = -1$, cioè *nel primo e quinto ottante dell'orbita la celerità della ☽ avrà il massimo ritardamento, e nel terzo e settimo il massimo accrescimento; e generalmente la ☽ ritarderà il suo moto andando dalle sizigie alle quadrature e lo accelererà andando dalle quadrature alle sizigie.*

FIG.

835. Dunque 2°. fatto similmente $C = 0°$, $= 90°$, $= 180°$, $= 270°$, sarà alternativamente $\Phi = -\frac{2mz}{z'^3}$ ed $= +\frac{mz}{z'^3}$, cioè *nelle sizigie la gravità della* ☽ *verso la* ♁ *avrà la massima diminuzione, e nelle quadrature il massimo aumento, in modo che questo sia la metà di quella*. Se $C = 45°$, $= 135°$ ec., sarà sempre $\Phi = -\frac{mz}{2z'^3}$. Che se si voglia il punto ove questa perturbazione si annulla, fatta $\Phi = 0$, si troverà $-\cos 2C = \frac{1}{3} =$ (L. 704. 3) $\cos 109° \, 28' \, 16''$ e $C = 54° \, 44' \, 8''$ in circa.

836. Possiamo aggiungere finalmente tra le ineguaglianze lunari anche la *librazione* che è un moto per cui la ☽ quantunque rivolga sempre la stessa faccia alla ♁, e si ruoti perciò sul proprio asse in un tempo eguale a quello della sua rivoluzion periodica, pure alternativamente manifesta e nasconde una piccola porzion del suo disco nei *lembi*, e sembra quasi oscillare in mezzo al Cielo. Questa librazione è di quattro sorte: una è diurna, nelle parti orizzontali della ☽, ed è l'effetto della sua parallasse: una è nel senso della latitudine lunare e dipende dall'inclinazion dell'asse della ☽ sopra l'eclittica: un'altra è in longitudine, ed ha per cagione l'ineguaglianze dei moti della ☽ nella sua orbita: ve n'è anche un'altra specie che segue gli effetti dell'attrazione lunare sulla sferoide terrestre. Per tutte queste combinazioni viene a scoprirsi or più or meno qualche porzione del disco lunare opposto alla ♁. Noi non ci fermeremo in ciò di vantaggio.

837. I raggi solari sempre investono più della metà della ☽ (467); ma la porzion luminosa della medesima, affatto invisibile nelle sue congiunzioni o *Novilunj* in *m*,
85. non si manifesta che appoco appoco a proporzione che cresce la sua elongazione dal ☼; cosicchè a 90° in *a* se ne vede illuminato il semicircolo occidentale e dicesi il *primo quarto*; a 180° in Σ apparisce luminoso l'intero disco e dicesi *Luna piena* o *Plenilunio*; di lì in poi se ne

sminuisce la luce, onde a 270° non se ne vede che il semicircolo orientale e dicesi l'*ultimo quarto*, e quindi di mano in mano se ne perde di nuovo affatto la vista, riproducendosi il *Novilunio*.

838. Queste *fasi* guidano di lor natura all'articolo dell'*ecclissi*: poichè se l'orbita lunare non avesse un'inclinazion sensibile sull'eclittica, è chiaro che nei plenilunj dovrebbe la ☽ immergersi nel cono ombroso della ♁, ed accaderebbe un'ecclisse lunare, e nei novilunj a vicenda il cono ombroso della ☽ investirebbe qualche porzion della ♁ e vi produrrebbe un'ecclisse solare: ma l'orbita della ☽ è sensibilmente inclinata (825), i suoi nodi cangian situazione perpetuamente (824), e la sua latitudine nelle sizigie essendo sempre diversa, rende più rare ed in apparenza più irregolari l'ecclissi.

839. Non è però che gli Astronomi non abbian trovato in esse un periodo se non rigoroso, almeno approssimato, di 18 anni e 10 giorni (i giorni son 11 se quest'intervallo include quattro anni bisestili solamente) o con più esattezza 6585 giorni e 8 ore in circa, dopo il qual tempo si può quasi con sicurezza asserire il ritorno di ecclissi simili e con simili fasi. Vi è chi ha portato a un grado anche maggiore l'approssimazione con un periodo di 521 anni, 3 ore e 3 minuti.

840. Questi periodi son utili per sapere quali congiunzioni ed opposizioni lunari debbano calcolarsi a tutto rigore per determinar l'ecclissi: poichè quanto alle fasi o lunazioni ordinarie che si registrano sulle più usuali efemeridi o *lunarj*, esse non son altro che le *medie* (le quali altrove insegneremo a trovare) o almeno poco più esatte di quelle.

841. Calcolato il tempo di una sizigia, non è difficile l'indagare se il Plenilunio o Novilunio sia ecclittico. Infatti, riguardo al primo, si sa che chiamando p' e p le parallassi della ☽ e del ☼, ed r il semidiametro apparente del secondo, la misura angolare della semisezione del

FIG. cono ombroso terrestre è $p' + p - r$ (472), la quale per
altro gli Astronomi hanno estesa a 45″ di più, a motivo
dell' atmosfera terrestre, da cui indebolendosi i raggi so-
lari che l' attraversano, viene aumentato lo spazio ombro-
so. Se dunque a $p' + p - r + 45''$ si aggiunga il semidia-
metro r' della ☽, è chiaro che questa non potrà punto ec-
clissarsi se nella sua opposizione abbia una latitudine $\Sigma\sigma =$
85. $L > p' + p - r + 45'' + r'$; di quì facendo $\Sigma\sigma = l = g'$,
$\Sigma u\sigma = i = a$, avremo (L. 826) $a\Sigma = h$ distanza della ☽
dal nodo, che dà il *limite* dell' ecclisse lunare. Che se la
latitudine L sarà $< p' + p - r + 45'' - r'$, l' ecclisse sarà
totale, cioè la ☽ s' immergerà tutta nell' ombra, e questo
darà l' altro limite: tra le due latitudini l' ecclisse sarà
parziale. Riguardo all' altra sizigìa, supposta NI la ♁ e
54. DC il ☼, se si chiami per analogìa *sezion luminosa* la se-
1ª. zione fatta in Q′ parallelamente a DC; il suo angolare se-
midiametro Q′MG sarà $p' - p + r$ (472); onde se nel No-
vilunio sarà $L > p' - p + r + r'$ non potrà esservi ecclisse
alcuna solare, laddove essendo $L < p' - p + r + r'$, sa-
ranno per qualche luogo della ♁ impediti o in tutto o in
parte i raggi solari, il che dà un' ecclisse o *totale* o *par-
ziale*. Se $L = 0$, l' ecclisse sarà *centrale*; e quì si noti 1°.
che un ecclisse solare che è totale per un luogo, non è
che parziale per un altro; 2°. che quando all' occhio dell'
Osservatore compariscono in linea retta i due centri del-
la ☽ e del ☼, ma quella non cuopre questo totalmente,
l' ecclisse chiamasi *annulare*, fenomeno però d' assai corta
durata. Intanto dalle condizioni di l potran dedursi i limi-
ti dell' ecclissi solari, come accennammo per quelli delle
lunari. Ma poichè questi limiti suppongono già trovate le
sizigìe *vere*, i moderni Astronomi gli hanno ridotti alle
medie e con assai maggior comodo hanno trovato che non
vi è ecclisse lunare se nel tempo del plenilunio medio la
distanza tra il punto opposto al ☼ e il nodo lunare è >
13° 21′, e che ve n' è una, se questa distanza sarà < 7° 47′:
parimente non vi è ecclisse solare se nel novilunio medio

il ☼ sia lontano dall' un dei nodi più di 19° 44′, e vi sarà
indubitatamente qualche ecclisse se sia più vicino di 13° 33′.
Nelle distanze intermedie il caso sarà dubbioso, e conver-
rà rintracciarne la soluzione con metodi più precisi.

842. Stabilite pertanto per certe epoche (761) le posi-
zioni del ☼ e della ☽, e dati i medj lor movimenti (624.
824) se ne avrà per qualunque istante la media situazione:
e siccome l' eguaglianza delle longitudini medie di questi
due astri fissa la lor congiunzione media o il *novilunio*, co-
sì la differenza di 6 *segni* o 180° ne determina l' opposizio-
ne media o il *plenilunio*: in ogni altro caso la differenza
della longitudine della ☽ da quella del ☼ calcolata in *tem-
po lunare* ovvero a ragione di 12° 11′ 26″,697659 per gior-
no (824) darà il tempo trascorso dopo la congiunzione; e
questo è ciò che chiamasi *Epatta* o *età della Luna*. Quin-
di vi sono l' epatte *annue*, le *mensuali* ec. che riporteremo
in una Tavola distinta sul fine del libro, della quale come
dell' altre, farem vedere nella seconda parte l' applicazione.

843. Debbano ora determinarsi le fasi di un' ecclisse
lunare, essendo dati i moti orarj h del ☼, h' della ☽ in
longitudine, e k della ☽ stessa in latitudine. Suppongasi
BMDC la semisezione del cono ombroso ove dee attraver- 86.
sarlo la ☽, BC $= x$ il semidiametro di questa sezione, BD
la sezion dell' eclittica, CM la porzion di un circolo di la-
titudine, e sia CO $= L$ la latitudine della ☽ nel punto ve-
ro d' opposizione. Se facciasi $k : h' - h :: CO : CN$ e si con-
duca NO, sarà (L. 741) $tang\, CNO = \frac{k}{h' - h}$ la tangente
dell' inclinazione (che chiamo φ) dell' *orbita relativa* NOR,
cioè della linea apparente per cui trascorre la ☽ rispetto
all' ecclittica nel tempo della fase, supposto immobile il
cono ombroso: così $\sqrt{(k^2 + (h' - h)^2)}$ che chiameremo H
sarà il moto orario lunare per l' orbita relativa. Se ora si
conduca CA normale ad LR, sarà A il *punto medio* dell' ec-
clisse (L. 492), e quindi 1°. nel triangolo ACO si avrà
AC $= L \cos \varphi$ ed AO $= L \sin \varphi$ distanza tra il vero punto

FIG. dell' opposizione e quello della metà dell' ecclisse; onde facendosi $H : 1^{or} (= 60') :: L\, sen\, \varphi : z = \frac{60' \times L\, sen\, \varphi}{H}$, sarà z l' intervallo del tempo che passa tra il momento t del plenilunio e la metà dell' ecclisse, la quale precederà t se la latitudine della ☽ è in aumento e sarà più tarda se l è in

86. diminuzione. 2°. nel triangolo ALC sia $CL = Cf + fL = x + r'$, verrà $AL = \sqrt{(CL^2 - CA^2)} = \ldots\ldots \sqrt{((x + r' + L\cos\varphi)(x + r' - L\cos\varphi))}$, d' onde viene $\frac{2 . 60' . \sqrt{((x + r' + L\cos\varphi)(x + r' - L\cos\varphi))}}{H}$, tempo della total durata dell' ecclisse, la cui metà sottratta e sommata con $t \mp z$ ne darà il principio e il fine. Così si troveranno i momenti dell' *immersione* e dell' *emersione*, nei quali la ☽ termina di essere immersa nell' ombra e comincia ad escirne, ove CL e CR divengono $x - r'$.

844. Che se l' ecclisse non è totale, dee primieramente avvertirsi che d' ordinario il diametro così del ☼ come della ☽ si suppone diviso in 12 parti eguali chiamate *digiti*, e si determina poi la quantità dell' ecclisse da quella del numero n dei digiti oscurati nel massimo effetto dell' ecclisse. Posto ciò, se l' orbita relativa è lr e il centro lunare nella metà dell' ecclisse si trova in m, sarà $Cm = L\cos\varphi$, $Cn = x$ ed $mn = L\cos\varphi - x$, e quindi $np = mp - mn = r' - L\cos\varphi + x$, e finalmente $2r' : 12^{dig.} :: r' + x - L\cos\varphi : n = \frac{6(r' + x - L\cos\varphi)}{r'}$.

845. Osservazioni 1ª. la ☽ avanti di giungere al cono ombroso dee traversar la *penombra*, da cui restando oscurata appoco appoco, passa quasi insensibilmente nell' ombra vera e lascia spesso qualche incertezza nei precisi istanti delle sue fasi; 2ª. talvolta passa semplicemente per la penombra senza toccar l' ombra vera; 3ª. vi è chi misura in digiti lunari anche la corda ux o RL; e quindi si dice che l' oscurazion della ☽ è per esempio di 24 digiti allorchè ella attraversa una corda doppia del suo diametro; 4ª. se costrui-

costruita una scala comunque, divisa in 60 parti rappresentanti i minuti e suddivisa in secondi, si prenda da essa un numero di parti corrispondenti alla misura di x per farne il raggio del circolo DMB, e a quella di L per determinarne la retta CA, e indi formato l' angolo $ONC = \varphi$ FIG. 86.
e condotta NR, si prenda Dd in parti corrispondenti ad r' e si stenda l' arco dL ec., si formerà il *tipo* o figura dell' ecclisse, da cui meccanicamente si ricaveranno le misure e quindi i tempi respettivi, tanto più esatti, con quanto maggiore accuratezza sarà costruita la figura.

846 Il calcolo d' un' ecclisse solare è alquanto più complicato che quello di una lunare, specialmente a cagion delle parallassi, le quali variano al variarsi la situazione e l' altezza della ☽, e sono anche diverse per i diversi luoghi della Terra. Omessi pertanto i metodi più laboriosi e la cui applicazione esigerebbe delle Tavole solari e lunari molto più estese di quelle che posson aver luogo sul fine di questo libro, ne tratteremo con una regola se non la più rigorosa, almeno la più facile e breve, e per gli usi civili approssimata bastantemente.

847. Sia AGBKTE la Terra, EQ il diametro dell' equatore, PP' l' asse, RmD il parallelo del luogo per cui si dee 87
calcolar l' ecclisse, AGBKT l' emisfero illuminato dal ☼ nel momento vero del novilunio, ed LX una porzion dell' orbita relativa lunare, che per maggior facilità suppongo per ora attraversar la retta CS nel punto N. S' intenderà facilmente 1°. che attesa la gran distanza del ☼, i raggi visuali CNS, BLS coi quali veggono il ☼ due Osservatori T, B, son paralleli sensibilmente tra loro, unendosi al centro solare sotto un angolo di 8'',6 (765) = OBS = p parallasse del ☼; 2°. che l' angolo CNB = NBO è la parallasse orizzontale p' della ☽, onde $NBL' = p' - p$ e quindi condotta Bnq tangente al lembo del ☼, sarà $NBn = p' - p + r$, raggio della sezione che si chiamò luminosa (841, 472) ed $NBL = p' - p + r + r'$ il limite dell' ecclisse: 3°. che essendo tutti i raggi solari normali al circolo AGBKA *projezione* dell' e-

FIG. misfero illuminato, quei raggi che cadono sulla circonferenza del parallelo RmD faranno in AGB una projezione
87. ellittica $rGdgr$, e sarà lo stesso per l'apparenza ottica o che questo parallelo presenti successivamente col suo moto diurno la sua circonferenza DmR al ☼, o che il ☼ scorra per i punti d,e,r: in fatti le apparenze ecclittiche son le stesse in V ed u, in T e C, in D e d, in R ed r ec.; 4°. che fatta la projezione di questo circolo nella regione lunare, CB diverrà NL′ e sulla superficie di questo circolo si calcoleranno gl' incontri del ☼ e della ☽, l'uno dei quali trascorre in sola apparenza la detta ellisse, l'altra realmente la taglia colla sua orbita e col suo moto; 5°. che per l'Osservatore in B l'ecclisse comincia quando la ☽ è in L e che $NBL = p' - p + r + r'$, e divien centrale quando la ☽ è giunta in L′ ec.; mentre un Osservatore in V vedendo il ☼ in tf e la ☽ in iL', scorge oscurata una porzione if del disco solare e non più, e nulla per anche apparisce agli Osservatori più lontani T,D ec.; 6°. che l'arco TQ, ovvero AP, esprimerà la declinazione δ del ☼; e quindi data la latitudine geografica $QD = l$ del parallelo DR, fatto $CB = R = 1$, si avrà $HD = \cos l$, $CH = \text{sen}\, DQ = \text{sen}\, l$, $Cd = \text{sen}\, TD = \text{sen}\,(l - \delta)$, $Ch = CH \cos PA = \text{sen}\, l \times \cos\delta$, $Cp = \cos\delta$, $Cr = \text{sen}\, RT = \text{sen}\,(PT + PD) = \text{sen}\,(180° - (l + \delta)) = \text{sen}\,(l + \delta)$, $hd = Ch - Cd = \text{sen}\,\delta \times \cos l$ semiasse minore dell'ellisse di projezione, il cui semiasse maggiore deve eguagliare $HD = \cos l$; 7°. che diviso l'arco Dm del parallelo in sei parti eguali, e l'arco de nelle loro corrispondenti, il ☼ sarà in D ovvero in d nel punto di mezzogiorno per il paese proposto, ed in m ovvero in e alle ore 6 della sera, e così del resto; onde la semiellisse gdG si potrà chiamar la parte *diurna*, e *notturna* la Grg: tutto all'opposto se δ sia negativa, cioè australe la declinazione del ☼; 8°. finalmente che supponendosi nel momento del novilunio una latitudine nella ☽, tutto sarà lo stesso, a riserva che la projezion dell'orbita relativa che prima era BA e si confondeva col diametro,

 FIG.

diverrà allora una corda comunque obliqua ZY, e passeranno in I le apparenze di B ec. 87.

848. Premesso ciò, abbiasi come per l'ecclisse lunare (843) il momento vero t della sizigia, la latitudine L della ☽, la sua parallasse p', il suo semidiametro r', l'inclinazione φ della sua orbita relativa coll'ecclittica, e il suo moto orario H per essa; e sia al solito BD la sezion 86.
dell'ecclittica, CM quella di un circolo di latitudine, e BMD la metà del circolo AGB (*fig.* 87) trasportato nella regione della ☽. Presa $D\Delta = r + r'$ e descritto il circolo $\beta\mu\Delta$, si stenda col metodo consueto (843) l'orbita relativa NZ e si conducano ai punti d'intersezione le rette CV, Cu, Cx, CZ colla normale CA. Essendo dunque $CO = L$, avremo $CA = L\cos\varphi$, $OA = L\,\text{sen}\,\varphi$, e per esser note $CV = C\Delta = p' - p + r + r'$ e $Cu = Cx = p' - p$ (847.4°), saran noti (L. 828) i lati AV ed Au ec., onde sapendosi il moto orario lunare H (843) che suppongo $= Ob$, si avranno i tempi in cui la ☽ si troverà nei diversi punti V, u, A, x, Z: quindi non attendendo per ora alla rotazion della Terra e considerando l'ecclisse in generale, la ☽ arrivata in V toccherà il *lembo occidentale* del ☼ rispetto al primo di tutti i punti terrestri che posson veder l'ecclisse: arrivata in Z lascierà il *lembo orientale* del ☼ rispetto all'ultimo di questi punti; così saranno u ed x i limiti tra cui resta l'ecclisse centrale per i vari punti sottoposti della ♁, e sarà al solito in A il mezzo dell'ecclisse generale, all'occidente di O se la latitudine L è in aumento come nella figura, ed all'oriente di O se sia in diminuzione: ove si intende che se la latitudine della ☽ sia australe o attraversi l'ecclittica, il semicircolo $\beta\mu\Delta$ dovrà roversciarsi o compirsi.

849. Ma poichè nel tempo in cui la ☽ trascorre la porzione VZ dell'orbita relativa, la ♁ gira sul proprio asse, ed ogni paese cangia situazione, non è possibile calcolar le fasi, la quantità e i momenti di un ecclisse del ☼ per un dato paese senza combinar l'apparenze del movimento

FIG.
solare durante il tempo in cui la ☽ trascorre VZ. Per ot-
tener ciò si determini in primo luogo l'angolo fatto dall'ec-
clittica col circolo di declinazione in cui si ritrova il ☼;
cioè se sia EQ l'equatore, EC l'ecclittica, il ☼ in t, Et la
74. sua longitudine $= \lambda$, Eg' $=$ EPt (L. 788) la sua ascensio-
ne retta $= A$, e l'obliquità tEg dell'ecclittica $= O$, si cer-
chi l'angolo EtP che chiamerò M. E' noto che si avrà
(L. 802) $sen\ M = \frac{sen\ A}{sen\ \lambda} = \frac{cos\ O}{cos\ \delta}$ (713.712).

850 Richiamando ora quanto si è detto di sopra circa
88 l'ellisse Gdgr di projezione (*fig.* 87), con un raggio CD $=$
$p' - p$ (847.4°) si descriva il semicircolo BMD, il cui
diametro BD rappresenti l'ecclittica, la normale CM il
circolo di latitudine steso per il centro solare, e la retta
CP, tale che sia l'angolo BCP $= M$ (849), esprima il me-
ridiano o la sua projezione, qual'è AB (*fig.* 87). Quindi
determinata la latitudine l del paese per cui si dee calco-
lare, ed applicando le dimensioni già date (847.6°) si pren-
da Cd $= sen\ (l - \delta)$, $dh = hr = sen\ \delta\ cos\ l$ e si conduca
di quà e di là la normale $hg = h$G $= cos\ l$ cioè il dia-
metro dell'ellisse di projezione o del parallelo del luogo.
Fatto ciò e prolungata CP in Q, descrivo col raggio hG
l'arco GFQ che divido in 6 parti eguali QN, NE ec., con-
ducendo l'ordinate Nq, Eu ec., e prolungandole in t, k ec.
finchè Nq : qt :: Eu : uK :: Qh : hd :: $cos\ l$: $cos\ l\ sen\ \delta$ :: 1 :
$sen\ \delta$. Prese dipoi dall'altro lato Gr le rette $hr = hd$;
$qt' = qt$, $uk' = uk$ ec. e ripetuta la stessa cosa dalla parte
opposta dgr, si otterranno i punti d, t, h, b, m che saran-
no altrettanti punti dell'ellisse di projezione e si potran-
no chiamare anche *punti orarj* per esser d la projezione
del raggio solare nel mezzogiorno (supposta gdG la parte
diurna (847.7°) dell'ellisse), t quella d'un'ora dopo, b
quella d'un'ora prima, e così del resto; di modo che si
potran segnare le ore come nella figura, cioè per esempio
X, XI, XII, I, II ec. e il centro solare si troverà esattamen-
te nei punti corrispondenti all'ore segnate. Condotta ora

FIG.
nel modo solito l'orbita della ☽ e dato il momento del no-
vilunio in O, col moto orario H, si prenda sull'orbita re- 88.
lativa una parte Oτ corrispondente allo spazio che dee
trascorrer la ☽ nel residuo di quell'ora medesima: per e-
sempio se il novilunio accaderà a $12^{or}\,42'$, si prenderà per
Oτ il tratto per cui scorrerà la ☽ in 18, e τ sarà il luogo
dov'ella si troverà a 1^{or} in punto: indi si trasporti il mo-
to orario sopra ZV dall'una e dall'altra parte di τ e si
scrivan quì parimente l'ore dell'ecclissi come 10,11,12,1,2 ec.

851. Siccome pertanto a una data ora, per esempio a
mezzogiorno, il centro del ☼ è in d e quel della ☽ in Δ,
se sia la distanza tra d e $\Delta = r + r'$, i lembi si toccheranno
e l'ecclisse principierà; se la distanza sarà maggiore, l'ec-
clisse non sarà ancor cominciata e se sia minore, come sa-
rebbe $r + r' - m$, si dirà $12 : 2r :: m : \frac{mr}{6}$ e questi saranno
i *digiti* del disco solare oscurati. E' chiaro 1°. che come
si hanno i punti b, d, t, k ec. e β, Δ, τ ec. d'ora in ora,
potrebbero aversi nel modo stesso di minuto in minuto; 2°.
che fatta con tutta l'accuratezza possibile una figura con
queste regole in grande ben proporzionata, il solo compas-
so può far trovare i momenti del principio, del fine, del-
la massima oscurazione ec. con una approssimazione più
che mediocre.

852 Ma per determinar più precisamente col calcolo e
colle regole trigonometriche queste quantità, si cerchino
le distanze $b\beta$ e $t\tau$ per le ore 11 ed 1. Chiamisi h
l'arco QN $=$ NE $=$ EF ec., ciascuno di 15°, e supposto
$cos\ l = h$Q $= R$, l'espressione dell'ordinate Nq, Eu ec.
sarà $R\ cos\ h$, $R\ cos\ 2h$ ec. o generalmente $R\ cos\ mh = cos\ mh \times$
$cos\ l$; parimente l'espression delle ascisse hq, hu ec sarà
$Rsen\ h$, $Rsen\ 2h$ ec. o generalmente $sen\ mh\ cos\ l$. Ora poi-
chè le ascisse del circolo GFQ e dell'ellisse Gdgr son co-
muni, e l'ordinate dell'uno stanno a quelle dell'altra ::
1 : $sen\ \delta$ (847.6), è chiaro che nell'ellisse di projezione si a-
vrà (prese come nel circolo l'ascisse dal centro) $x =$

FIG. 88. $sen\ mh \cos l$ ed $y = qt = uK$ ec $= \cos mh \cos l\ sen\ \delta$, fatto $m = 1, = 2$ ec. secondo la distanza dei punti orarj da d. Condotte dunque da t e da b le normali ti, bi a Cd, sarà $m = 1$, $ti = qh = x = sen\ h \cos l = sen\ 15^\circ \cos l$ ed $hi = qt = y = \cos 15^\circ \cos l\ sen\ \delta$; onde $Ci = Ch - hi = sen\ l \cos \delta - \cos 15^\circ \cos l\ sen\ \delta$.

853. Posto ciò, e rammentando che l'angolo PCM è il complemento di M (849) e l'angolo OCA $= \varphi$ (843), ecco l'ordine delle operazioni per ottenere il valor di $t\tau$. Dal triangolo tiC rettangolo in i si ha I°. $tang\ tCi = \frac{ti}{Ci}$; II°. $Ct = \frac{ti}{sen\ tCi}$; dal triangolo CAτ rettangolo in A si ottiene III°. $tang\ AC\tau = \frac{A\tau}{CA}$; IV°. $\tau C = \frac{A\tau}{sen\ AC\tau}$; di poi V°. $AC\tau - \varphi = OC\tau$; VI°. $iCO\ (= 90^\circ - M) - OC\tau = iC\tau$; VII°. $tCi + iC\tau = tC\tau$, angolo contenuto dai due lati tC, Cτ già trovati, e quindi VIII°. (L. 767) il lato richiesto $t\tau$.

Per trovar $b\beta$ il giro è lo stesso; se non che l'angolo bCi (che ora tiene il luogo di tCi) dee sottrarsi dall'angolo iCO, ed all'angolo iCO + OCA deve aggiungersi l'angolo ACβ. Lo stesso dicasi dell'altre ore per cui la figura medesima, non che il calcolo, suggerisce i cangiamenti da farsi.

854. Avvertiremo frattanto 1°. che tutte queste misure son sempre in parti del raggio $1 = p' - p$; 2°. che quando il ☼ è nei segni ascendenti, cioè ♈, ♉, ♊, ♑, ♒, ♓ ovvero 0^s, 1, 2, 9, 10, 11, la projezione del circolo CM di latitudine è alla destra o all'occidente dell'asse CP come nella figura; e quando è nei segni discendenti ♋, ♌, ♍, ♎, ♏, ♐ ovvero 3^s, 4, 5, 6, 7, 8, CM cade alla sinistra o all'oriente di CP.

855. Tutto ciò che serve a calcolar l'ecclisse solare, serve egualmente per calcolar l'*ecclissi dei Pianeti* o piuttosto le loro *occultazioni* dietro la ☽; consistendo la differenza nel prender la somma dei moti del Pianeta e della ☽ così in longitudine come in latitudine se ambedue si muo-

vono in senso opposto, o la differenza di questi moti se vanno verso la stessa parte, per determinarne l'orbita relativa.

856. Quanto all'*occultazion delle fisse*, ecco le piccole varietà che vi sono tra la ricerca di queste ecclissi e delle solari; 1°. δ è la declinazione non più del ☼ ma della ✳; 2°. tanto la parallasse p che il semidiametro r divengono zero e il raggio $p' + p = p'$; 3°. all'ora XII. che si scrive in d sul meridiano dee sostituirsi quella del passaggio della ✳ per questo circolo; 4°. l'angolo BCP = 88. ΓCM (supposta CΓ la projezione del raggio dell'equatore) che si trovò $= \frac{\cos O}{\cos \delta}$ (849) perchè la latitudine del ☼ è zero, dee determinarsi dipendentemente dalla latitudine L' della ✳; quindi supponendola in S, e supponendo la sua latitudine $L' = SL$, si determinerà l'angolo di *posizione* ΠSP corrispondente a PCM (*fig.* 88) e complemento di M colla propor- 75 zione $sen\ \Pi S\ (\cos L') : sen\ \Pi PS\ (sen\ (90^\circ + A) = \cos A) :: sen\ \Pi P\ (sen\ O) : sen\ \Pi SP\ (= sen\ PCM$ (*fig.* 88) $= \cos M) = \frac{sen\ O \cos A}{\cos L'} =$ (698) $\frac{sen\ O \cos \lambda}{\cos \delta}$ poste A e λ l'ascensione retta e la longitudine della ✳; 5°. la retta CO esprime non più la projezione della latitudine lunare ma la differenza 88. tra quelle della ☽ e della ✳, supponendosi questa seconda in situazione sempre corrispondente al centro C; 6°. il moto orario relativo della ☽ in longitudine non è altrimenti $h' - h$ ma solamente h', ed $H = \sqrt{(k^2 + h'^2)}$; 7°. infine le distanze $t\tau$, $b\beta$ ec. che si riferivano alla somma $r + r'$ dei raggi del ☼ e della ☽ quì si riducono alla sola r'.

857. Anche i *passaggi* di ☿ o di ♀ sul disco solare nelle lor congiunzioni inferiori si trattano collo stesso metodo: onde altro non aggiungeremo, avvertendo solo che quei di ☿ sono assai più frequenti che quei di ♀: in fatti il primo dopo esser comparso il dì 7 Maggio del corrente anno 1799, vi comparirà di nuovo il dì 8 Novembre 1802, il dì 11 Novembre 1815, il dì 4 Novembre 1822, il dì 5 Maggio 1832, il dì 7 Novembre 1835 ec.; ma ♀ dopo es-

servi passata venti anni addietro, cioè il dì 3 Giugno 1769, non vi passerà che nel dì 8 Dicembre 1874, dipoi nel dì 6 Dicembre 1882, e tarderà in seguito fino al 7 Giugno 2004. Passiamo a dir qualche cosa dell'azion della ☽ sull' acque terrestri cioè dell' *Esto marino*.

858. Se per l'attrazione universale i corpi celesti turbano gli uni agli altri sensibilmente la situazione e il moto, è facile il concepire che l'acque debbono più che ogni altra materia terrestre provar l'effetto di quelle forze con cui il ☼ e la ☽ agiscono sulla ♁, per tacer degli altri Pianeti; onde un fenomeno tanto strano per gli Antichi, diventa per noi così naturale che la sua mancanza farebbe forse un ostacolo a tutta la Teorìa del Cielo fin quì stabilita.

Sotto la *Zona Torrida*, cioè nei Paesi che stendonsi tra 0° e 23° 28' di latitudine, appena si alza la ☽ di alcuni gradi sull' orizzonte, l'acque dell' Oceano cominciano il loro *flusso*, cioè si alzano appoco appoco sotto di lei e formano infine un ammasso enorme chiamato *alta marea* o *flot* che sempre aumenta finchè la ☽ lasciato il meridiano, abbia trascorso un dato arco verso Ponente; allora cominciando a cedere il fluido al proprio peso, va con un moto opposto, cioè con un *riflusso*, a riprender l'antica situazione e fa la *bassa marea* o *Iusant*, alternando in seguito questi moti perpetuamente con un' esatta corrispondenza e nel tempo e nella varietà delle altezze ai moti lunari combinati colla situazione del ☼.

859. In una materia la quale riguarda più da vicino la Nautica che l'Astronomìa, e in cui le ricerche particolari non posson farsi senza particolari Tavole e osservazioni, ci limiteremo alla nozion generale del fenomeno e alle sue variazioni diurne, mensuali ed annue, per l'intelligenza delle quali basta ormai ai nostri Studiosi tutto ciò che si è fin quì detto dell' attrazione e delle forze perturbatrici. E' dunque noto per l'osservaziani 1°. che tra due simili maree scorron regolarmente $12^{or}24'$, quante ne scorron tra due appulsi della ☽ al meridiano sopra e sotto l'orizzonte: ora è certo che l'attrazione di questo Satellite in M

allorchè inalza l'acque verso di se, le dee costringere a sollevarsi anche dalla parte opposta del globo, e perchè la 77
forza attraente diminuendo da E in C e più ancora da C in *e* (764) tende non meno a disgiunger E da C che C da *e*, e perchè a cagion della sua obliquità rispetto a P, *p* preme in questi due punti le acque verso C e toglie perciò una parte del peso ad E, e per conseguenza anche al punto opposto; 2°. che l'Esto non è sensibile nelle *Zone fredde* (cioè oltre i 66°, 32' di latitudine, limite delle *temperate*), nè dove cause particolari impediscon la libera comunicazion del moto dell' Oceano; e che allorquando questo sollevasi e forma il flusso nell' isole che sono in mezzo di lui, l'acqua abbandona all' opposto le rive molto lontane e produce in esse il riflusso; ed ecco già una delle cause dell' irregolarità dell' esto per i paesi lontani dalla zona torrida; 3°. che l'esto delle sizigie supera quel delle quadrature, dipendendo l'uno dalla somma delle attrazioni della ☽ e del ☼, l'altro dalla lor differenza (95); ove si osservi che quantunque cresca nelle quadrature la gravità della ☽ (835), cresce per la stessa ragione e con maggior misura (204) quella delle acque sottoposte a lei. Ora poichè può supporsi per replicate esperienze che poste le cose eguali, l'altezze delle maree ne' due casi siano fra loro :: $18,25^{\text{pie}}$: $8,417^{\text{pie}}$, la somma delle forze solare e lunare sarà alla lor differenza :: 18,25 : 8,417 e perciò le forze saranno :: 2,7 : 1 (*L* 196) prossimamente; 4°. che l'esto è più sensibile allorchè la ☽ è perigèa, e meno allorch' è apogèa; e che egli cresce anche più quando ella si ritrova nell' equatore ove l'acque come più remote dal centro (637) son men difficili a sollevarsi; 5°. che le maree si aumentano anche più allorchè il ☼ è perigèo, allorchè trovasi negli equinozj ec.; 6°. infine che i loro effetti sono il risultato della combinazione di questi moti e di queste fasi: cosicchè le massime maree accaderanno allorchè il

☼ e la ☽ si trovano in congiunzione, ambedue perigei, e ambedue nell' equatore.

860. Del resto un tal fenomeno rifondendosi sopra un tratto enorme di Terra (859) prende diversi aspetti, e fa che in un luogo si contino differentemente l' ore dell' alta e bassa marea, in un altro le maree sian più frequenti, in uno divengan più rare, e quà e là abbiano differenti altezze variando dai 20 fino ai 50 e ai 100 piedi. La situazione dei mari, la positura degli Stretti, il contorno dei monti, l' interruzione dell' isole, la natura delle rive, la figura e direzione dei seni, le correnti che dominano, le comunicazioni esterne o sotterranee che vi sono, i venti che vi regnano ec. sono altrettanti motivi di alterazione che si moltiplicano all' infinito. Quindi per conoscer l' ore dell' alta e bassa marea in un dato Porto, bisogna prima saperne lo *stabilimento* cioè la differenza di tempo che si ha nel giorno del novilunio o del plenilunio tra l' appulso della ☽ al meridiano e l' alta marea; e quindi cercato l' intervallo tra il giorno per cui si calcola e la più prossima fase o precedente o seguente, se ne deduce per mezzo di Tavole convenienti la quantità da aggiungersi o togliersi dallo stabilimento per aver l' ora cercata.

861. Ma ciò che può interessar più direttamente un Astronomo in quest' articolo è la misura della mole lunare, che come avvertimmo (765) deducesi dalle maree. Ora poichè posta la forza del Sole $=1$, quella della Luna è $=2{,}7$ (859) e si sa che la forza perturbatrice nella direzion del raggio vettore diminuisce in ragione inversa dei cubi delle distanze (794), se chiamisi r la distanza solare, M la sua mole $=351886$ (765), 1 la distanza lunare, m la sua mole ed f la sua forza $=2{,}7$ (859), sarà $r=\frac{sen\,57',3}{sen\,8'',6}$ (765), e la forza della ☽ trasportata nel ☼ sarà $\frac{f}{r^3}=\frac{2{,}7\times sen^3\,8'',6}{sen^3\,57',3}=0{,}0000000428$, e perciò M : m :: 1 : 0,0000000428 :: 351886 : 0,015107, come si ha nella Tavola dei risultati.

PARTE SECONDA

TEORÌA DELLE MACCHINE E DELLE APPLICAZIONI ASTRONOMICHE

Natura delle Macchine e delle Applicazioni astronomiche.

862. Tutto ciò che serve o per conoscere il tempo o per avvicinare e distinguer gli Astri, o per fissarne la situazione o per misurare gli archi e gli angoli che descrivono, o per indicarne le direzioni, chiamasi *Macchina Astronomica*. Tutto ciò che per mezzo di queste Macchine e delle scoperte a cui guidò l' uso di esse, si fa ridondare in utile o in piacere degli Uomini, dicesi *Applicazione Astronomica*. Quelle dunque abbracciano quanto i Dotti hanno inventato o possono inventare per render più semplici, più certe e più estese le loro ricerche, e queste comprendono quanto o il bisogno o il comodo o la curiosità di ciascuno può mai dedurre dalla cognizione del Cielo. Perciò è evidente che ancor volendo, ci sarebbe impossibile il render conto in questi Elementi benchè di fuga, di tutte le Macchine e di tutte le Applicazioni.

863. Inoltre se da un lato una descrizione sommaria delle Macchine è inutile, perchè appena nominate si concepiscono facilmente, dall' altro un minuto dettaglio di tutte le parti che le compongono, di tutti i delicatissimi moti a cui debbon essere adattate, della precisione estrema e finezza delle divisioni onde abbisognano acciocchè l' uso di esse sia universale e sicuro, ci porterebbe infinitamente lontani dai limiti della nostra brevità, nè forse contuttociò supplirebbe all' impotenza in cui siamo di metterle sotto gli occhi dei nostri Giovani, i quali con poco tem-

po che impieghino in un Osservatorio sufficientemente corredato, possono quasi in un'occhiata bastantemente istruirsene, ed ammirare con quanta felicità la moderna industria si è tant'oltre avanzata, da trovare ormai molto equivoche e quasi del tutto inutili quelle macchine stesse, le quali un mezzo secolo addietro passavano per esatte.

864. Lasciati pertanto da parte gli *Astrolabj*, le *Verghe astronomiche*, le *Armille equatoriali* e tanti altri antichi Strumenti, all'imperfezione dei quali suppliva appena la vastità dei talenti di chi ne usava, accenneremo soltanto ciò che forma al presente il più ordinario apparato di un Osservatore, contentandoci di dar qualche avvertenza di maggior uso. Ciò si riduce principalmente all'*Orologio*, alla *Meridiana*, al *Telescopio*, e ai *Quadranti murale*, *e mobile*.

Quanto alle Applicazioni, intendiamo di limitarci alle più comuni ed indispensabili, cioè all'uso delle principali *Tavole Astronomiche* per il calcolo dei fenomeni celesti e in specie per determinare il luogo sì della ☽ come del ☼ ec., alla distinzione esatta delle parti del giorno o sia alla costruzione dell'*Orologio solare*, e alla *formazione dell'Efemeridi* ovvero al *Calendario*.

Orologio Astronomico.

865. Dopo l'applicazione del pendolo agli Orologj (176) fatta da Ugenio (applicazione che ha resi in oggi sinonimi *Pendolo* ed *Orologio Astronomico*), non è più difficile l'ottener da queste Macchine una misura bastantemente precisa del tempo medio (622, 624). In fatti essendosi semplicizzato al maggior segno il suo meccanismo, fissata la conveniente misura al pendolo stesso (181), corrette o prevenute le alterazioni del caldo e del freddo col combinar nella verga che sostiene il peso oscillante, dei differenti metalli le cui dilatazioni o condensazioni correggansi scambievolmente, può un Astronomo lusingarsi d'un isocronismo perfetto e insieme durevole. La rivoluzion delle Fisse (616) è il vero

mezzo di assicurarsene: poichè se l'ore segnate dall'orologio negl'intervalli che passano tra i varj appulsi di una medesima fissa a uno stesso punto immobile della Sfera siano eguali, ovvero crescano o scemino proporzionalmente ai giorni trascorsi, non potrà dubitarsi dell'uniformità del moto dell'orologio, a cui allungando o scorciando il pendolo (180) finchè in un giorno sidereo scorrano $23^{or}, 56', 4'', 1$ (623), si avrà la giusta misura del tempo solare. Del resto un Astronomo è poco sollecito di veder dai suoi orologj indicata la vera ora *attuale* o il tempo medio solare, purchè sia certo del loro moto uniforme e sappia l'ora indicata nel momento del mezzogiorno vero, e quanto avanzano o ritardano quotidianamente. Suppongasi che il pendolo all'ora del mezzogiorno anticipasse d'una quantità a, e che ogni giorno acceleri di un numero di minuti m: cerco il tempo vero t d'un'osservazione fatta allorchè l'orologio indicava h^{or}. Senza l'accelerazione diurna m (la quale si rifonde proporzionalmente in tutte le parti del giorno), l'ora vera sarebbe $h - a$; ma poichè l'orologio avanza, bisogna dire; $24^{or} + m : m :: h - a : \frac{m(h-a)}{24+m}$ quantità da sottrarsi da $h - a$; e perciò si avrà $t = (h - a)\left(1 - \frac{m}{24+m}\right) = \frac{24(h-a)}{24+m}$; che se in vece dell'anticipazione a si avesse un ritardo r, è chiaro che nel modo medesimo si troverebbe $t = \frac{24(h+r)}{24-m}$; e se m pure fosse un quotidiano ritardamento, le formule rimarrebbero le stesse, mutata soltanto m in $-m$.

Esempio. Segni l'orologio a mezzogiorno $0^{or}\,3'\,59''$, nell'istante dell'osservazione $9^{or}\,30'\,57''$, ed acceleri ogni giorno di $48''$: sarà dunque $a = 3'\,59''$, $h - a = 9^{or}\,26'\,58'' = 34018''$, $m = 48''$, $24^{or} = 86400''$ e $24 + m = 86448''$; onde $t = \frac{86400 \times 34018}{86448} = \frac{1800 \times 34018}{1801} = 33999'' = 9^{or}\,26'\,39''$

Se vogliasi l'ora dell'osservazione in tempo *medio* (624) che chiamo T, supposta e l'*equazione* corrispondente al giorno che corre, e d la sua differenza da quella del di seguente, si cangierà t in T, aggiunta o sottratta e da t secondo che il mezzogiorno vero segue o precede il medio, e cercando inoltre la parte proporzionale di d corrispondente all' ora di cui si tratta, come si è fatto di m, aggiungendola o togliendola secondochè l' equazione aumenta o diminuisce.

Meridiana

89. 866. Dal centro di un foro o *gnomone* G destinato a introdurre in una stanza il raggio solare, si conduca GC normale all' orizzonte, e fissato nel punto G un sottil filo, questo si stenda orizzontalmente nella direzione la più prossima a quella del meridiano, che possa ottenersi o col mezzo di un orologio o in qualunque altro modo: indi con un pendolo ben regolato si prendano i momenti delle altezze corrispondenti del ☼ (739) e si paragoni l' istante del mezzogiorno vero col mezzogiorno indicato dalla meridiana supposta CM, dedotto dalla metà di quell' intervallo che passa tra il contatto dell' immagin del ☼ colla parte occidentale della linea allorchè vi giunge, e il contatto della medesima immagine dalla parte orientale allorchè la lascia. Questo confronto darà l' errore della posizione di CM e mostrerà la necessità di cangiarla o in Cd verso Ponente o in Cb verso Levante, per quel tanto che esige il tempo $\pm t$ del ritardo o dell' anticipazione del mezzogiorno vero rispetto a quello che indicherebbe CM. Cerchisi dunque questa quantità.

867. Immagino condotte per il centro dello gnomone l' orizzontale OR e la retta VGP tale che l' angolo PVA = PGR eguagli la latitudine l del paese, la quale suppongo cognita almeno per approssimazione; indi conduco GA normale a VP. Preso G come il centro della Terra per la picciolezza di questa e del suo raggio rispetto al Sole e alla distanza di esso (847), è evidente 1°. che GA sarà nel piano dell' equatore; 2°. che tutti i circoli orarj (616) avendo l' asse comune VP, avranno anche una comune intersezione in V; 3°. che le loro projezioni sul piano VdL sono altrettante rette le quali partono tutte da V; 4°. che condotta AN nel piano GAN dell' equatore, la porzione An sarà la tangente d' un angolo AGn preso nel circolo equatoriale, e perciò esprimente (ridotto in tempo (616)) la differenza che passa tra l' ora del mezzogiorno e quella d'un altro circolo orario la cui projezione è VL: è quì avvertirò di passaggio che se sul piano VLd si prenda AD = AG e si descriva il circolo pAq, appartenendo la tangente AN tanto a questo circolo che all' equatoriale, eguali tra loro, potrà sostituirsi rispetto ad essa il primo al secondo, non tanto per le mecchaniche operazioni quanto anche per la chiarezza delle dimostrazioni geometriche; uso che è molto frequente in Astronomìa, ma più di tutto nella Gnomonica come vedremo.

868. Posto ciò si misuri attentamente l' *altezza* GC dello gnomone ed una porzione qualunque CM dell' orizzontale VT, e sia GC $= g$, CM $= m$: avremo CGA = PGR $= l$ e perciò CA $= g \, tang \, l$, GA $= \frac{g}{cos \, l}$, VC $= g \, cot \, l$, VA = AC + CA $= g \, (cot \, l + tang \, l) =$ (L. 699. 701) $= \frac{g}{sen \, l \, cos \, l}$. Suppongasi ora che il mezzogiorno dato dalla meridiana preceda il vero di un tempo t e che l' arco dell' equatore corrispondente a questo tempo sia θ; converrà concludere che la Meridiana dee trasportarsi verso la parte orientale L per quanto esige il tempo t e l' arco θ. Sia dunque H il punto ove arriva il centro del ☼ nel vero mezzogiorno, e si prenda An = GA $\times tang \, \theta = \frac{g \, tang \, \theta}{cos \, l}$; è chiaro che stesa la retta Hn, questa sarà la vera Meridiana, ovvero qualunque altra Cb parallela ad essa in distanze non molto grandi. Per determinar dunque nH, la immagino prolungata fino al punto V per cui dee passar necessariamente (867. 2°.) e conduco Cr ed ML parallele ad An. Poichè attesa la gran vicinanza delle due rette VM, VL può farsi Vr = VC e Vn = VA, nè posson cangiarsi sen-

sibilmente i valori di VC, VA, VM trovati sopra, avremo 1°. VA:AN :: VC:Cr cioè sostituiti i detti valori, $Cr = g\ cos\ l\ tang\ \theta$; 2°. VC:Cr :: VM ($= g\ cot\ l + m$): $ML = g\ cos\ l\ tang\ \theta + m\ sen\ l\ tang\ \theta$; 3°. infine poichè Cb deve esser parallela ad rL e perciò $Lb = Cr$, la correzione cercata sarà $Mb = ML - Cr = m\ sen\ l\ tang\ \theta$. Bisogna per altro non contentarsi di questa semplice correzione e ripeter tanto le osservazioni finchè l' esperienza faccia conoscer annientato ogni errore: e ciò è ancora più necessario ove non sia per anche ben determinata la latitudine del paese.

869. Se ora, considerandosi come esatta la Meridiana CM, si prendano di quà e di là da essa sulla tangente NAN′ le porzioni $An = AG \times tang\ 15°$, $AN = AG \times tang\ 30°$, o generalmente $= AG \times tang\ h° = \frac{g\ tang\ h°}{cos\ l}$, e si conducano delle rette per Vn, VN, VN′ ec., queste saranno altrettante *linee orarie* indicanti 1^{or}, 2^{or} ec. della sera se son dalla parte orientale L, e 11^{or}, 10^{or} ec. della mattina se son dalla parte occidentale d: anzi queste rette potranno aversi praticamente con precisione forse maggiore senza condurle dal punto V, il che di fatto molte volte non è possibile; poichè conoscendosi il valor di VA e presa sulla Meridiana una parte AM tale che VA:VM :: 1 : p, facciasi la normale $ML = p \times An$, i punti n, L daranno la direzione richiesta. Su questi principj si costituiscono gli *orologi solari* di cui altrove parleremo, aggiungendo quì solamente, che se si concepiscano condotte da G due rette ad s e ad S tali che l' angolo $sGA = AGS = O$ obliquità dell' ecclittica, e si determinino $Cs = g\ tang\ (l - O)$, $CS = g\ tang\ (l + O)$, s ed S saranno i *limiti solstiziali* della Meridiana, *estivo* il primo ed *invernale* il secondo.

Del resto la Meridiana può condursi anche verticalmente, piegarsi da un piano orizzontale in un altro piano comunque, ancorchè inclinato ec. con delle facili applicazioni del metodo già proposto.

870. Finalmente ci resta da avvertire 1°. che per evitare

tare l' alterazioni a cui possono sottoporre una Meridiana in un lungo tratto di tempo o gli effetti della nutazione o i moti dell' edifizio e del piano su cui descrivesi o altre cause accidentali, gli Astronomi si curan poco d' incider sul pavimento la Meridiana, e preferiscono una *Meridiana filare* cioè formata da un filo ben teso sopra due punti stabili, l' un de' quali immobile corrisponde al centro C dello gnomone, l' altro nella parte opposta o boreale M per mezzo di un meccanismo adattato può avere un piccolo movimento orizzontale Md o Mb per cui allorchè si riscontra di tempo in tempo la direzion della linea, si può corregger qualunque minima alterazione o errore si incontri; 2°. che nel notare gli appulsi dell' immagin solare è necessaria un' attenzione assai grande per non esser delusi o dal tremore dello spettro lucido o dalla confusione delle sue penombre, e convien fissarsi nell' uno e nell' altro appulso per quanto è possibile a un grado medesimo di penombra; 3°. che perciò dee esser tale l' ampiezza o apertura dello gnomone onde colla massima immagine unisca la minima penombra. Ora ciò dipende dall' esperienza più che dal calcolo, e quindi suole asserirsi comunemente che la grandezza più adattata del foro dello gnomone dev' essere una 1000^{ma} parte della sua altezza dal pavimento. Noi non osiamo d' impugnare una sì celebre regola; possiamo per altro far testimonianza che nella Metropolitana Fiorentina ove è il più alto Gnomone dell' Europa di 277,40057 *piedi* di altezza, la sua apertura non ha di diametro che 22 *linee* ed è perciò quasi un terzo meno di quel che prescriverebbe la data regola, senza alcun notabile inconveniente; anzi noi stessi per varie osservazioni fattevi ci crediamo in grado di asserire che questo diametro si potrebbe tuttavia ristringere molto più, non solo senza che l' immagine impiccolisse o s' illanguidisse sensibilmente, ma anche col vantaggio di una notabil diminuzione delle penombre.

Telescopio.

871. La costruzione, i difetti, le correzioni, l' ingrandimento e la forza di un Telescopio o di refrazione o di riflessione sono tutti oggetti già esaminati bastantemente (574 ... 601), onde non resta se non da darsi qualche vantaggioso avvertimento ai nostri Studiosi che ne potessero usare. Si osservi dunque 1°. che per le osservazioni di alcuni Corpi celesti è necessario di premunir la pupilla dai troppo vivi insulti di una luce eccessivamente addensata. Questa cautela è indispensabile per il ☼, utilissima per la ☽ e da non omettersi neppure affatto allorchè si fissano gli occhi in ♀. A questo oggetto si pongono fra l' oculare e la pupilla dei vetri o affumicati con diligenza o coloriti più o meno secondo ciò che si osserva: mà poichè accade che questi vetri assai spesso abbiano delle imperfezioni e delle irregolarità, è necessario prima di fidarsene il porgli sull' obiettivo ove si manifesterà chiaramente se meritino o no di esser posti in uso; inoltre conviene assicurarsi che le due faccie sieno non solo piane perfettamente, ma anche parallele tra loro: ciò può rilevarsi dall' osservare l' immagine di un oggetto molto lontano e ben chiaro, riflessa assai obliquamente sul vetro in questione; se l' immagine è unica e ben distinta, i due piani son paralleli; 2°. che nelle osservazioni di certi fenomeni convien preferire i piccoli ai gran telescopj e specialmente nell' eclissi lunari. L' aumento dell' immagine non si ottiene che coll' aumento proporzionato delle penombre, e queste accrescono la difficoltà di distinguere i punti veri di occultazione del corpo ecclissato e i veri istanti in cui accadono; laddove le immagini più piccole son meglio terminate, e i limiti e l' ombre son più distinte; 3°. infine che conviene avere nei risultati un riguardo alla misura e alla forza dei telescopj di cui si fa uso. L' esperienza ha fatto conoscere che i canocchiali o telescopj più forti mostrano per es. più sollecita l' immersion di un Satellite e più tarda all' opposto la sua emersione: lo stesso è del principio e del fine d' un' ecclisse lunare ec. E' vero però che se per le conseguenze da dedursene (come per esempio la determinazion delle longitudini) non si fondino i calcoli sulle sole immersioni o sulle sole emersioni, ma sull' une e l' altre combinate insieme, il risultato sarà lo stesso anche per due Osservatori che abbiano usato Strumenti di forza assai differente.

872. Aggiungiamo qualche cosa sulla misura del campo dei telescopj. Sia AQB l' apertura o ampiezza del mi- 90.
crometro filare (601) e sia AB il filo immobile che passa per il suo centro. Scelta una Stella di piccola e nota declinazione δ, colloco il canocchiale in tal guisa che AB coincida colla sezione del suo parallelo onde la Stella sembri descriver la piccola retta AB. Quindi calcolato il tempo speso da A in B e ridotto in gradi (616), si avrà l' angolo orario h compreso trai due cerchi di declinazione che passan per A e B, come (*fig.* 74.) PA, PA′ per A, A′. Se AB fosse esattamente nel piano dell' equatore, sarebbe AB $=$ h° $=$ all' ampiezza cercata. Ma poichè si suppone che l' Astro abbia una declinazione δ, per aver AB in parti di cerchio massimo si dirà (*L.* 816) $1 : sen\,AB\ (= cos\,\delta) :: sen\,h ; sen\,h\,cos\,\delta$ ampiezza cercata del campo. Di quì la maniera di ricavare anche la distanza angolare di due astri vicini, il diametro dei Pianeti ec. col mezzo del cursore parallelo di cui già si parlò (601).

Quadranti murale e mobile.

873. Il *Quadrante*, come lo indica il suo medesimo nome, è la *quarta parte di un circolo*, graduata accuratamente onde aver coll' ultima precisione l' angolo fatto dalla verticale del luogo, o dall' orizzontale coll' asse ottico di un telescopio mobile di cui è armato il Quadrante: nel primo caso serve direttamente a misurar le *distanze al zenit*, nel secondo le *altezze*, dipendendo ciò dalla sola collocazion del principio della

divisione cioè di zero, il che è indifferente per esser un angolo il complemento dell'altro. L'essenziale del Quadrante consiste nella giusta misura dell'angolo retto, nella rigorosa eguaglianza delle divisioni e suddivisioni sopra un lembo piano perfettamente, nel vero parallelismo dell'asse ottico del telescopio (chiamato comunemente la *linea di collimazione*) col piano del Quadrante, e nell'adattata situazione di tutta la macchina. D'ordinario i Quadranti hanno due ordini di divisioni, l'una in 90° secondo l'uso comune, l'altra in 96 ovvero in 100, e quest'ultima è quella che va ad introdursi modernamente. Un angolo indicato nel tempo stesso in due differenti ordini di misura che facilmente riduconsi l'una all'altra, divien più certo ed è men soggetto ad esser mal conosciuto. Si troverà tralle nostre Tavole (pag. IV.) una facil formula di riduzione dalle parti 90^{me} del Quadrante alle 10^{me} e all'opposto. Del resto è preferibile senza dubbio un mediocre *Circolo intero* a un Quadrante benchè di raggio molto più grande, e se ne vede bene il perchè.

Tutte le condizioni accennate son comuni tanto al Quadrante mobile che al murale, giacchè il secondo non differisce dal primo che nell'esser fissato in una muraglia alzata precisamente sulla sezione del meridiano del luogo, e fermato in guisa che dei suoi lati l'uno sia normale e l'altro parallelo all'orizzonte e che il moto sia nel telescopio; laddove il Quadrante mobile può girare intorno al suo centro di gravità portando il telescopio fisso sopra un de' lati, può collocarsi in qualunque verticale ec. Ma l'ottener nei Quadranti una perfezione assoluta non è sì facile, e si sa bene quanto sia grande l'industria e la pazienza degli Astronomi così per rettificare con lunghe prove quegli strumenti medesimi ch' escon dalle mani di Artefici i più esperti ed accreditati, come per assicurarsi di aver situato tutto opportunamente. Giacchè non possono quì aver luogo tutte le cautele da praticarsi e le correzioni dei particolari

FIG.

difetti di cui può accorgersi l'Osservatore sul fatto, ci contenteremo di soggiunger un' essenziale avvertenza sul passaggio degli astri fuori della linea di collimazione, riescendo spesso che questi non attraversino precisamente il campo del telescopio nel centro, a cui soltanto si riferiscono le graduazioni del lembo.

874. Supposto AB il filo orizzontale del micrometro, è chiaro che la retta AB essendo tutta nella sezione di un cerchio massimo, non coincide coll' almicantarat ricercato se non in C, e che perciò tutti i punti di quà e di là da C son più bassi di C. Pongasi dunque che l'astro passi per D, ove l'altezza è per conseguenza minore, e si cerchi la correzione opportuna da. Sia $CD = m$ la distanza dal centro, a l'altezza indicata dal Quadrante, VC la sezione del verticale, e V lo zenit. Se si supponga da V condotto un verticale per D, sarà VD l'ipotenusa di un triangolo sferico rettangolo e si avrà (*L.* 837) $R : \cos VC\ (\mathrm{sen}\, a) :: \cos DC\ (\cos m) : \cos VD\ (\cos(VC + da) = \mathrm{sen}(a - da))$, onde $da = \mathrm{tang}\, a \left(\frac{1 - \cos m}{R}\right) =$ (*L.* 705.) $\frac{2\, \mathrm{tang}\, a}{R}\, \mathrm{sen}^2 \times \frac{m}{2}$ (ovvero facendo per la piccolezza dell' arco m, $\mathrm{sen}\frac{m}{2} = \frac{m}{2}$), $da = \frac{m^2\, \mathrm{tang}\, a}{2R} = \frac{m^2\, \mathrm{tang}\, a}{2 \times 57°,296}$ (*L.* 608). Quanto al valor di $CD = m$, se si accompagni col filo *cursore nn'* (601) l'astro finchè attraversi il filo orizzontale AB, e si conosca la misura del campo del telescopio (872), lo stesso meccanismo che muove il filo cursore farà conoscere CD col determinare il rapporto tra CD e CB. 90.

875. Alle macchine già descritte potrebbe aggiungersi la *Macchina Parallattica* così detta dai paralleli che ella descrive; poichè girando sopra due poli corrispondenti ai poli del Mondo e portando un circolo di declinazione per cui il telescopio può allontanarsi dal piano dell' equatore di un dato arco, prende un moto che seconda il moto diurno dell' Astro osservato e lo fa restare costantemente nel mezzo del campo ottico: così potrebbe aggiungersi il *Setto-*

re d' aberrazione, macchina destinata a indagar l' aberrazione delle stelle che passan per lo zenit o a lui molto vicine: così potrebbe parlarsi di più altre Macchine onde vedonsi riccamente forniti gli Osservatorj: ma le avvertenze particolari che quì potrebbero darsi rispetto a queste o si riferiscono alle già date, o si deducon da quelle assai facilmente, o non possono intendersi senza la minuta descrizione delle stesse macchine.

Tavole Astronomiche e loro uso.

876. Le Tavole astronomiche a cui bisogna ricorrere posson considerarsi come divise in due classi: l' une immutabili e universali, almeno sensibilmente, per tutti i luoghi del Mondo come son quelle delle longitudini e latitudini delle Fisse, della quantità dei moti planetarj ec., l' altre riferite a un meridiano particolare e variabili per qualunque altro, come sono tutte le Tavole orarie (625). Se le prime non abbisognano di riduzione, le seconde posson riceverla con facilità purchè si conosca la differenza tra il meridiano per cui furon calcolate e quello in cui è l' Astronomo che le usa. Noi non solo abbiamo accennato (625, 627) il fondamento del metodo universale con cui le Tavole si riducono per i differenti paesi; ma anche nell' esposizion delle teorie abbiam dati non pochi mezzi onde calcolarne di nuovo la maggior parte se occorra. Pure i seguenti Problemi ne faran vedere anche meglio e più utilmente le pratiche applicazioni. Avvertiamo intanto 1°. che generalmente le Tavole di cui quì faremo uso o a cui intendiamo di riportarci son quelle di Parigi pubblicate recentemente dal celebre de-la-Lande, da cui in fatti abbiamo estratte quasi tutte quelle che si troveranno sul fine del nostro Libro; 2°. che citando queste, indicheremo per brevità soltanto la pagina in cui si trovano, cioè il numero romano che porta in cima; 3°. che in mancanza dell' annuali efemeridi, le quali talvolta siam per supporre, converrà dedur

dalle Tavole generali i dati di cui si tratta; 4°. che non potendo unirsi ai nostri Elementi tutta quella serie di Tavole onde abbisognano i più scrupolosi Astronomi, i risultati ottenuti dalle nostre Tavole non avran qualche volta la precision rigorosa a cui potrebber condursi, benchè sian per essere approssimati bastantemente; infine che per maggior brevità procedendo alcune Tavole saltuariamente (pag. XXI. ec.), le parti intermedie dovran trovarsi colla solita regola delle proporzionali. Passiamo ai Problemi.

877. I. Vogliasi la longitudine del ☼ per il dì 8 Settembre 1799 a $9^{or}\ 44'\ 30''$ della *mattina* secondo il meridiano di Firenze, la cui longitudine differisce da quella di Parigi di $8^\circ\ 42'$, ovvero in *tempo* di $0^{or}\ 34'\ 48''$ (625).

L' ora data essendo della *mattina* diviene secondo lo stile astronomico $21^{or}\ 44'\ 30''$ del precedente dì 7 (628), e per Parigi (che è per noi occidentale) $21^{or}\ 44'\ 30'' - 34'\ 48'' = 21^{or}\ 9'\ 42''$, vero momento per cui dovrà cercarsi la longitudine richiesta. Suppongo per ora l' uso delle efemeridi o *Conoscenza dei tempi*, libro assai noto, serbando altrove le applicazioni immediate delle nostre Tavole ai Problemi. Prendo dunque la longitudine solare λ e λ' dei due dì contigui 7 ed 8 a mezzogiorno, e ne ricerco la differenza d come appresso

$$\begin{array}{rl} \lambda = & 5^s\ 14^\circ\ 47'\ 38'' \\ \lambda' = & \underline{5\ \ 15\ \ 45\ \ 58} \\ \lambda' - \lambda = & \qquad 58'\ 20'' = 3500'' \end{array}$$

dipoi riducendo in decimali d' ora i $9'\ 42''$ (IX) dico: $24^{or} : 3500'' :: 21^{or}\ 9'\ 42''\ (= 21,16167) : 3086'' = 51'\ 26''$ quantità da aggiungersi a λ, e quindi la longitudine ricercata sarà $5^s\ 15^\circ\ 39'\ 4''$.

Quì però si suppone che nel decorso d' un giorno sia uniforme il moto solare; e tale infatti può prendersi senza errore, attesa la piccolezza: ma non è così se si tratti d' un astro il cui moto sia grande e ineguale come la ☽. Perciò conviene per essa un metodo più esatto che suol chiamarsi delle *interpolazioni*. Eccone l' esempio e la dimostrazione nel seguente Problema.

878. II. Supposto che siansi calcolate le longitudini della ☽ almeno per quattro dì consecutivi a mezzogiorno, cioè per il 6, 7, 8 e 9 di Settembre, se ne cerchi la longitudine vera per le ore 9 del dì 7.

Chiamando λ la longitudine della ☽ per il mezzogiorno m del dì 7, siano δm, $2\delta m$ ec. gli uniformi aumenti del tempo, e $\lambda, \lambda', \lambda''$ ec. le longitudini lunari che vi corrispondono, le cui prime, seconde ec. differenze si chiamino d', d'' ec. Se m divenga $M = m + n\delta m$, anche λ si cangierà (L. 986) in $\Lambda = \lambda + nd' + n\left(\frac{n-1}{2}\right)d'' + n\left(\frac{n-1}{2}\right) \times \left(\frac{n-2}{3}\right) d''' +$ ec. Ora poichè i valori m, $m + \delta m$ differiscono di 24^{or}, sarà $\delta m = 24$; e fatto perciò $n\delta m = h =$ all' ora proposta, avremo $n = \frac{h}{24}$, d' onde sostituito questo valore si otterrà $\Lambda = \lambda + \frac{h}{24} \times d' - \frac{h}{24^2}\left(\frac{24-h}{2}\right) d'' + \ldots \frac{h}{24^3}\left(\frac{24-h}{2}\right)\left(\frac{2.24-h}{3}\right) d''' -$ ec. Scrivo dunque come quì sotto le longitudini $'\lambda, \lambda, \lambda', \lambda''$ per i giorni 6, 7, 8 e 9, ricavandone le differenze prime e seconde, ed ho

	λ	d'	d''
per il dì 6	... 8^s 12° 7′ 58″		
		13° 45′ 57″	
7	... 8 25 53 55		14′ 41″
		13 31 16	
8	... 9 9 25 11		13 59
		13 17 17	
9	... 9 22 42 28		

trovo pertanto $d = 13° 31' 16''$, e prendendo per esattezza maggiore in vece della differenza seconda 13′ 59″ il medio aritmetico tra essa e la precedente, faccio $d'' = 14' 20''$ ed $h = 9$, d' onde ricavo (non oltrepassando le differenze seconde) $\Lambda = \lambda + \frac{9 \times 13° 31' 16''}{24} - \frac{9 \times 15 \times 14' 20''}{2.24.24} = \lambda + \frac{40° 33' 48''}{8} - \frac{15 \times 7' 10''}{8.8} = \lambda + 5° 4' 13'' - 1' 41'' = 9^s 0° 56' 27''$.

Con questo metodo si risolvono molti altri Problemi Astronomici su cui non ci tratterremo, bastando averlo indicato.

879. III. Vo-

879. III. Vogliasi l' istante in cui passerà il primo punto di ♈ per il meridiano fiorentino il dì 11 Agosto 1799. Trovo per questo giorno nell' Efemeridi di Parigi che la *distanza dell' equinozio al* ☼ è 14^{or} 35′ 24″ all' istante del mezzogiorno; e questa è l' ora in cui il primo punto di ♈ dee passar da quel meridiano. E' manifesto pertanto che se il ☼ non avanzasse continuamente in ascension retta, dovrebbe essere in tutti i meridiani la differenza medesima tra l' appulso del ☼ e quello di 0° di ♈, onde il passaggio cercato si segnerebbe per tutto coll' ora stessa: ma poichè trovandosi il ☼ nel meridiano fiorentino mancano ancora 34′, 48″ al momento per cui è calcolata quella distanza dell' equinozio, e si sa che guadagnando il Sole in 24^{or} un arco di cielo corrispondente a 0^{or}, 3′, 55″, 9 che dicesi l' *accelerazion delle Fisse*, in 34′ 48″ dee guadagnar 6″; e poichè noi siamo orientali a Parigi, la distanza dell' equinozio sarà per noi $= 14^{or}, 35', 24'' + 6'' = 14^{or}, 35', 30''$ istante cercato. Di quì deducesi come per piccole differenze di longitudini siano quasi insensibili certe correzioni sulle fisse, e noi pure le abbiamo omesse nella Tavola delle culminazioni. In tal modo data l' ascensione retta di una fissa e quella del ☼, la lor differenza darà sempre il passaggio della fissa per il meridiano (628).

880. IV. Determinar l' ora del passaggio di un Astro qualunque per il meridiano, cioè la sua culminazione.

E' chiaro 1°. che quì non si tratta del ☼ il cui appulso in vece d' esser determinato da verun altro fenomeno, determina tutti gli altri: 2°. che l' ora cercata non è se non la differenza tra l' ascensione retta del ☼ e quella dell' Astro nell' istante in cui culmina, ridotta in tempo: cioè se sia ♈SM l' equatore, ME la sezione del meridiano, e sia 76.
l' Astro in M allorchè il ☼ è in S, sarà $(MS)^{or}$ l' ora cercata. Suppongasi che quando in M era il ☼, l' Astro fosse in Q e fossero date $♈Q = A'$, $♈M = A$, ascensioni rette dell' uno e dell' altra. Se la lor differenza fosse costante, giunto l' Astro in M ed il ☼ in S, si avrebbe $♈M - ♈S =$

FIG. 76. $\Upsilon Q - \Upsilon M = A' - A$ e si saprebbe immediatamente ciò che si cerca: ma poichè il Pianeta mentre passa col moto diurno da Q in M, passa anche col proprio da Q in Q', e il ☼ nel giunger da M in S guadagna l'arco Mm; perciò la vera misura di MS sarà MQ + QQ' − Mm. Cerchiamo questi valori chiamando S^{or} l'aumento solare diurno in ascensione retta $(= 0^{or}\,3'\,56'',5 = 236'',5$ (624.616)), P^{or} quello del Pianeta, e T l'ora cercata. Se si dica $24^{or} : P ::$ MQ $(= A'') : \frac{A'' P}{24} =$ QQ', sarà QQ' l'arco aumentato nel tempo corrispondente a MQ, e dovrà passare MQ + QQ' per il meridiano prima che il Pianeta giunga in M; ma mentre passa QQ' per il meridiano, l'Astro avvantaggia qualche altra cosa di più in ascensione retta, e bisognerebbe per la maggior esattezza istituir nuova proporzione. Dico dunque immediatamente 1°. $24^{or} : P :: T : \frac{PT}{24}$ ed avrò $A'' + \frac{PT}{24} = T$ per il tempo cercato indipendentemente dal ☼; 2°. $24^{or} : 360° + S :: T : \frac{T(360° + S)}{24^{or}}$, altro valore del tempo T; Quindi sarà $A''^{or} + \frac{PT}{24^{or}} = \frac{T(360° + S)}{24^{or}}$, e $T = \frac{24^{or} \times A''^{or}}{360° + S - P}$ ovvero $= \frac{24^{or} \times A''}{24^{or} + S - P}$ ove se il Pianeta è retrogrado, P diventerà negativa, e sarà $= 0$ se il Pianeta cangiasi in una fissa.

Esempio. Data per il dì 14. Marzo 1799 a mezzogiorno l'ascensione retta del ☼ $= 23^{or}\,37'\,39''$ e il suo aumento diurno $S = 236'',5$ e data per il medesimo istante l'ascensione retta della ☽ $= 5^{or}\,18'\,42''$, si vuole il momento del suo arrivo al meridiano. Cerco primieramente P; e poichè il tempo periodico della ☽ è $2360591'',5$, dico: $2360591'',5 : 360° :: 86400'' (= 24^{or}) : 13°\,10'\,35''$ onde $P^{or} = 0^{or}\,52'\,42'' = 3162''$ (616) e perciò $24^{or} + S - P = 83474'',5$. Prendo ora la differenza $A' - A$ dell'ascensioni rette della ☽ e del ☼, e poichè $A' < A$ aggiungo 24^{or} ad A' ed ho $24^{or} + A' - A = A'' = 5^{or}\,41'\,3'' = 20463''$, dal che finalmente si ricava

$colog\,(24^{or} + S - P) = col\,83474'',5 \ldots = 5,0784462$
$+ l\,24^{or} = l\,86400'' \ldots = 4,9365137$
$+ l\,A'' = l\,20463'' \ldots = 4,3109693$

$= l\,T \ldots = 4,3259292$

$= l\,21180''$; onde $T = 21180'' = 5^{or}\,53'$, tempo in cui la ☽ arriverà al meridiano.

881. Osservazioni. 1ª. per avere $A' - A$ basta sommare A' con $24^{or} - A$ cioè colla distanza dell'equinozio dal meridiano (628) che quì è $0^{or}\,22'\,21''$; 2ª. siccome della ☽ e dei Pianeti trovansi più comunemente nelle tavole la longitudine λ, la latitudine L e la declinazione δ, che l'ascensione retta, questa potrà aversi senza fatica dalla nota formula (698) $\cos A = \frac{\cos L \cos \lambda}{\cos \delta}$.

882. Che se si voglia il passaggio d'un Astro per un meridiano diverso da quello per cui son fatte le Tavole e sia h^{or} la differenza dei meridiani (626), a' quella di ascensione retta in 24^{or}, cioè tra la culminazione dell'Astro nel giorno in cui si calcola e quella che accaderà nel seguente se il meridiano proposto è occidentale, ovvero quella che accadde nel precedente se il meridiano è orientale, e sia H^{or} l'ora dell'arrivo al meridiano data dalle Tavole, si avrà $24^{or} : h^{or} :: a' : \left(\frac{a'h}{24}\right)^{or}$ e quindi $H^{or} + \left(\frac{a'h}{24}\right)^{or}$ nel primo caso ed $H^{or} - \left(\frac{a'h}{24}\right)^{or}$ nel secondo sarà l'ora in cui passerà l'Astro per il nuovo meridiano, cioè la differenza attuale che in quel momento si trova tra l'Astro e il ☼; e l'ora che si conta nel meridiano delle Tavole sarà $H^{or} \pm \left(\frac{a'h}{24}\right)^{or} \pm h^{or}$ ove i segni superiori han luogo nella prima e gl'inferiori nella seconda supposizione.

883. V. Data la latitudine l di un Paese, trovar l'ora del nascere o del tramontar di un Astro di cui sia nota la declinazione δ, e l'ora del passaggio per il meridiano.

FIG. Se l' Astro non si avanzasse in ascensione retta e non soffrisse nè cangiamento di declinazione nè parallasse, nè refrazione, allora supposto HR il suo parallelo ed SM l' orizzonte, l' arco semidiurno sarebbe FR $= h'$ (668); ma poichè
74. la refrazione r solleva l' Astro (535.1°.) e la parallasse lo deprime (455.7), è chiaro che steso l' almicantarat $sdxm$ sotto l' orizzonte a una distanza $\beta d = r - p$, l' Astro si farà visibile dal punto d allorchè ha un' altezza a negativa o per dir meglio una depressione $= r - p$, e perciò l' arco semidiurno diventerà RFd. Se dunque si prenda la formula 664 cangiandovi il segno ad a e sostituendovi $r - p$, si avrà

$$sen\tfrac{1}{2}\,h = \sqrt{\left(\frac{sen\frac{1}{2}(90^\circ + l + r - p - \delta)\, sen\frac{1}{2}(90^\circ + \delta + r - p - l)}{cos\, l\, cos\,\delta}\right)}$$

e quindi si ricaverà $h^{or} = \dfrac{h^o}{15}$, arco semidiurno dell' Astro quando non abbia veruno aumento di ascension retta, come è delle fisse, o l' abbia quasi insensibile come i Pianeti primarj; onde conosciuta l' ora H della loro culminazione, sarà H $+ h^{or}$ quella del tramontare, ed H $- h^{or}$ quella del nascere: ove si osservi che se $h^{or} >$ H, l' ora del nascere diventerà $12 +$ H $- h^{or}$. Così se ♄ culmina a ore 4 della sera, e il suo arco semidiurno si trova $= 6^{or}$, sarà il suo nascere ad ore $12 + 4 - 6 = 10^{or}$ della mattina (628).

884. Talora può esser più comodo trovar prima l' arco semidiurno h' coll' ipotesi di $a = 0$ e poi applicarvi la correzione corrispondente all' effetto della refrazione, meno quello della parallasse. Sia la lor differenza $= r - p = \beta d$; supposto condotto un arco Pd, sarebbe l' angolo FPd la correzione cercata. Osservo dunque che il triangolo ZPF cangiandosi in ZPd non muta nè il lato ZP $= 90^\circ - l$ nè il lato PF $=$ P$d = 90^\circ - \delta$. Presa perciò la formula 646 ove il segno di $sen\, a$ divien negativo, e differenziandola, rimanendo costanti l e δ, ottengo $dh = \dfrac{da\, cos\, a}{sen\, h\, cos\, l\, cos\,\delta}$ ove fatto $da = r - p$; $cos\, a = 1$ e $sen\, h = sen\, h'$ (668) $= \sqrt{(1 - cos^2 h')} = \sqrt{(1 - tang^2\, l\, tang^2\,\delta)}$ (676) e sostituendo, si avrà $dh^o = \ldots$

FIG.

$$\frac{r - p}{cos\, l\, cos\,\delta\, \sqrt{(1 - tang^2\, l\, tang^2\,\delta)}} = \ldots\ldots$$

$\dfrac{r - p}{\sqrt{(cos^2\, l\, cos^2\,\delta - sen^2\, l\, sen^2\,\delta)}}$ ovvero (sostituendo $1 - sen^2\,l$ ed $1 - cos^2\delta$ in vece di $cos^2\, l$ e di $sen^2\delta$) $= \dfrac{r - p}{\sqrt{(cos^2\delta - sen^2\, l)}}$ e la correzione ridotta in tempo (625) sarà $dh^{or} = \ldots$ $\dfrac{r - p}{15\sqrt{(cos^2\,\delta - sen^2\, l)}}$.

885. Quanto però al ☼, poichè egli è la regola universale del tempo, è chiaro che il suo moto progressivo in ascensione retta non entra per esso in calcolo, e che l' ora del suo nascere e del suo tramontare si ha dal valore immediato dell' arco semidiurno dato dalla formula poc' anzi ridotta, ove può anche sopprimersi p per la piccolezza della parallasse. Per altro il cangiamento di declinazione induce come abbiamo altrove veduto (632) un' ineguaglianza trall' arco semidiurno della mattina e quel della sera che si potrebbe correggere (739) ma che per gli usi civili suol trascurarsi.

886. E' meno facile l' ottenere con sufficiente esattezza l' ora del nascere e del tramontar della ☽ a motivo del rapido cangiamento così in ascensione retta, come in declinazione: ma quantunque in pratica non importi molto la cognizion rigorosa di questi istanti nè comunemente si cerchi; contuttociò è bene di determinarli almeno con una precisione approssimata ancorchè richieggano un poco più di fatica. Suppongo al solito ♈SMQ l' equatore, ME la sezione del meridiano, ♈ il punto equinoziale di primavera, ed 76.
S il luogo del ☼ allorchè la ☽ si trova in Q al suo nascere: tutto si ridurrà a trovar la distanza MS del ☼ dal meridiano per quell' istante. Poichè pertanto SQ è la differenza delle ascensioni rette A del ☼ ed A' della ☽, e QM è l' arco semidiurno h' calcolato per l' istante medesimo, si avrà MS $=$ SQ $-$ QM $= A' - A - h'$ per l' arco orario del ☼ cioè per il tempo *vero* in cui si leva la ☽. E quì bisogna avvertire 1°. che A dee sottrarsi costantemente da A';

FIG. 2°. che essendo negativo il risultato, l'ore che se ne ottengono son quelle che *mancano* al mezzo giorno. Ciò si vede 76. a colpo d'occhio collocando il ☼ in S', ove l'ora cercata è espressa evidentemente da $-S'Q-QM=-S'M$. Nel modo stesso si trova l'ora del tramontare; se non che l'arco semidiurno che prima dovea sottrarsi, quì deve aggiungersi: in fatti posta la ☽ in S e il ☼ in F, l'ora cercata si avrà da $FM=FS+SM=A'-A+h'$; e posta al contrario la ☽ in F e il ☼ in S, si avrebbe $A'-A=-FS$, $FM=h'$, e quindi $-FS+FM=A'-A+h'=SM$.

Esempio. Cerco l'ora del tramontar della ☽ in Firenze per il dì 14 Marzo 1799, sapendo che ella culmina a ore $H=5^{or}\ 53'$ della sera in quel giorno, e nel seguente a $6^{or}\ 48'$, ed inoltre che la sua declinazione δ al mezzogiorno del dì 14 è $25°\ 56'$ boreali e a quello del seguente dì 15 è $27°\ 7'$. Colla latitudine di Firenze $=l=43°\ 46'\ 30''$ e colla declinazione $\delta=25°\ 56'$ cerco l'arco semidiurno h' senza valutare nè refrazione nè parallasse ed ho (676) $h'^{or}=7^{or}\ 51'$ che sommato con H dà $13^{or}\ 44'$ ovvero $1^{or}\ 44'$ della mattina seguente per l'ora del tramontare con una prima approssimazione benchè inesatta: Ora poichè per condurla alla richiesta esattezza convien conoscere più precisamente l'ascensione retta della ☽ per il momento in questione, e la sua vera declinazione in quel tempo, dipendendone l'arco semidiurno corretto (880.883), perciò dico così: L'ora della culminazione non è che la differenza delle due ascensioni rette della ☽ e del ☼ per quell'istante; dunque a $5^{or}\ 53'$ sarà $A'-A=+5^{or},53'$ (se la ☽ culminasse a $6^{or}\ 7'$ della mattina, la differenza sarebbe $-(12^{or}-6^{or}\ 7')=-5^{or}\ 53'$) e il dì seguente culminando a $6^{or}\ 48'$, sarà parimente $6^{or}\ 48'$ la differenza ascensionale; perciò nell'intervallo di $24^{or}\ 55'$ si ha l'aumento di $55'$, e quindi $24^{or}\ 55'\ (=1495'):55'::13^{or}\ 44'\ (=824'):30'\ 19''$, cioè verso l'ora più precisa del tramontare si avrà $A'-A=5^{or}\ 53'+30'\ 19''=6^{or}\ 23'\ 19''$. Similmente essendo in 24^{or} l'aumento della declinazion boreale $=27°\ 7'-25°\ 56'=1°\ 11'$, avremo $24^{or}\ (=1440'):1°\ 11'\ (=71')::$

$13^{or}\ 44'\ (=824'):40'\ 38''$, aumento di declinazione nel FIG. tempo del suo discendere all'orizzonte: onde la declinazione corretta è $\delta'=26°\ 36'\ 38''$. Con questa declinazione e coi valori di $r=33'$ e $p=57'$ si cerchi l'arco semidiurno corretto (884) e si avrà $sen\,\frac{1}{2}h''=$ . . . .

$$\sqrt{\left(\frac{sen\,53°\ 23'\ 56''\times sen\,36°\ 13'\ 4''}{cos\,43°\ 46'\ 30''\times cos\,26°\ 36'\ 38''}\right)}=sen\,58°\ 59'\ 30''$$

onde $h''=117°\ 59'$ ed $h''^{or}=7^{or}\ 51'\ 56''$ e finalmente $A'-A+h''=6^{or}\ 23'\ 19''+7^{or}\ 51'\ 56''=14^{or}\ 15'\ 15''=2^{or}\ 15'\ 15''$ della mattina seguente: approssimazione molto più esatta e che corregge un errore di $31'$ e più della prima. Volendo una precisione anche maggiore, si cercherebbe nuovamente il cangiamento così d'ascensione retta come di declinazione per $7^{or}\ 51'\ 56''=h''$ e quindi si avrebbe un nuovo valor di $A'-A$ e dell'arco semidiurno più approssimato: ma il nuovo acquisto di precisione è sì tenue, e l'estrema precisione di questi momenti è sì poco interessante, che non merita questa pena.

887. Per aver l'ora del levare della ☽ in quel medesimo giorno, preso per l'arco semidiurno orientale lo stesso che l'occidentale già trovato $=7^{or}\ 51'\ 56''$ e sottratto da $H=5^{or}\ 53'$ si avrà $H-h''=-1^{or}\ 58'\ 56''$ (cioè $10^{or}\ 1'\ 4''$ della mattina): e poichè la differenza ascensionale per il nascere deve esser la stessa che quella che si è trovata per il tramontare, ma negativa, perciò si avrà $A'-A=5^{or}\ 53'-30'\ 19''=5^{or}\ 22'\ 41''$, e finalmente l'ora cercata del nascere $A'-A-h''=-2^{or}\ 29'\ 15''=9^{or}\ 30'\ 45''$ della mattina.

888. VI. Conosciuta la differenza del meridiano d'un Paese da quello per cui le Tavole son calcolate, determinare il vero luogo del ☼ a qualunque ora.

Avvertiamo prima di tutto che in questo genere di Problemi l'ora proposta dee convertirsi in tempo medio (624) o dee supporsi tale, per poi correggere i risultati finali; inoltre premettiamo l'idea del sistema con cui son disposte sul fine di questo libro le Tavole solari (pag. XVII. e seg.).

889. Poichè per trovare il luogo *vero* del ☼, conviene innanzi cercarne il *medio* e quindi applicarvi le correzioni opportune, perciò (XVII) alla seconda e terza colonna ove son notate la longitudine media del ☼ e quella del suo apogeo, corrispondenti alle varie *epoche*, cioè agli anni o bisestili (segnati B) o comuni, indicati nella prima colonna, se ne sono aggiunte altre sei che comprendono altrettanti *argomenti* (cioè quantità date (761)) per ritrovar nelle piccole Tavole di richiamo (XXI) le quantità da aggiungersi o da togliersi ai risultati medj cioè l' *equazioni* onde ottenerne i veri che si ricercano. I numeri notati in queste colonne esprimono una porzione della circonferenza divisa in 1000 parti; e perciò se uno di questi argomenti supera il 1000, come 1314, se ne scrive il solo avanzo 314 per la ragione stessa per cui 380° di circolo sono il medesimo che 20°. Il primo Argomento contrassegnato ☽ è la differenza di longitudine tra la ☽ e il ☼ da cui si ha nell' equazion lunare, (pag. XXI) la quantità dell' aumento che dà al moto solare (o piuttosto al terrestre) l' azion della Luna: così la seguente colonna segna nel modo stesso la differenza di longitudine tra il ☼ e ♃ ed ha rapporto coll' equazione di questo secondo; l' altra con quella di ♀, le due seguenti con due equazioni di ♂, e l' ultima (ch' è il supplemento della longitudine del nodo lunare ☊) colla nutazione, terminando la pagina coll' indicazione dell' obliquità apparente dell' eclittica.

890. Succedono alla Tavola dell' Epoche quelle del moto del ☼ ec. cioè quella per gli *anni* completi (XVIII) che non ammette difficoltà e colla quale può estendersi a piacere la Tavola precedente; indi quella dello stesso moto per i *mesi*: in seguito (XIX) per i *giorni*, *ore*, *minuti*, e *secondi*; ove dee osservarsi 1°. che le quantità riportate nella Tavola per i mesi (XVIII) son propriamente quelle del mezzogiorno precedente, e che per il dì primo di un mese, oltre alla quantità che porta seco lo stesso mese, dee prendersi quella ancora che corrisponde ad 1 tra i giorni; 2°. che negli anni bisestili, deve nel Gennaio e Febbraio prendersi in luogo del giorno dato il precedente; e quindi per esempio al dì 19 di Gennajo attribuirsi ciò che la Tavola offre per il dì 18 ec.

3°. Che i Numeri segnati immediatamente al disopra e al di sotto delle Tavole o Equazioni, esprimono i *Segni* dell' eclittica; ed è per esempio 0 = ♈, 1 = ♉, 6 = ♎ ec., e che i segni +, — i quali vi sono uniti, indicano se la quantità ricercata debba sommarsi o sottrarsi, o per tutti i gradi di quel medesimo segno, o finchè un indizio intermedio non avverta della mutazione. Del resto per chi ormai sa usar le Tavole Logaritmiche o quelle delle nostre Lezioni di Matematiche, non occorre altra avvertenza nè sul ricavarne i valori cercati nè sulle proporzionali dei valori intermedj ec.

891. La pag. XX. contien l' *Equazion del centro* solare (788) data per mezzo dell' anomalìa media del ☼, cioè della differenza tra la sua longitudine media e quella dell' apogèo (784); e questa equazion del centro unita all' anomalìa media ed aumentata o diminuita del valore ottenuto dall' altre equazioni, darà come vedremo quì sotto, la longitudine vera del ☼. Colla stessa anomalìa media potrà trovarsi (XXIII) il logaritmo della distanza della ♁ dal ☼ cioè il suo raggio vettore.

892. Ma poichè le Tavole calcolate per Parigi abbisognano di una riduzione per gli altri meridiani, nè sempre riesce comodo il far la solita riduzione dell' ora (625), si è premessa (pag. XVI) una Tavola molto utile ove è notato ciò che dee togliersi o aggiungersi alle quantità medie dei moti solari e lunari per ridurre immediatamente quelle quantità al meridiano dei più celebri Paesi d' Europa, dei quali abbiamo notato oltre la differenza di longitudine con Parigi (ridotta in tempo) anche la latitudine geografica.

893. Nella pag. XXII. si troverà l' equazion del tempo (624) distinta in due parti, la prima delle quali ha per argomento l' anomalìa media del ☼ ed è lo stesso che l'

equazion del ☉ ridotta in tempo; la seconda, che ha per argomento la longitudine vera, è la differenza tra la stessa longitudine vera e la vera ascensione retta, cioè la riduzione del luogo solare dall' eclittica all' equatore, anch' essa ridotta in tempo a ragione di 15° per 1^{or} secondo il solito; ove si osservi che per maggiore esattezza si riuniscono anche in una somma le prime cinque equazioni accennate sopra (889) cioè quella della ☽, quella di ♃ ec. (esclusa solo quella del ☊) e riducendone in tempo il risultato, questo si aggiunge agli altri due se l' equazion dell' orbita si sarà trovata positiva, o si toglie da essi se era negativa. Del resto la Tavola dà i valori che debbono *applicarsi al tempo vero* per *cangiarlo in medio*; volendo cangiare il *medio* in *vero*, bisogna cangiare il + in — e all' opposto.

894. In fine si ha (pag. XXIV) il moto orario del ☉ e il suo semidiametro, posto il diametro solare nell' apogèo $=31' 31''$; e quì gli Astronomi avvertono che nell' ecclissi il semidiametro indicato dee diminuirsi di 3'', 5 per bilanciare l' effetto della luce solare la quale circondando per ogni parte il Pianeta frapposto, ne ristringe la parte oscura, ed altera il rapporto dei due diametri, suo e del ☉, effetto cui si dà il nome d' *irradiazione*. Quanto alla declinazione del ☉ e alla sua ascensione retta, essendo nota l' obliquità dell' ecclittica (che si ha nella Tavola dell' Epoche) e trovata la longitudine solare, si otterranno con tutta facilità dalle formule 706. 715.

895. Premesso ciò, si determini il vero luogo del ☉ richiesto sopra (888), e sia per il dì 23 di Maggio del 1800 a 2^{or} 30' 18'' della sera, di tempo medio, in Firenze.

Poichè nella Tavola di riduzione trovo per Firenze da sottrarsi all' epoca della longitudine media del ☉ 1' 26'', e 0,8,0 piuttosto I all' argomento I° lunare, restando invariabili tutti gli altri argomenti per l' insensibile lor cangiamento in un tempo assai breve, la longitudine solare al principio del 1800 (anno comune) che per Parigi è 9^s 9° 54' 0'', 4 sarà per Firenze 9^s 9° 52' 34'', 4 e l' argomento I. ☽ sarà

154 in vece di 155. Ecco dunque la disposizione del calcolo

	Longit. del ☉	*dell' Apogeo*	I. ☽	II. ♃	III. ♀	IV ♂	V. ♂	VI. ☊
An. 1800. C.	9^s 9° 52' 34'', 4	3^s 9° 29' 3''	154	550	126	632	144	908
Maggio	3 28 16 39 ,6	20 ,4	64	301	206	154	21	18
23^g	22 40 11 ,6	3 ,9	779	58	39	29	4	3
2^{or}	4 55 ,7		3					
30'	1 13 ,9							
18''	0 ,7							
Long. m. ☉	2^s 0° 55' 35'', 9	3^s 9° 29' 27'', 3	000	909	371	815	169	929
Long. Apog.	3 9 29 27 ,3							
Anom. m. ☉	10^s 21° 26' 8'', 6							

Long. m. ☉	2^s 0° 55' 35'', 9	
Eq. Orb. +	1 10 47 ,8	
Eq. I. ☽	0 ,0	
Eq. II ♃		— 6''
Eq III. ♀	9 ,4	
Eq. IV. ♂	3 ,0	
Eq. V. ♂	2 ,5	
Nutazione		— 7 ,3
	2^s 2° 6' 38'', 6	— 13'', 3
	— 13 ,3	
Long. vera del ☉	2^s 2° 6' 25'', 3	

Equazion del tempo

I. parte	+ 4' 43'', 2
II. parte	— 8 18 ,6
piccole equaz.	+ 0 ,1
Equazione	— 3' 35'', 3

Tempo medio	2^{or} 30' 18''
Equaz. da sommarsi (893)	0 3 35 ,3
Tempo vero	2^{or} 33' 53'', 3

Moto orar. del ☉ $=$ 2' 24'', 01

Log. dist. del ☉ $=$ 0,005711

Semidiam. del ☉ $=$ 15' 48'', 82

Da questo esempio intanto rilevasi che in moltissimi casi possono omettersi le sei equazioni solari e trascurarsi perciò i loro argomenti.

896. VII. Data come sopra la differenza del meridiano di un luogo da quello delle Tavole, determinare il vero luogo della ☽ per qualunque ora.

Al calcolo richiesto, un poco più lungo per la ☽ che per il ☉ convien premetter l' idea delle Tavole di cui quì facciamo uso, e la loro disposizione. Dal numero grande dell' equazioni impiegate per questo Satellite e che non era possibile riportar quì interamente, abbiamo scelte le più universali e i cui valori son più sensibili (876. 4°) bastando esse per elementi quali sono i nostri, e per ottener risultati di un esattezza assai approssimata e sufficientissima per il comun uso. Le Tavole dell' *Epoche* e dei *moti* lunari per gli anni, mesi, ore, minuti ec. (pag. XXV. XXVI. XXVII.) contengono oltre la longitudine media anche l' anomalìa (sostituita in vece del luogo dell' apogeo per maggior brevità di calcolo) e il supplemento della longitudine del ☊. Sul loro sistema, sul loro uso e sulle avvertenze da aversi, dee quì ripetersi quanto si è detto sopra (890) per le Tavole solari.

897. Seguono (pag. XXIX. e seg.) 19 equazioni riguardanti la longitudine della ☽, il valor delle quali è determinato dai respettivi argomenti che per maggior comodo si son tutti riuniti insieme a pag. XXVIII. coll' equazioni occorrenti per ritrovargli. Ne è superfluo il dettaglio, servendo all' intelligenza del loro uso oltre le cose già dette, l' esempio che siam per aggiungere. Avvertiremo soltanto, che tutte queste Tavole ed Equazioni han rapporto a quei cangiamenti del moto lunare di cui parlammo di sopra (828). Così l' equazione Iª. è l' *equazione annua*; la Vª. è l' *evezione*; la XVIª. è l' *equazion dell' orbita*; la XVIIª. la *variazione*; la XIXª. è la riduzione all' eclittica ec. Le due equazioni XIV e XV, chiamate A ed N hanno un uso particolare, quella per correggere l' Anomalìa media lunare e questa per correggere il supplemento del ☊.

898. Alle 19. equazioni di longitudine va unita anche la nutazione (pag. XXI.), il cui argomento è il comun supplemento del ☊ ridotto in parti millesime del circolo, cioè la quarta proporzionale dopo 360°, 1000, e *suppl.* ☊ $= \frac{25\ \textit{suppl.}\ ☊}{9}$. La Tavola per ridurre minuti e secondi in decimali di grado (pag. IX.) è molto utile per tale oggetto. Dopo l' equazioni di longitudine seguono quelle di *latitudine* in numero di 9, ordinate nel modo stesso, ed i cui argomenti si trovano al solito uniti agli altri. Si avverta, che negli *argomenti* possono omettersi impunemente i secondi se si eccettui il V, cioè quello dell' Evezione.

899. Dopo ciò, significando D e Δ le distanze medie della ☽ dal ☼ e della ☽ dal ☊, ed S la somma delle prime 13 equazioni di longitudine, si stabiliscono i sei seguenti valori

1°. D = Longitudine media della ☽ — Longitudine vera del ☼

2°. Δ = Lon. m. ☽ + suppl. ☊.

3°. Anom. ☽ corretta = An. m. ☽ + S + Equaz. A.

4°. Supplem. ☊ corretto = suppl. ☊ + Equaz. N.

5° Longit. ☽ corretta = Lon. m. ☽ + S + Equaz. XVI. + Eq. XVII.

6°. Δ corretta = Long. ☽ corretta + suppl. ☊ corr.

ove si osservi che il termine Long. ☽ corr. non significa ancora la longitudine vera cercata, ma solamente una prima approssimazione.

900. Vogliasi ora la longitudine vera e la latitudine della ☽ per il giorno stesso per cui si cercò il luogo del ☼ (895) cioè per il dì 23. Maggio 1800 a 2ᵒʳ 30′ 18″ di tempo medio, nel quale istante l' anomalìa media del ☼ si trovò essere 10ˢ 21° 26′ 8″, 6 e la sua longitudine vera di 2ˢ 2° 6′ 25″,3. La disposizione del calcolo è la seguente

	Long. m. ☽	*Anom. m.* ☽	*Suppl. del* ☊
Anno 1800 C	11ˢ 5° 38′ 33″,1	9ˢ 20° 11′ 22″,6	10ˢ 26° 44′ 2″
Maggio	4 21 10 3 ,4	4 7 47 55 ,0	6 21 16 ,6
23ᵍ	10 3 3 25 ,7	10 0 29 41 ,1	1 13 4 ,7
2ᵒʳ	1 5 52 ,9	1 5 19 ,5	15 ,9
30′	16 28 ,2	16 19 ,9	4 ,0
18″	9 ,9	9 ,8	
Equaz. secol.	11 ,2		
Somma	2ˢ 1° 14′ 34″,4	11ˢ 29° 50′ 47″,9	11ˢ 4° 18′ 43″,2
Rid. per Fir.	— 19 9 ,6	— 18 59 ,9	— 4 ,6
Lon. m. ☽ =	2ˢ 0° 55′ 24″,8	11ˢ 29° 31′ 48″,0	11ˢ 4° 18′ 38″,6
Lon. v. ☼ =	2 2 6 25 ,3		= 334° 18′ 38″,6
D =	11 28 48 59 ,5		= 334°, 3107 cioè 929 (898)

		Eq. positive +	Eq. negative −
Long. m. ☽ = 2ˢ 0° 55′ 24″,8			
+ suppl. ☊ = 11 4 18 38 ,6			
Δ = 1ˢ 5° 14′ 3″,4			
Arg. I = An. m. ☉ . . = 10ˢ 21° 26′	Eq. I	. . .	6′ 48″,1
2D = 11 27 38			
Arg. II. . . . . . = 10 19 4	Eq. II	36″,6	
Arg. III . . . . = 1 6 12	Eq. III	. . .	44″,5
An. m. ☽ = 11 29 31 48″			
2D = 11 27 37 59			
Arg. IV . . . . . . = 11 27 9 47	Eq. IV		2″,4
Arg. V . . . . . . = 11 28 6 11	Eq. V	2′ 37″,5	
Arg. VI = Arg. V + I = 10 19 32	Eq. VI		1′ 20″,2
Arg. VII = Ar. V − I = 1 6 40	Eq. VII	27″,7	
Arg. VIII . . . . = 1 8 6	Eq. VIII	25″,9	
Long. v. ☉ = 2 2 6			
+ suppl. ☊ = 11 4 19			
Arg. IX . . . . . . = 1 6 25	Eq. IX		57″,6
D = 11 28 49			
− An. m. ☽ = 11 29 32			
Arg. X . . . . . . = 11 29 17	Eq. X.	1″,4	
D = 11 28 49			
+ An. m. ☉ = 10 21 26			
Arg. XI . . . . . . = 10 20 15	Eq. XI	10″,8	
4D = 11 25 16			
− An. m. ☽ = 11 29 32			
Arg. XII . . . . . = 11 25 44	Eq. XII		1″,0
2D = 11 27 38			
+ An. m. ☽ = 11 29 32			
11 27 10			
− 2Δ = 2 10 28			
Arg. XIII . . . . . = 9 16 42	Eq. XIII		8″,0
		4′ 19″,9	10′ 1″,8
			4 19″,9
	S = . . .		− 5′ 41″,9

		+	−
Arg. XIV (A) = Arg. I	Eq. XIV		13′ 15″,6
Arg. XV (N)	Eq. XV	5′ 37″,5	
An. m. ☽ = 11ˢ 29° 31′ 48			
+ S + Eq. A = − 18 57 ,5			
Arg. XVI . . = 11 29 12 50 ,5 = An. ☽ corr.	Eq. XVI	4′ 51″,5	
D = 11 28 48 59 ,5			
+ Eq. XVI = + 4 51 ,5			
11 28 53 51 ,0			
+ S = − 5 41 ,9			
Arg. XVII . . = 11 28 48 9 ,1	Eq. XVII		1′ 28″,1
Lon. m. ☽ = 2 0 55 24 ,8			
+ Eq. XVI = 4 51 ,5			
2 1 0 16 ,3			
+ S + Eq. XVII = − 7 10 ,0			
Long. ☽ corr. = 2 0 53 6 ,3			
suppl. ☊ = 11 4 18 38 ,6			
Eq. XV (N) = + 5 37 ,5			
suppl. ☊ corr. = 11 4 24 16 ,1			
Long. ☽ corr. = 2 0 53 6 ,3			
supp. ☊ corr. = 11 4 24 16 ,1			
Δ corr. = 1 5 17 22 ,4			
2Δ corr. = 2 10 34 44 ,8			
− An. ☽ corr. = 11 29 12 50 ,5			
Arg. XVIII = 2 11 21 54 ,3	Eq. XVIII	1′ 19″,7	
Δ corr. = 1 5 17 22 ,4			
+ Eq. XVIII = 1 19 ,7			
Arg. XIX = 1 5 18 42 ,1	Eq. XIX		6′ 24″,6
Arg. Nutaz. = 929 (pag. XXI)	Nutaz.		7″,3
Long. ☽ corr. = 2 0 53 6 ,3	som. di queste due		− 6 31 ,9
+ S′ = − 5 12 ,2	Equaz. XVIII		+ 1 19 ,7
Long. vera ☽ = 2ˢ 0° 47′ 54″,1	Somma S′		= − 5 12 ,2

901. Avvertimento. Dalla sola ispezione delle Tavole può rilevarsi, che quando il valore degli Argomenti è verso i 12^s o verso i 6^s (ed è comunemente verso le congiunzioni ed opposizioni, cioè verso i Novilunj e Plenilunj) il valor di tutte queste equazioni è assai piccolo; e perciò se non si cerchi quella precision rigorosa nella longitudine lunare che è necessasia nel calcolo dell'ecclissi, può bastar molte volte la longitudine media.

902 Passiamo a determinare la latitudine della ☽ per l'ora stessa. Nelle 9 Tavole che si son poste a pag. XXXVI. XXXVII, il segno + indica la latitudine *boreale*, il — l'australe. Gli argomenti citati tra parentesi sono Argomenti di longitudine, già trovati; così pure l'Equazioni

	Eq.	+	—
A. I (= A. XIX) = $1^s\ 5°\ 18'\ 42'',1$	I	$2°\ 58'\ 23'',1$	
(Arg. XVII) = 11 28 48 9 ,1			
+(E. XVII + E. XVIII) = — 8 ,4			
D corr. = 11 28 48 0 ,7			
2D corr. = 11 27 36 1 ,4			
— Arg. I = 1 5 18 42 ,1			
Arg. II . . . = 10 22 17 19 ,3	II		$5'\ 23'',2$
Arg. I = 1 5 19			
— An. m. ☽ = 11 29 32			
Arg. III . . . = 1 5 47	III		$10'',2$
— An. m. ☽			
Arg. IV . . = 1 6 15	IV		$14'',9$
Arg. II = 10 22 17			
An. m. ☼ = 10 21 26			
Arg. V . . . = 9 13 43	V	$8'',7$	
Arg. VI . . . = 0 0 51	VI		$0'',1$
Arg. II = 10 22 17			
An. m. ☽ = 11 29 32			
Arg. VII . . . = 10 21 49	VII	$1'',4$	
Arg. VIII . . . = 10 22 45	VIII		$9'',7$
— An. m. ☽			
Arg. IX . . . = 10 23 13	IX	$3'',1$	
		$2°\ 58'\ 36'',3$	$5'\ 58'',1$

+ 2°

Somma dell'equazioni positive = + 2° 58′ 36″,3
Somma delle negative . . . = — 5 58 ,1

Latitudine boreale = 2° 52′ 38″,2

Quì pure le sole due prime equazioni bastavano per un'approssimazione assai grande.

903. VIII Determinare le Lunazioni per qualunque anno.

La Tavola dell'*Epatte* e delle *Rivoluzioni sinodiche* che trovasi a pag. XXXIX somministra immediatamente le *Lunazioni medie*; ma poichè queste differiscon sempre dalle *vere* e talora di un tempo notabile, ecco il metodo di ridur l'une all'altre. Trovata l'ora della Lunazione media si cerchi per essa la longitudine vera del ☼ (895) e della ☽ (900); e se la lor differenza non è per il Novilunio = o, e per il Plenilunio = 6^s esattamente (come non può esserlo forse mai), chiamata d questa differenza, ed h quella dei moti orarj della ☽ e del ☼ (il primo trovasi di fianco alla Tavola dell'Epatte, dipendente dall'anomalia media lunare di già trovata, e l'altro si ha a pag. XXIV) si dirà $h : 1^{or} (= 3600'') :: d : x$, tempo da aggiungersi a quello della lunazione media se la longitudine solare si è trovata maggiore della lunare nel novilunio supposto, e se la lor differenza nel plenilunio è $< 6^s$, ovvero da sottrarsi se sia all'opposto. L'esempio servirà di dettaglio. Vogliasi il novilunio del Maggio del 1800 per Firenze la cui differenza oraria da Parigi è di 34′ 48″ or.

Epatte				
An. 1800	4^g	13^{or}	44′	44″
Maggio	1	21	3	49
Somma	6	10	48	33
= Epatta del dì 1. Maggio.				

Rivoluz. sinod.	29^g	12^{or}	44′	3″
— Epatta trovata	6	10	48	33
Novilunio med.	23	1	55	30
diff. di longit.	+		34	48
Novil. per Fir	23	2	30	18

Ma già si trovò per l'ora medesima (895. 900)

long. v. ☼ = 2^s 2° 6′ 25″,3
long. v. ☽ = 2 0 47 54 ,1

dunque d = 1° 18′ 31″,2 = 78′,52

Mmm

Moto orario lunare $= 29' 37''$

solare $= \underline{\ 2\ 24}$

Differenza $=$ $h = 27' 13'' = 27',22$

perciò $27',22 : 3600'' : : 78',52 : x = 2^{or} 53' 5''$ e quindi

Novilunio medio	2^{or}	$30'$	$18''$
tempo da aggiung.	2	53	5
Novilunio vero	5^{or}	$23'$	$23''$

Volendo un' approssimazione più esatta si cercherà di nuovo la longitudine sì del Sole come della Luna per $5^{or} 23' 23''$ e trovata una differenza si ripeterà il calcolo stesso. Ciò è necessario per l' ecclissi; ma per il comune uso delle Lunazioni può bastar questa approssimazione. Aggiunta e tolta dall' istante trovato una mezza rivoluzione cioè $14^{g} 18^{or} 22' 1'',5$ si avrà il plenilunio seguente e il precedente con una passabile precisione, e si troverà il novilunio precedente cadere nel dì 8 a $11^{or} 1' 21''$, il seguente darà $37^{g} 23^{or} 45' 24''$ cioè cadrà nel dì 6 Giugno (per esser Maggio di 31 giorni) a $23^{or} 45' 24''$ o piuttosto secondo la comun frase, il dì 7 Giugno a $11^{or} 45' 24''$ della mattina.

Se la somma dell' Epatte è troppo grande da non potersi sottrarre da una rivoluzione, si sottrarrà dalla somma di due, tre ec. rivoluzioni. Queste somme si troveran parimente nella medesima tavola. Esempio

Cerco il novilunio medio del Marzo 1845

Epatta del 1800 =	4^{g}	13^{or}	$44'$	$44''$
di anni 40 =	21	21	21	4
di anni 5 =	24	15	13	10
di Marzo =	29	11	15	57
Somma =	80	13	34	55
Somma di 3 riv. =	88	14	12	8
Differenza =	8^{g}	0^{or}	37	13

cioè il novilunio medio nel Marzo 1845 accaderà il dì 8 a $0^{or} 37' 13''$

E' facile il vedere che il Novilunio trovato per il 23 Maggio 1800, non è ecclittico (841), essendo il ☼ lontano

più di 36° dal nodo, come può rilevarsi dal calcolo della longitudine lunare.

Gnomonica.

904. Il centro d' un foro o il vertice d' uno stile, quello coll' immagine solare e questo coll' ombra, possono indicar l' ora vera per mezzo delle sezioni dei circoli orarj segnate sopra una superficie in cui cada l' ombra o l' immagine. Questo foro o questo vertice si chiama *Gnomone;* e il metodo di condurre quelle sezioni è ciò che si dice *Gnomonica* o *Scienza degli orologi solari;* nè vi è superficie comunque situata e comunque irregolare su cui non possa segnarsi un orologio: ma poichè i metodi che potrebbero darsene variano all' infinito o son puramente meccanici, non tratteremo che delle superficie piane, anzi ci limiteremo ai soli orologi orizzontali e verticali che sono di un maggior uso. Gli uni e gli altri han questo di comune, 89. che il centro o punta G dello gnomone rappresenta il centro terrestre (867) e che le linee dell' ore VM, VH ec. e cioè le rette (L. 618) esprimenti quelle comuni sezioni, tutte 91. convergono in un sol punto V chiamato il *centro dell' orologio*, il quale per gli abitanti dell' emisfero settentrionale rappresenta nei verticali il polo boreale, negli orizzontali l' australe, al contrario di quel che accade tra gli abitanti dell' emisfero opposto. Quindi 1°. una retta GV che si conduca dallo Gnomone a questo centro è parallela all' asse del mondo, e si chiama *asse dell' orologio*; 2°. una retta GA condotta da G normale all' asse GV, sarà nel piano dell' equatore e potrà chiamarsi *raggio dell' istesso equatore*; 3°. la retta N'N sarà la sezione dell' equatore coll' orizzonte e dicesi *linea equinoziale* per cui scorre l' ombra o l' immagine solare nei giorni degli equinozj; 4°. la retta GC che dallo gnomone G cade normale sul piano si chiama *stile* e il punto C in cui tocca il piano, dicesi *piede dello stile*.

FIG. 89. 905. Se dunque nel piano orizzontale VTH*i* si descriva col centro C un arco *mMh* ove cader possa il centro dell' immagine solare o il vertice dell' ombra, e prendansi accuratamente i due punti *m*, *h* ove succede l' intersezione prima e dopo il mezzogiorno, è certo che supposta costante la declinazione del ☼ nell' intervallo delle due intersezioni e dividendosi in mezzo l' arco *mh* nel punto M, la retta CM sarà la meridiana che riuscirà più sicura se con altri circoli concentrici come *f*D*g* ec. si moltiplichi la medesima osservazione e bisezione degli archi *fg* ec. i cui punti medj D, M ec. debbon essere in linea retta tra loro e con C se le osservazioni sian fatte con precisione, o almeno faran conoscere (prendendo la media direzione tra essi) la meridiana più approssimata. Che se la declinazione del ☼ cangi sensibilmente, la meridiana sarà tanto erronea quanta è la differenza del tempo tra il mezzogiorno reale e quello della linea condotta. Perciò trovato questo tempo (739) e facendo uso del metodo dato altrove (868), si avrà la meridiana corretta.

906. Determinata pertanto questa e conoscendosi la latitudine l del Paese, si avranno subito (868) i valori di GC, CV, CA ed AG; si troveran parimente (869) i limiti solstiziali della meridiana e finalmente la direzione di tutte le linee orarie; ove si osservi 1°. che la linea V*i* dell' ore 6 antemeridiane e pomeridiane è una parallela all' equinoziale NN′, normale perciò a VM; 2°. che prolungate al di là di V le linee orarie della mattina, daranno l' ora corrispondente per la sera, e all' opposto: così se V*u* sia la linea delle 5 pomeridiane, il suo prolungamento V*u′* segnerà le 5 della mattina; poichè facendosi da qualunque circolo orario nella sua intersezione col meridiano i due angoli conseguenti eguali a due retti (L. 789. 2°), la somma dei due angoli orarj sarà $180° = 12^{or}$ e quindi le due ore indicate prima e dopo mezzogiorno avranno lo stesso nome.

907. Si cerchino ora i limiti solstiziali delle linee orarie, e si determini primieramente la lunghezza dell' asse

VG e l' angolo GVL dello stesso asse colla linea oraria VL. FIG. 89.
Poichè nel triangolo GVC si ha GC $= g$ e l' angolo GVC $= l$, sarà VG : GC :: 1 : *sen* l, e perciò VG $= \frac{g}{sen\, l}$; e poichè nel triangolo AGn rettangolo in A abbiamo l' angolo AGn $= h°$ eguale all' angolo della data ora, e il raggio equatoriale GA $= \frac{g}{cos\, l}$, sarà *cos* AGn : GA :: 1 : Gn $= \frac{g}{cos\, l\, cos\, h}$; quindi nel triangolo VGn in cui sempre è retto l' angolo G, chiamando x l' angolo GVn, si troverà VG : Gn :: 1 . $tang\, x = \frac{tang\, l}{cos\, h}$. Posto ciò si conduca da G la Gk normale a Vn, ed avremo 1 : VG :: *sen* x : Gk $= \frac{g\, sen\, x}{sen\, l}$; d'onde $kn =$ Gk *tang* nGk $=$ Gk *tang* x (L. 559) $= \frac{g\, sen\, x\, tang\, x}{sen\, l}$; e supposti t ed H i limiti cercati, cioè (immaginando condotte due rette Gt, GH) gli angoli nGt, nGH eguali all' obliquità O dell' eclittica, si otterranno i loro valori per essere $nt = kn - kt =$ Gk($tang\, x - tang(x - O)$) $=$ (L. 721) $\frac{g\, tang\, x\, tang\, O}{sen\, l(\,cos\, x + sen\, x\, tang\, O\,)}$ ed nH $=$ Gk ($tang(x + O) - tang\, x$) $=$ (L. 719) $\frac{g\, tang\, x\, tang\, O}{sen\, l(\,cos\, x - sen\, x\, tang\, O\,)}$. Nel modo stesso sostituendosi ad O la declinazione solare corrispondente a quei punti in cui entra il ☼ nei varj segni, si avrà il luogo solare riportato quotidianamente sull' orologio. Se $x = l$ le formule apparterranno alla meridiana e diventeranno (sostituito δ ad O) $\frac{g\, tang\, \delta}{cos^2 l \pm sen\, l\, cos\, l\, tang\, \delta}$. Sarebbe intanto facile di provare che la linea condotta per tutti i punti dei limiti è sempre una curva conica e più comunemente un' iperbola. Passiamo agli orologi verticali.

908. Ciò che bisogna conoscer prima di tutto per delineare questi orologj è la *declinazione del pian°*, cioè l' angolo i'Vu' fatto dalla sua sezione orizzontale uu' con la sezione orizzontale ii' del primo verticale, o che è lo stesso, l' angolo fatto dalla linea meridiana mV con una retta mu' normale al piano medesimo. Questa declinazione dicesi *orientale* o *occidentale* secondochè il piano è volto da

mezzogiorno o verso l'oriente come nella figura o verso l'occidente. Se la faccia del piano fosse dalla parte setten-
89. trionale, la declinazione sarebbe iVu cioè orientale ed opposta ec. Vi sono varj istrumenti e metodi pratici che si propongono per determinar la declinazione; ma l'insufficienza di alcuni per misure assai scrupolose, l'incertezza degli altri, in particolare di quelli in cui si usa la calamita, e la difficoltà di procurarsi que' pochi che sarebbero meno equivoci, ci dee far preferire le vie del calcolo che oltre l'esser più analoghe al nostro istituto, hanno di più il vantaggio di una maggior precisione, escludendo molti di quelli errori cui è soggetta la pura pratica nelle costruzioni geometriche un poco complicate, ove lo sbaglio di un solo punto influisce spesso sopra il totale dell'operazione.

909. Sia dunque VOPQ un piano verticale e G un pun-
91. to elevato sopra di esso, da cui discende GC normale al medesimo e GV parallela all'asse del Mondo. Sarà dunque G uno gnomone, GC lo stile, GV l'asse, V il centro dell'orologio da delinearsi, e la retta VM perpendicolare all'orizzonte sarà la *meridiana*; poichè essendo il meridiano quello trai verticali che passa a un tempo per lo zenit e per il polo, tale dev' esser necessariamente il piano stesso per GV e VM, il cui prolungamento ferisce il polo coll' asse GV, e lo zenit colla sezion perpendicolare MV; e quì si osserverà di passaggio, che conducendosi per V e C la retta VCD (che si chiama la *sustilare*) questa sarebbe una sezion meridiana per un paese il cui zenit fosse nella direzione DV e la cui latitudine fosse perciò l'angolo CGV. Per questa ragione la sustilare si chiama anche la *meridiana del piano*, mentre VM è la *meridiana del luogo*.

910. Condotta ora l'orizzontale GE, l'angolo CGE sarà appunto la declinazione del piano la quale cercasi di determinare. E' chiaro che se si abbia già una meridiana orizzontale (905) oppure un orologio che mostri con sicurezza l'istante del mezzogiorno, e notato il punto m in cui cade in quell'istante l'estremità dell'ombra dello sti-

le o il centro dell'immagine solare, si conduca la verticale Em, questa sarà la meridiana esatta del luogo, e l'an- 91.
golo CGE formato dallo stile coll'orizzontale GE sarà la declinazione d cercata, cioè si avrà $tang\ d = \frac{CE}{CG}$. Ma non potendosi ciò ottenere, sia Q un punto in cui cada l'ombra o l'immagine a una qualunque ora d'osservazione. Stesa la verticale PQ e condotta GP al punto in cui essa taglia l'orizzontale OR, sarà GPQ il verticale in cui si trova attualmente il ☼, e supposta congiunta la retta GQ (questa e qualche altra linea facile a immaginarsi si son soppresse nella figura per evitarne la confusione) l'angolo PGQ sarà l'altezza attuale a del ☼ sull'orizzonte, cioè, per esser l'angolo GPQ sempre retto, $tang\ a = \frac{PQ}{PG}$, ovvero supponendosi misurate con esattezza le distanze $CP = t$, $PQ = u$, $tang\ a = \frac{u}{\sqrt{(g^2 + t^2)}}$. Quindi ricavandosi dalle Tavole la declinazione δ del ☼ per quell'ora, conosciuta anche solamente all'incirca, e sapendosi la latitudine l del paese, potrà aversi (666) l'azimut z del ☼ cioè l'angolo PGE, e quindi sarà nota la situazion della meridiana; d'onde si avrà la declinazione CGE, per esser già noto l'angolo CGP che chiamo b, da cui si ha $d = b \stackrel{+}{\backsim} z$.

911. Ma quantunque si possa scegliere per l'osservazione quell'ora in cui il moto solare in altezza è il più rapido (740); pure qualche volta l'altezza non cangia tanto sensibilmente che basti, mentre intanto l'azimut cangia notabilmente; e poichè oltre l'esser costante l, anche δ riman costante in un intervallo assai breve, è evidente che un piccolo errore in a può alterare assai il valor di z e rendere erronea o almeno incerta l'operazione. Perciò noi preferiremo le formule 667; giacchè sebbene suppongasi conosciuta h, contuttociò non influendo un mediocre errore di essa se non che assai poco sul valor di z, può bastare che si conosca l'ora soltanto approssimatamente, il che non è quasi mai difficile.

912. Frattanto poichè l'ombra sul piano cammina sem-

FIG.

pre dalla sinistra alla destra per chi lo guarda di faccia, è facile di conoscere se la declinazione di esso sia orientale o occidentale, purchè si sappia se l'osservazione dell'ombra ec. siasi fatta prima o dopo il mezzogiorno; il che può sempre distinguersi (mancando ogni altro indizio) dall'aumento o diminuzione successiva dell'altezza solare indagata con ripetute osservazioni. Supponendosi fatta *prima* del mezzogiorno, se il verticale dell'ombra sia a destra del verticale Cu del piano e passi per esempio per i, la declinazio-
91. ne è orientale; ma se l'ombra cada alla sinistra di Cu come nella verticale condotta per k o k', la declinazione sarà orientale sol quando il punto C sia tra il punto k o k' della verticale dell'ombra, e il punto E della meridiana; e sarà occidentale se il punto E sia a sinistra anch'esso di Cu. Facendosi l'osservazione *dopo* il mezzogiorno, se l'ombra cada sulla sinistra come nella verticale condotta per k o k', la meridiana sarà più a sinistra di essa e il piano declinerà in occidente; ma cadendo l'ombra alla destra come in PQ, la declinazione sarà occidentale sol quando la verticale Cu resti tra PQ e la meridiana che si suppone in k o k', e sarà orientale se la meridiana sia in i, e Cu rimanga alla sinistra di tutte due.

913. Determinata la declinazione d, facciasi CE $= g\ tang\ d$, e si chiami l' l'angolo GVC che si chiama la *latitudine del piano*. Poichè l'angolo VGE $= l$, latitudine del luogo, si avrà I°. $1 : GE \left(= \sqrt{g^2 sec^2 d} = \frac{g}{cos\ d}\right) :: tang\ l : EV = \frac{g\ tang\ l}{cos\ d}$; II°. $cos\ l : GE :: 1 : GV = \frac{g}{cos\ l\ cos\ d}$; III°. chiamando m l'angolo CVE della sustilare colla meridiana, sarà $VE : CE :: 1 : tang\ m$, e sostituiti i valori, $tang\ m = sen\ d\ cot\ l$; IV°. $VG : CG\ (g) :: 1 : sen\ GVC = sen\ l' = cos\ l \times cos\ d$; V°. condotta da G la GA normale a GV, essendo GC perpendicolare al piano, sarà CGA $=$ CVG $= l'$ e quindi $cos\ l' : CG\ (g) :: 1 : GA = \frac{g}{cos\ l'} = r$; VI°. $sen\ l' : GA ::$

$1 : AV =$

FIG.

$1 : AV = \frac{g}{sen\ l'\ cos\ l'}$. Stesa ora per A la retta N'N nor- 91.
male alla sustilare, sarà questa la sezione dell'equatore (904) cioè la retta *equinoziale*, su cui si dovranno determinare i punti d'intersezione delle linee orarie, incominciando da M; perciò congiunta GM e presa AD $=$ AG $= r$, converrà prima determinar l'angolo AGM $=$ ADM $= \lambda$, *differenza di longitudine* tra la meridiana del piano e quella del luogo: e ciò si avrà facilmente, determinato che sia il valor di AM colla proporzione VII°. $1 : tang\ m :: AV : AM = \frac{g\ tang\ m}{sen\ l'\ cos\ l'} = \frac{g\ sen\ d\ cot\ l}{sen\ l'\ cos\ l'}$; d'onde si ha VIII°. $AD \left(= AG = \frac{g}{cos\ l'}\right) : AM :: 1 : tang\lambda = \frac{sen\ d\ cot\ l}{sen\ l'} = \ldots \frac{sen\ d\ cot\ l}{cos\ l\ cos\ d} = \frac{tang\ d}{sen\ l}$.

914. Fatto ora MDH $= 15°$, MDH' $= 30°$ ec., i punti H, H' ec. determineranno l'intersezioni delle linee orarie pomeridiane; e quindi chiamando Ω', Ω'' le distanze delle linee orarie antemeridiane e pomeridiane dalla sustilare, prese sull'equinoziale N'N, si avrà $\Omega'' = r\ tang\ (\lambda + 15°)$, $= r\ tang\ (\lambda + 30°)$ ec. e generalmente $= r\ tang\ (\lambda + h)$. Parimente fatto $MDr = 15°$, $MDt = 30°$, $MDn = 45°$ ec., i punti r, t, n daranno l'ore della mattina e si avrà $Ar = r\ tang\ (\lambda - 15°)$, $At = r\ tang\ (30° - \lambda)$ ec. e generalmente $\Omega' = r\ tang\ (\lambda \backsim h)$; cioè la distanza di qualunque linea oraria si esprimerà dall'equazione $\Omega = r\ tang (\lambda \underset{\backsim}{+} h)$, ove il segno superiore ha luogo da M verso N' e l'inferiore da M verso N.

915. Data finalmente una linea oraria qualunque Vn, si cerchi l'angolo ω fatto da essa colla sustilare VD, e l'angolo n fatto coll'asse VG. Quanto al primo, abbiamo nel triangolo VAn, $AV : An :: 1 : tang\ \omega = sen\ l'\ tang (\lambda \underset{\backsim}{+} h) = cos\ l\ cos\ d\ tang (\lambda \underset{\backsim}{+} h)$. Supponendosi congiunta Gn, si avrà $Gn = \sqrt{(GA^2 + An^2)} = \sqrt{\left(\frac{g^2}{cos^2 l'} + \ldots \frac{g^2\ tang^2 (\lambda \underset{\backsim}{+} h)}{cos^2 l'}\right)} = \frac{g}{cos\ l'} \times \frac{1}{cos (\lambda \underset{\backsim}{+} h)}$; d'onde in ulti-

FIG. 91. mo si ha $VG : Gn :: 1 : tang\, n = \frac{sen\, l'}{cos\, l' \, cos(\lambda \mp h)}$ cioè . . . $cot\, n = cot\, l' \, cos(\lambda \mp h)$.

916. Restano da cercarsi i limiti delle linee orarie. Preso come diametro l' intervallo Vn tra il centro V dell' orologio e l' intersezione della retta oraria coll' equinoziale, descrivasi il semicircolo VG'n a cui si applichi VG' = VG, unendo G'n. E' chiaro che supposta unita anche Gn, il triangolo VG'n è lo stesso che VGn rivolto intorno a Vn e posato sul piano VG'nM; e quindi condotta G'b normale a Vn, l' angolo nVG' = nVG = n = bG'n. Se dunque si conducano le rette G'L, G'l tali che sia l' angolo LG'n = nG'l = O obliquità dell' eclittica, ovvero = δ, declinazione del ☼, si avranno i limiti solstiziali L, l, ovvero i punti di corrispondenza per qualsisia parallelo solare; e quindi la lunghezza o della linea oraria, presa dall' equinoziale, sarà (907) $= \frac{g\, tang\, n\, tang\, \delta}{sen\, l'(cos\, n \mp sen\, m\, tang\, \delta)}$, ove il segno superiore serve per la parte superiore cioè per l' ore indicate dal ☼ nei segni australi, e il segno inferiore serve per la parte inferiore corrispondente ai segni boreali.

Quì si osservi che è assai più utile il collocare negli orologi solari l' asse GV piuttosto che lo stilo GC. Questo non segna l' ora se non col vertice G; e quindi nella direzione un poco obliqua dei raggi, l' ombra o l' immagine escono molto spesso dai limiti del piano; laddove tutti i punti di GV servono a indicar l' ora in qualunque modo il Sole lo illumini: ed in tal caso la linea oraria Ll dovrà estendersi oltre il limite invernale l fino in vicinanza del centro V.

917. Che se la faccia del piano sia volta dalla parte boreale, le regole saran tutte le stesse, se non che l' orologio sembrerà roversciato, e 1°. il centro V sarà nella
92. parte inferiore e rappresenterà il polo australe; 2°. l' angolo EGV sarà sempre = l, latitudine del paese, ma la retta Vm sarà la linea oraria della mezza notte, la quale condotta provvisionalmente, e applicandovi i raziocinj già

fatti darà le altre ore VL ec. che possono combinarsi colla presenza del ☼ sull' orizzonte. FIG. 92.

918. Ciò guida naturalmente a cercare qual sia la prima e l' ultim' ora da delinearsi in un orologio. Quanto all' orizzontale, è chiaro che data la latitudine l e la massima declinazione δ del ☼, se ne ha tosto il massimo arco semidiurno h' (676) che convertito in tempo (625) darà l' ora più tarda del tramontare, la quale sottratta da 12^{or} darà la più sollecita del nascere: e queste saranno l' ore cercate. Ma ciò non è applicabile a un orologio verticale, poichè l' orizzonte gli occulta una porzione del massimo arco semidiurno la quale (preso il piano isolato e senza impedimenti) sarebbe visibile rispetto ad esso; e inoltre il più delle volte il piano medesimo se ne occulta un' altra porzione visibile riguardo all' orizzonte: così se il piano sia Zz, l' orizzonte Eu occulterà il ☼ in tutti i punti 93.
dei paralleli che son compresi nello spazio Euz, quantunque restino al dì sopra del piano; ed il piano stesso occulterà a se medesimo tutti i punti compresi nello spazio iuR. Quanto al piano non declinante qual è il primo verticale ZE, il massimo arco semidiurno sarà = EQ = 90° = 6^{or} così per la mattina come per la sera. Riguardo agli altri come Zz, ZR, ZV, per avere il massimo arco semidiurno dovrà cercarsi la massima amplitudine boreale del ☼ (668) ovvero quella porzion di essa che è contenuta tra il primo verticale e il dato piano, determinata la quale si ha la prim' ora della mattina se l' orologio declina verso l' oriente, o l' ultim' ora della sera, se declina verso l' occidente. In fatti suppongasi che un tal piano, mosso da E verso N passi successivamente in Zu, ZR, ZV ec. e sia perciò Eu, ER, EV ec. la sua declinazione d; sarà nel primo caso Eu = d la massima amplitudine boreale del ☼ relativamente al piano medesimo, la quale determinerà il massimo arco semidiurno uh, e perciò sarà $d < z'$, onde (677) $tang\, h' = -\frac{cot\, d}{sen\, l}$; per gli altri due casi in cui la declina-

FIG. zione è uguale o maggiore dell' amplitudine massima, il massimo arco semidiurno sarà sempre quello che conviene a z' e si avrà, supponendo O l' obliquità dell' ecclittica, $sen\, z' = \frac{sen\, O}{cos\, l}$ (679) e $tang\, h' = -\frac{cot\, z'}{sen\, l}$.

919 Per aver l' ultim' ora negli orologi voltati verso levante e la prima in quelli che guardan verso ponente, si osservi che il piano per cui il ☼ ha dalla parte OmN un'
93 amplitudine boreale, ne ha dall' opposta un' australe come En, e quindi se $d < z'$ ed $=$ Eu, sarà E$n = -$ E$u = -d$, onde $tang\, h' = \frac{cot\, d}{sen\, l}$ ovvero $\frac{cot\, z'}{sen\, l}$ se $d = z'$. Ma se $d > z'$, come in ZV, è certo che dall' altro lato la sezione del tropico opposto sarà sopra l' orizzonte, e il massimo arco semidiurno del luogo non sarà interamente visibile rispetto al piano. Data perciò la latitudine l' del piano (913) e la massima declinazione O del ☼, sarà (676) $cos\, h' = - tang\, l \times tang\, O =$ NGA (supponendo unita NG e il punto N quel-
91. lo dell' ultim' ora perchè la declinazione è orientale); ma poichè l' angolo AGN riguarda la sustilare, dovrà sottrarsene AGM $= \lambda$, e l' ora ultima cercata sarà $(h' - \lambda)^{or}$, come $12^{or} - (h' + \lambda)^{or}$ sarà la prima quando la declinazione d sia occidentale.

Calendario.

920. L' Astronomo che intraprende a calcolar l' Efemeride d' un dato anno, se non voglia servilmente trascrivere gli altrui risultati con pericolo di grave sbaglio, ha bisogno di certe cronologiche nozioni sul Calendario senza le quali non potrebbe compiutamente risolvere quell' importante problema. Noi ristringiamo a quest' unica mira lo studio vastissimo della Cronologìa, e ci proponghiamo di trattar del Calendario non solamente quanto basti all' intento, ma anche in una nuova maniera: perciò le varie forme dell' ora, del giorno, del mese e dell' anno presso i Popoli antichi, le diverse Epoche delle Nazioni e dei Re,

e le infinite questioni cronologiche sopra tutte le date più celebri della Storia, sono argomenti alieni dal nostro oggetto e bisogna cercargli in altri Libri.

921. Gli Antichi collocarono i Pianeti nel Cielo con quest' ordine ♄ ♃ ♂ ☼ ♀ ☿ ☽, e potrebbe far maraviglia che nell' assegnare a ciascun di essi un giorno della settimana, abbian seguito un ordine affatto diverso ♄ ☼ ☽ ♂ ☿ ♃ ♀: ma se si rifletta che ad ogn' ora del giorno facevasi presedere un Pianeta nel suo ordin celeste, e che dal Pianeta presidente alla prim' ora prendeva il nome l' intera giornata, s' intenderà facilmente il nuovo ordine eddomadario. Infatti distribuite ai sette Pianeti le 24 ore di un giorno, è chiaro che la prima toccherà a ♄ da cui avrà il nome quel giorno, e poichè le tre ultime saranno per ♄ ♃ ♂, la prima del giorno seguente apparterrà al ☼ che darà parimente il nome a questo giorno; quindi l' ultime tre ore di questo anderanno al ☼ ♀ ☿, e la prima del terzo giorno sarà per la ☽: continuando il raziocinio nel modo stesso, si troverà la completa serie eddomadaria ♄ ☼ ☽ ♂ ☿ ♃ ♀. Se il giorno fosse stato diviso in ore 22, o se conoscendosi Urano (750) la divisione fosse andata fino a 25 ore, l' ordine quotidiano dei Pianeti avrebbe corrisposto esattamente al loro ordin celeste.

922. Pertanto o dai sette pianeti, o dall' antichissima tradizione, o dagli uni e dall' altra insieme ebbe origine la settimana, come dalla Luna e dal Sole la ebbero il mese e l' anno. Ma laddove il giorno e la settimana furon costantemente divisi quello in ore 24, questa in giorni 7, i mesi lunari sinodici (760. 814) che si trovano di giorni $29\frac{1}{2}$ in circa, si fecero or *cavi* or *pieni* cioè alternativamente di 29 e di 30 giorni, e gli anni solari che montano prossimamente a giorni $365\frac{1}{4}$ (622), si distinsero in quadriennj chiamando *comuni* o di giorni 365 i primi tre, e *bisestile* o di giorni 366 l' ultimo di ciascun quadriennio: il giorno aggiunto nell' ultim' anno si collocò tra i dì 23 e 24

di Febbrajo, ed esso pure si indicò col *sexto calendas* appartenente al dì 24, dal che l'anno prese il nome di bisestile.

923. In tal guisa all'antico anno di Numa che comprendeva 355 giorni, fu sostituito da Giulio Cesare il nuovo anno *Giuliano*, i cui 365 giorni arbitrariamente distribuiti in 12 mesi, qual di 28, qual di 30, qual di 31, compongono insomma 52 settimane ed 1 giorno. Anche l'*anno lunare* si formò di 12 mesi, sei pieni e sei cavi (922), che ascendendo in tutto a 354 giorni, danno la differenza $365-354=11$ tra i due anni solare e lunare. Questi 11 giorni chiamansi l'aggiunta o *epatta Giuliana*, perchè bisogna annualmente aggiungergli all'anno lunare onde eguagli il solare Giuliano.

924. E' volgare opinione (benchè si possa dir qualche cosa in contrario) che 44 anni dopo la correzione di Cesare e 4003 dopo la creazione del Mondo, nell'ultimo mese dell'anno e nell'ultimo Sabato del mese, sia nato GESU' CRISTO. Da quest'Epoca sì venerabile per tutti gli uomini, e precisamente dal seguente anno 4004 comincia l'*Era Cristiana* e l'uso del *Calendario Giuliano* presso i Cristiani. Furono essi che ai 365 giorni dell'anno ordinatamente disposti nel Calendario, unirono le prime sette lettere dell'alfabeto; di modo che cominciando da Gennajo, i giorni 1,2,3,4,5,6,7 hanno di fianco le *lettere quotidiane* *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, che replicate per ordine fino a tutto Dicembre, mostrano quali sono in un anno comune i giorni del nome stesso; onde se il dì 1 di Gennajo segnato *a* cada per esempio in Martedì, tutti i giorni segnati *a* saranno dei Martedì, tutti i segnati *b* saranno dei Mercoledì ec.: ma poichè il giorno più interessante per i Cristiani è la Domenica, si dettø poi a queste lettere il nome di *lettere domenicali*.

925. E' però da notare che negli anni consecutivi le lettere domenicali non si succedono nel loro ordine quotidiano, ma passano da *a* a *g*, da *g* ad *f*, da *f* ad *e* ec.:

poichè componendosi l'anno di 52 settimane ed 1 giorno (923), se il primo giorno dell'anno fu Domenica, lo sarà anche l'ultimo; onde nel nuovo anno il dì 1 segnato *a* (924) sarà Lunedì, la Domenica anderà al dì 7, la lettera domenicale diverrà *g*, e la serie perpetua delle lettere domenicali sarà di sette termini con quest'ordine inverso *a*, *g*, *f*, *e*, *d*, *c*, *b*.

926. Quindi se tutti gli anni fossero comuni, il periodo delle lettere domenicali avrebbe 7 termini che dopo sett'anni ricomincierebbero con lo stess'ordine: ma gli anni comuni sono interrotti ogni quart'anno dal bisestile (922) e il giorno che si frammette secondo l'uso dei latini tra i dì 23 e 24 di Febbrajo (922) e secondo l'uso ordinario tra i dì 28 di Febbrajo e 1 Marzo, fa retroceder di un giorno tutte le seguenti Domeniche: onde nell'anno 1796 la lettera *c* indicò le Domeniche fino a tutto il dì 28 di Febbrajo, e per indicarle poi dal dì 1 Marzo fino al resto dell'anno, convenne retroceder d'una lettera e prender *b*. Ora la necessità di assegnar due lettere a ciascun anno bisestile turba il letteral periodo settenario, e può cercarsi qual debba essere il nuovo periodo delle lettere domenicali, supposto il costante ritorno dei bisestili di quattro in quattr'anni.

927. In questa ipotesi, 5 lettere darebbero evidentemente un periodo $p=4$ cioè di 4 termini: or se con 5 lettere si ha p, con 7 lettere si avrà $\frac{7p}{5}$, e se queste lettere prese una volta danno $\frac{7p}{5}$, bisognerà prenderle un numero indeterminato ed intero E di volte per avere il cercato periodo x: verrà dunque $x=\frac{7pE}{5}=\frac{28E}{5}$; onde (L. 405) $\frac{28E}{5}=E'=\frac{3E}{5}=\frac{E}{5}$ ed $E=5E'$; quindi fatto $E'=1$, sarà $E=5$ ed $x=28$, cioè il periodo cercato è di 28 termini, e le lettere domenicali torneranno con lo stess'ordine dopo 28 anni. Un tal periodo che supposta la legge

dei bisestili (922) riconduce ai giorni stessi dell'anno i giorni dedicati al Sole (821) o le Domeniche, fu chiamato il periodo o *Ciclo Solare*. Ne è ignoto il principio, e solo si sa che fu istituito dopo G. C. in tal tempo che tornando indietro di 28 in 28 anni, il prim'anno dell'Era Cristiana si trovò distinto con 10 del ciclo solare.

928 Anche la Luna fu soggettata ad un periodo da Metone l'Ateniese. Egli osservò che in 19 anni solari si contengono 19 anni lunari con 19 epatte (923) e che 19 anni lunari eguagliano 19. 12 = 228 mesi lunari, come 19 epatte danno 19. 11 = 209 giorni cioè 7 mesi *embolismici* o intromessi, sei pieni ed uno cavo: dal che deducendo l'eguaglianza di 19 anni solari con 235 *lunazioni* o mesi sinodici, compose un *Ciclo Lunare* di 19 anni con cui pensò di aver combinati sì bene i moti dei due Astri regolatori del tempo, che al cominciar d'un nuovo ciclo sarebbero nuovamente in quello stesso punto dello Zodiaco ove erano 19 anni addietro, e che i novilunj si avrebbero nei medesimi giorni e con l'ordine stesso di prima. Parve tanto utile questa scoperta in Atene, che il corrente numero del ciclo fu scritto annualmente in cifre d'oro, donde prese il nome di *numero aureo*: i Cristiani medesimi lo introdussero nel Calendario Giuliano, e cominciando dal dì 23 di Marzo in cui casualmente cadde un novilunio, apposero il ciclo 1 di fianco ai giorni con 29 e 30 intervalli alternativamente (922), e poi quasi con simil metodo il ciclo 2, il ciclo 3 ec. fino a 19; in tal guisa dato per esempio il corrente ciclo annuo 3, si sapeva subito che i novilunj dell'anno cadevano in tutti quei giorni cui era notato di fianco il ciclo 3. Dionisio il Piccolo, famoso per dottrina nel sesto secolo, cominciò a contar questo ciclo dall'anno 532 dell'Era Cristiana, e perciò tornando indietro di 19 in 19 anni, venne a segnare il primo anno di Cristo con 2 di ciclo lunare.

929. Questi due cicli del Sole e della Luna possono fino ad un certo segno chiamarsi astronomici: ma è poi affatto

fatto arbitrario un altro ciclo chiamato *Indizione* che comprende un periodo di 15 anni; lo immaginarono gli Imperatori, lo adottarono in seguito i Romani Pontefici, e Dionisio lo fece cominciare nell'anno 328 dell'Era Cristiana in cui fu celebrato, secondo lui, il Concilio Niceno che altri riportano al 325: in tal guisa tornando indietro di 15 in 15 anni, si incontrò il prim'anno di Cristo con 4 d'indizione.

930. Dal prodotto di tutti insieme i tre cicli del Sole, della Luna e dell'indizione si ha 28. 19. 15 = 7980 anni Giuliani, ed è questo il celebre *Periodo Giuliano* inventato da Giuseppe Scaligero per ridurre ad una misura comune le infinite Epoche differenti, e per evitare le oscurità e le contradizioni che sì spesso s'incontrano nella Cronologia e nella Storia: poichè se le date dei fatti si segneranno coi diversi numeri dei tre cicli, questi numeri non potranno mai più combinarsi per l'intero corso del periodo Giuliano, onde appartenendo tutti insieme ad un solo e determinato anno di questo periodo, la confusione dei tempi e l'ambiguità delle persone, e dei fatti non avrà più luogo nei nostri Annali. Poichè dunque al prim'anno dell'Era Cristiana 4004. del Mondo (924), si assegna 10 di ciclo solare (927), 2 di ciclo lunare (928) e 4 d'indizione (929), è facile il dedurre (*L.* 412) che conviene a quest'anno l'anno 4714 del periodo Giuliano, il quale (giacchè 4713 — 4003 = 710) rimonta col suo principio fino a 710 anni prima della Creazione.

931. Con altre mire si erano anticamente moltiplicati insieme i cicli del Sole e della Luna da Vittorio d'Aquitania o da Dionisio. Fissato l'equinozio nel dì 21 di Marzo, ben si sapeva il Decreto del Concilio Niceno di celebrar la Pasqua nella Domenica immediatamente posteriore a quel dì quartodecimo della Luna (detto compendiosamente la *Quartadecima*) il quale cade o nel giorno medesimo o dopo il giorno dell'equinozio: ma variando annualmente e le Domeniche e le Quartedecime, nascevano ogn'anno dei

dubbj e delle difformità nell' osservanza del sacro Rito, e la determinazion della Pasqua era divenuta nel quinto secolo un difficil problema. Fu dunque immaginato un periodo che abbracciasse tutte le possibili varietà e delle Domeniche e delle Quartedecime: e poichè quelle tornano ordinatamente ai giorni stessi dopo un ciclo solare (927) e queste vi tornano dopo un ciclo lunare (928), si conchiuse che per soddisfare al problema bastava moltiplicar tra loro i due cicli, onde si avesse un *Ciclo Pasquale* di anni 28 . 19 = 532. Il prim' anno dell' Era Cristiana con 10 di ciclo solare (927) e 2 di aureo numero (928) caddè dunque nell' anno 458 del ciclo pasquale (*L.* 412) che dal nome dei suoi Autori fu anche chiamato *Vittoriano* e *Dionisiano*.

932. Questo metodo per conoscere il dì di Pasqua sarebbe stato facile e preciso, se i due cicli solare e lunare avessero avuta l' opportuna esattezza: ma Cesare nella formazion del suo anno, e Metone nel calcolo del suo numero d' oro trascurarono certi rotti di tempo, i quali accumulandosi appoco appoco fecero anticipar gli equinozj e i novilunj in tal guisa, che fin dall' anno 1580 l' equinozio era giunto dal dì 21 al dì 11 di Marzo e il novilunio veniva indicato dopo che la Luna avea già 4 giorni: di modo che dalle Tavole Prussiane di Reinhold, le più accurate in quel tempo, si rilevò che in 400 anni Giuliani il Sole guadagnava 3 giorni più del dovere, e che in 16 cicli Metonici o più esattamente in anni 312 $\frac{1}{2}$ ne guadagnava 1 la Luna.

933. Or come i disordini del Calendario di Numa determinarono Giulio Cesare ad abolirlo (923), così quelli del Calendario Giuliano indussero Gregorio XIII ad intraprenderne l' emendazione. Ella riducevasi in somma a togliere al Sole e alla Luna i giorni indebitamente acquistati e ad impedirne l' acquisto indebito per l' avvenire; nel qual punto di vista il problema era molto indeterminato e poteva sciogliersi in mille differenti maniere: ma Gregorio rispettando meritamente le celebri decisioni del Concilio di Nicèa, e le fatiche lodevoli di Dionisio, volle che il calcolo e l' Astronomìa servissero quanto più potevasi alle antiche usanze, il che cangiò talora il problema in più che determinato, e ne rese impossibile la soluzione accurata. Questa notizia giustifica bastantemente le piccole irregolarità del *Calendario Gregoriano*, e mentre onora la pietà del Pontefice, purga pienamente da ogni taccia i dotti Astronomi che lo servirono.

934. La correzione fu promulgata nel 1581 e cominciò ad eseguirsi nel 1582. Riguardo al Sole fu stabilito 1°. che per ricondur l' equinozio al dì 21 di Marzo (931) si soppriméssero i 10 giorni guadagnati dal Sole (932) e perciò il dì 5 d' Ottobre fosse chiamato in quell' anno il dì 15: 2°. che per mantener l' equinozio nello stesso dì 21 di Marzo, cioè per togliere al Sole i 3 giorni che nel sistema Giuliano acquisterebbe in 400 anni (932), si tralasciassero perpetuamente 3 bisestili in ogni quadernario di secoli, onde fatto bisestile l' anno 1600 non debbano esserlo il 1700, il 1800, e il 1900, ma solamente il 2000 ec. Questa regolar soppressione dei bisestili fu detta *equazione solare*.

935. Riguardo alla Luna si determinò 1°. che per impedirle in avvenire di avvantaggiarsi d' 1 giorno in anni 312 $\frac{1}{2}$ (932), l' anno lunare si diminuisse d' un giorno in ogni ternario di secoli, cominciando a contare i secoli dall' anno 1400: 2°. che per valutare anche i residui anni 12$\frac{1}{2}$, ad ogni otto ternarj di secoli (nel quale spazio gli anni 12 $\frac{1}{2}$ compongono appunto un secolo) si tralasciasse la prescritta diminuzione d' 1 giorno e si trasportasse al secolo susseguente, facendo per la prima volta il trasporto dall' anno 1700 al 1800. Queste due regole insieme si chiamarono *equazione lunare*.

936. In fine fu tolto al numero aureo l' antico ufizio di indicare i novilunj (928) e fu dato ad una serie di 30 numeri che replicata 12 volte rappresentò nel Calendario i 354 giorni dell' anno lunare (923). Comincia essa dall' asterisco * che significa o zero o *XXX*. e continuando per or-

dine con *XXIX*, *XXVIII* ec. scende fino a *I* di fianco ai primi 30 giorni di Gennajo: ricomincia quindi con * nel dì 31 e prosegue negli altri mesi, finchè con la duodecima replica giunge al dì 20 di Dicembre, ripigliando poi con l' ordine stesso dal dì 21 fino al termine dell' anno. Ebbero questi 30 numeri il nome di *epatte*, perchè data la corrente epatta d' un anno, basta cercarla tra questi numeri nel Calendario, e i giorni ove si troverà segnata saranno i novilunj di tutto l' anno. I numeri stessi o le 30 epatte si notarono anche nel Martirologio in fronte a ciascun giorno, ove per mezzo di una *lettera* soprapposta, che si determina d' anno in anno, servirono ad indicar giornalmente la diversa *età della Luna*.

937. Si è detto (936) che la serie delle 30 epatte va con 12 repliche dal dì 1 di Gennajo fin al 20 di Dicembre, il che sembra contradittorio; poichè in tale ipotesi i termini dell' epatte son $30 \times 12 = 360$, e i giorni compresi tra i due limiti di Gennajo e Dicembre sono $31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 20 = 354$. Ma convien sapere che le 6 epatte d' avanzo furon ripartite nelle trentine alternative dei giorni, di modo che due epatte si veggon nel giorno stesso in Febbraio, due in Aprile, due in Giugno ec. Basti riportar quì per modello i primi giorni d' Aprile di cui faremo in seguito qualche uso per maggiore schiarimento del sistema Gregoriano. Infine, dovendo l' ultimo mese embolismico del ciclo lunare esser cavo, l' epatte annue che crescon comunemente d' 11, ogni nuovo anno del ciclo crescon di 12; per tal ragione se l' anno del ciclo è 19 e l' epatta pure sia XIX (onde il novilunio cada nel dì 2 di Dicembre) l' altro novilunio si porrà nel dì 31 ove si trova perciò il numero 19 accanto alla solita epatta quotidiana XX.

APRILE

Giorni	Epatte
1	*XXIX*
2	*XXVIII*
3	*XXVII*
4	25. *XXVI*
5	*XXV*. *XXIV*
6	*XXIII*
7	*XXII*
ec.	ec.

938. Ed ecco in compendio la parte storicoteorica del Calendario: da questi fondamenti dee ricavarsi la parte pratica, la quale per altro è trattata dagli Scrittori con varie operazioni numeriche mancanti per lo più d' ogni ragione, e con molte Tavole grandi e piccole di cui è spesso ignota la costruzione ed incertissima l' esattezza. Noi dunque scioglieremo con un metodo affatto nuovo tutti i problemi relativi al Calendario; e poichè in questa specie di calcoli si incontran frequentemente delle divisioni di cui dee prendersi o il solo quoziente trascurando il resto, o il solo resto trascurando il quoziente, ci serviremo di simboli particolari per indicarle. Se per esempio, una quantità x si trovi eguale ad un numero determinato n diminuito di un indeterminato numero h, ed $n-h$ sieno divisi per qualche determinato numero $m > h$, questa espressione $x = \frac{n-h}{m}$ evidentemente significherà che per conoscere x dee togliersi h da n e poi divider per m, ovvero dividere n per m e non curato il resto, prender per x il quoziente: scriveremo dunque $x = \frac{n-h}{m} = Q\,\frac{n}{m}$, e ciò vorrà dire *il quoziente di* n *diviso per* m, *trascurato il resto*. All' incontro se x si trovi eguale ad un numero determinato n diminuito di un multiplo indeterminato h di qualche determinato numero m, questa espressione $x = n - mh$ significherà che per conoscere x dee togliersi m da n quante volte si può, ovvero divider n per m e non curato il quoziente, prender per x il resto: scriveremo dunque $x = n - mh = R\,\frac{n}{m}$, e ciò vorrà dire *il resto di* n *diviso per* m, *trascurato il quoziente*; dal che di passaggio raccoglieremo 1°. che $R\,\frac{n}{m}$, $R\,\frac{n+m}{m}$, $R\,\frac{n+2.m}{m}$, $R\,\frac{n+mh}{m}$ son tutte quantità eguali, giacchè l' aggiunta di un multiplo di m non può alterare il resto di una divisione per m: 2°. che se diviso n per m non si abbia alcun resto, cioè se sia $R = 0$, potrà prendersi ad arbitrio ed $x = 0$ ed $x = m$, $= 2m = mh$ ec. secondo la particolar natura

di x, giacchè tutti questi valori son realmente un resto della divisione per m: 3°. che il valor di $\frac{n}{m}$ non dee ridursi a minore espressione, o almeno il resto $R\frac{n}{m}$ dee moltiplicarsi per il comun divisore adoprato: così $R\frac{60}{28}=4$ non può farsi $R\frac{15}{7}$ che falsamente darebbe 1. Ciò supposto, venghiamo ai problemi.

939. I. Trovare i tre cicli s, l, i del Sole, della Luna e dell'indizione in un anno dato n dopo Cristo.

1°. Poichè nel prim'anno di Cristo si aveva 10 di ciclo solare (927), i seguenti anni $n-1$ aumentati di 10 eguaglieranno un multiplo indeterminato h dell'intero ciclo 28 con la parte cercata s di esso; dunque $n-1+10=28h+s$, e però $s=n+9-28h=R\frac{n+9}{28}$ (938). Se $R=0$, sarà $s=28$ (938).

s	l	i	
28	19	15	1
56	38	30	2
84	57	45	3
112	76	60	4
140	95	75	5
168	114	90	6
196	133	105	7
224	152	20	8
252	171	135	9

2°. Nel prim'anno di Cristo si aveva 2 di ciclo lunare (928); dunque per la ragione stessa troveremo $n-1+2=19h+l$, e perciò $l=n+1-19h=R\frac{n+1}{19}$. Se $R=0$, sarà $l=19$.

3°. Nel prim'anno di Cristo si aveva 4 d'indizione (929); dunque $n-1+4=15h+i$, e però $i=n+3-15h=R\frac{n+3}{15}$. Se $R=0$, sarà $i=15$.

Applicando queste tre formule all'anno $n=1798$, si troverà $s=15$, $l=13$, $i=1$. Per compendiare il problema abbiamo posti di fianco i multipli di 28 (s), di 19 (l) e di 15 (i) fino a 9.

940. II. Dati i tre cicli s, l, i del Sole, della Luna e dell'indizione, trovar l'anno del periodo Giuliano a cui appartengono ed il corrispondente anno dell'Era Cristiana: e reciprocamente dato l'anno n del periodo Giuliano, trovare i tre cicli s, l, i.

La prima parte di questo problema è stata sciolta in altro luogo (*L.* 412). Quanto alla seconda, poichè il periodo Giuliano è il prodotto di $28.19.15$ (843), egli è dunque un multiplo $k\,(=19.15)$ di 28, un multiplo $k'\,(=28.15)$ di 19, ed un multiplo $k''\,(=28.19)$ di 15; dunque una sua qualunque porzione n sarà del pari un multiplo $h\,(<k)$ di 28 con un certo avanzo s, un multiplo $h'\,(<k')$ di 19 con un certo avanzo l, ed un multiplo $h''\,(<k'')$ di 15 con un certo avanzo i. Pertanto $n=28h+s=19h'+l=15h''+i$, e quindi 1°. $s=n-28h=R\frac{n}{28}$ (938): 2°. $l=n-19h'=R\frac{n}{19}$: 3°. $i=n-15h''=R\frac{n}{15}$. Se $R=0$, sarà $s=28$, ovvero $l=19$, ovvero $i=15$ (938).

941. III. Trovare i bisestili x contenuti in un numero n d'anni, non supposta la correzion Gregoriana.

Poichè in tale ipotesi ogni quart'anno è bisestile (922), divisi per 4 i dati anni n, si avrà un quoziente u con un resto indeterminato $\frac{h}{4}$, cioè $\frac{n}{4}=u+\frac{h}{4}$: ma i bisestili x debbono essere il numero intero u, come è chiaro; dunque $x=u=\frac{n-h}{4}=Q\frac{n}{4}$ (938).

942. IV. Trovar l'equazione solare, cioè il numero x dei giorni che dopo la correzion Gregoriana son perduti dal Sole in un dato numero n d'anni (934).

Poichè dal secolo 16mo in poi si lasciano 3 bisestili in ogni quadernario di secoli (934), i giorni x perduti dal Sole o i bisestili tralasciati eguaglieranno i secoli dopo il 16mo diminuiti dei quadernarj che contengono: ma i secoli dopo il 16mo sono $Q\frac{n}{100}-16$, e i lor quadernarj sono ......

$$\frac{Q\frac{n}{100}-16-h}{4}=Q\frac{Q\frac{n}{100}-16}{4}=Q\frac{n}{400}-4\ (938);$$ dunque

$$x=Q\frac{n}{100}-16-Q\frac{n}{400}+4=Q\frac{n}{100}-Q\frac{n}{400}-12.$$ Così se $n=9988$, sarà $Q\frac{n}{100}=99$, $Q\frac{n}{400}=24$ ed $x=63$.

943. V. Trovar l'equazion lunare, cioè il numero dei giorni x che dopo la correzion Gregoriana son perduti dalla Luna in un dato numero n d'anni (935).

Poichè dal secolo 14^{mo} in poi la Luna perde un giorno in ogni ternario di secoli (935), l'equazion lunare col raziocinio del passato problema si troverebbe $x = Q\dfrac{Q\frac{n}{100} - 14}{3}$; ma questa formula dà un equazione lunare nel secolo 17^{mo} in cui dee lasciarsi, e non la dà nel secolo 18^{mo} in cui si dee fare (935), dunque per aver la vera formula basterà prender per epoca non il secolo 14^{mo} ma il 15^{mo}, e sarà $x = Q\dfrac{Q\frac{n}{100} - 15}{3} = Q\dfrac{n}{300} - 5$.

944. VI. Trovar la lettera quotidiana q che nel Calendario o Giuliano o Gregoriano è notata di fianco ad un giorno dato m preso dal principio dell'anno comune.

Premessa per comodo la somma dei giorni da mese a mese, è noto che le lettere poste di fianco ai giorni son 7 e vanno con l'ordine $A = 1$, $B = 2$ ec. (924); dunque tutte le lettere m dal principio dell'anno fino al dato giorno eguaglieranno un multiplo h di 7 col numero q delle rimanenti, cioè $m = 7h + q$ e quindi $q = m - 7h = R\dfrac{m}{7}$. Così se il giorno dato sia il 4 ovvero il 17 d'Ottobre, sarà $m = 277$ ovvero $m = 290$, e $q = R\dfrac{277}{7} = 4 = D$, ovvero $q = R\dfrac{290}{7} = 3 = C$, cioè la lettera del dì 4 è D, e quella del dì 17 è C. Se $R = 0$, sarà $q = 7 = G$ (938).

somma dei giorni a tutto

Gennajo	31	*Luglio*	212
Febbrajo	59	*Agosto*	243
Marzo	90	*Settembre*	273
Aprile	120	*Ottobre*	304
Maggio	151	*Novembre*	334
Giugno	181	*Dicembre*	365

$$\left(\begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix}\right.$$

945. VII. Trovar la lettera domenicale u, u' di un dato

to anno n dopo Cristo secondo i due Calendarj Giuliano e Gregoriano.

Poichè G. C. nacque nel dì 25 di Dicembre in Sabato (924), cominciò dunque in Sabato il seguente anno primo dell'Era Cristiana; dunque si ebbe Domenica nel dì 2 e la lettera domenicale fu b (944); ma le lettere domenicali procedono con ordine inverso da b ad a, da a a g, da g ad f ec. (925); dunque l'ordine di queste lettere è $b = 1$, $a = 2$ ec. Ora il numero delle lettere scorse dopo quest'epoca eguaglia quelli degli anni e dei bisestili (926); perciò la lettera domenicale u per un anno n si avrà con aggiunger 1 alla somma delle lettere trascorse negli anni precedenti $n - 1$, toltine tutti i multipli h di 7; ma in anni $n - 1$ sono scorse lettere $n - 1 + Q\dfrac{n-1}{4}$; dunque $n - 1 + Q\dfrac{n-1}{4} + 1 = n + Q\dfrac{n-1}{4} = 7h + u$ ed $u = n + Q\dfrac{n-1}{4} - 7h = R\dfrac{n + Q\frac{n-1}{4}}{7}$. Così dato $n = 1582$, avremo $Q\dfrac{n-1}{4} = 395$ ed $u = R\dfrac{1977}{7} = 3 = g$. Se $R = 0$ sarà $u = 7 = c$ (938); e se il dato anno n sia bisestile (il che avviene quando le sue due ultime cifre sono un multiplo di 4 (*L.* 55. V.)), alla lettera trovata dovrà unirsi al solito la precedente nell'ordine alfabetico (925, 926), cioè la seguente nell'ordine delle domenicali, e questa sola dovrà impiegarsi nel calcolo della Pasqua.

$$\left(\begin{matrix} b & a & g & f & e & d & c \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix}\right.$$

946. Poichè dunque nel 1582, anno della correzion Gregoriana (934), la lettera domenicale era g (945), il dì 4 d'Ottobre che ha di fianco la lettera d (944) sarà caduto in Giovedì: ma il dì 5 fu cangiato nel 15 (934); dunque il 15 fu Venerdì e il 17 Domenica: ma il 17 ha di fianco la lettera c (944); dunque la lettera domenicale g divenne c e si ebbe un nuovo ordine inverso di lettere domenicali $c = 1$, $b = 2$ ec. Ora ripetuto il raziocinio di sopra, negli anni n dopo il 1581 sono scorse le lettere $n - 1581$ degli anni comuni, e le lettere

$$\left(\begin{matrix} c & b & a & g & f & e & d \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix}\right.$$

$Q\frac{n-1580}{4}$ dei bisestili (perchè il 1582 era il secondo dopo il bisestile, e perciò il periodo dee cominciarsi dal 1581) toltene le lettere $Q\frac{n}{100}-Q\frac{n}{400}-12$ dei bisestili tralasciati (942); cioè $n-1581+Q\frac{n-1580}{4}-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{400}+12-7h=$ . . . .

$$R\,\frac{n-1581+Q\frac{n-1580}{4}-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{400}+12}{7}$$ ovvero, tolti gli interi (938) ed osservando che $Q\frac{n-1580}{4}=Q\frac{n}{4}-395$, $R\,\frac{n-4+Q\frac{n}{4}-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{400}}{7}$. Per trovar dunque la lettera n' propria dell'anno proposto n, sostituito nella formula $n-1$ ad n, si avrà il numero delle lettere esaurite negli anni precedenti, che aggiunto ad 1, darà la domenicale cercata. Quindi si avrà infine $n'=$ . . . . .

$$R\,\frac{n-1-4+Q\frac{n-1}{4}-Q\frac{n-1}{100}+Q\frac{n-1}{400}+1}{7}= \dots$$

$$R\,\frac{n-4+Q\frac{n-1}{4}-Q\frac{n-1}{100}+Q\frac{n-1}{400}}{7}.$$ Se l'anno non è secolare e sia divisibile esattamente per 4, ovvero se è secolare ed è divisibile esattamente per 400, alla lettera trovata si unirà al solito la seguente (935) e questa s'impiegherà per la Pasqua. Così se $n=1800$, si avrà $Q\frac{n-1}{4}=449$, $Q\frac{n-1}{100}=17$, $Q\frac{n-1}{400}=4$, ed $n'=R\,\frac{2232}{7}=6=e$; se $n=1801$, $n'=R\,\frac{2233}{7}=0=7=d$ (935); se $n=1804$, $n'=3=a$; e poichè $R\,\frac{1804}{4}=0$, le lettere domenicali saranno due a, g di cui la seconda è la pasquale. Nel modo stesso se $n=2000$, $n'=2=b$ e poichè $R\,\frac{2000}{400}=$

o, le lettere saran parimente due, b, a.

947. VIII. Trovar l'epatta Giuliana p o la Gregoriana p' d'un anno dato n.

Poichè l'epatta Giuliana è quel numero di giorni che dentro il corso di un ciclo lunare mancano d'anno in anno alla Luna per terminare il suo periodo col Sole (923), è chiaro che l'anno del Sole superando quel della Luna di 11 giorni (923), l'epatta nell'anno primo del ciclo (giacchè dal prim'anno la volle contar Dionisio) sarà $1.11=11$, nel secondo $2.11=22$ e nel terzo sarebbe $3.11=33$: ma in 33 giorni ha luogo un mese embolismico di 30 giorni (928) e perciò mancano realmente alla Luna 3 soli giorni per terminar col Sole il suo periodo; dunque la vera epatta nel terz'anno è $3.11-30$, nel quarto $4.11-30$, nel quinto $5.11-30$, nel sesto $6.11-2.30$, e in generale nell'anno l del ciclo sarà $l.11-30h=R\,\frac{11l}{30}$. Trovato dunque il ciclo l dell'anno dato n (939), la sua epatta Giuliana sarà $p=R\,\frac{11l}{30}$.

948. La Gregoriana non differisce dalla Giuliana che nella soppressione dei 10 giorni (934) e nell'equazioni solare e lunare (934, 935): ma tanto la soppressione dei 10 giorni quanto l'equazion solare o la soppressione dei bisestili diminuiscon l'anno del Sole, e quindi anche il suo eccesso sopra quel della Luna (cioè l'epatta Giuliana), mentre all'opposto l'equazion lunare toglie dei giorni all'anno della Luna e perciò aumenta il suo difetto da quel del Sole (cioè la stessa epatta Giuliana); dunque la Gregoriana si avrà diminuendo la Giuliana (947) dei 10 giorni e dell'equazion solare (942), ed aumentandola della lunare (943). Dunque $p'=$ . . . .

$$R\,\frac{11l-10-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{400}+12+Q\frac{n}{300}-5}{30},$$ ovvero aggiunto 30 alla formula (938) onde si eviti p' negativa, e poi riducendo, sarà l'epatta Gregoriana $p'=$ . . . . .

$R\frac{11l+27-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{300}+Q\frac{n}{400}}{30}$. Così se si voglia l'epatta per l'anno $n=1790$, sarà $l=5$ e $p'=\ldots$ $R\frac{82-17+5+4}{30}=14$.

949. Serve questa formula dall'anno 1582 a tutto il 4100 cioè per più di 25 secoli; ed è credibile che i piccoli difetti del Calendario Gregoriano (933) saranno allora divenuti tanto sensibili da intraprenderne una nuova correzione: ecco nondimeno l'altre formule dell'epatta di 25 in 25 secoli $p'=R\frac{11l+27-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n-100}{300}+Q\frac{n}{400}}{30}$ dal 4200 fino a tutto il 6600;

$p'=R\frac{11l+27-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n-200}{300}+Q\frac{n}{400}}{30}$ dal 6700 fino a tutto il 9100;

$p'=R\frac{11l+56-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{300}+Q\frac{n}{400}}{30}$ dal 9200 fino a tutto l'11600, aggiunto nuovamente 30 per la ragione già detta ec. La legge dell'equazioni è manifesta, e le formule derivano dalla disposizione e natura dell'equazion lunare (943).

950. Qui però si presentano sull'epatta Gregoriana alcune difficoltà che è necessario disciogliere. A un giorno stesso dei mesi alternativi dell'anno (per esempio al dì 5 d'Aprile) si son date due diverse epatte XXV, XXIV (937); e poichè l'epatte indicano i novilunj (936), è chiaro che se nello spazio di 19 anni s'incontrino le due epatte XXV, XXIV, il novilunio si avrà due volte nel medesimo dì 5 d'Aprile, il che per altro ripugna alla natura del ciclo lunare (928). Ora le due epatte XXV, XXIV posson realmente incontrarsi; poichè fatto $p'=25$, si avrà (948) $25=$

$R\frac{11l+27-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{300}+Q\frac{n}{400}}{30}=11l+27-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{300}+Q\frac{n}{400}-30h$ (938), onde

I. $0=11l+2-Q\frac{n}{100}+Q\frac{n}{300}+Q\frac{n}{400}-30h$; e fatto $p'=24$, si troverà col metodo stesso

IIa. $0=11l'+3-Q\frac{n'}{100}+Q\frac{n'}{300}+Q\frac{n'}{400}-30h'$.

Posto ciò è facile il dimostrare che presi in qualunque modo 19 termini consecutivi di epatte, non potranno mai riunirsi dentro un tal limite le due epatte 24 e 25 senza che la prima preceda la seconda e sia perciò $n'<n$, ed $l'<l$. Sottraendosi dunque la IIa. equazione dalla prima possono accader quattro casi: 1°. che i quozienti delle divisioni per 100, 300 e 400 differiscano tutti di un'unità, come sarebbe se i numeri fossero 2391 e 2402; 2°. che differiscano due quozienti soli come sarà se $n'=3192$, $n=3203$; 3°. che differisca uno solo come se si avesse 1695 e 1706; 4°. che niuno dei tre quozienti differisca, come succede se $n'=1943$, $n=954$. Nel primo caso si avrebbe $0=11l-11l'-30h''=R\frac{11(l-l')}{30}$ equazione assurda, non potendo alcun prodotto di 11 per un numero <19 (quale deve essere $l-l'$) esser divisibile esattamente per 30: nel terzo caso si troverebbe $0=R\frac{11(l-l')-2}{30}$ parimente impossibile perchè il più piccolo numero idoneo $=l-l'$ sarebbe 22 il che è assurdo: ma nel secondo e nel quarto caso otterremo $0=R\frac{11(l-l')-1}{30}$, equazione che pienamente avverandosi negli otto casi di $l=12, =13, =14, =15, =16, =17, =18, =19$, ed $l'=1, =2, =3, =4, =5, =6, =7, =8$, fa vedere che qualunque volta l'epatta 25 concorre con $l>11$, si hanno in 19 anni le due epatte XXV, XXIV e perciò anche il novilunio due volte in un medesimo giorno.

Questa difficoltà fu preveduta; e per toglierla si convenne che l'epatta XXV scritta nel consueto carattere, ed unita all'epatta XXIV in un giorno stesso (per esempio nel 5 d'Aprile), si scrivesse con carattere diverso anche nel giorno precedente (per esempio nel dì 4) (937) onde vi si trovassero insieme le due epatte 25, XXVI; dopo di che si fissò che concorrendo l'epatta 25 con un ciclo $l >$ 11, si usasse sempre l'epatta 25 di carattere differente. Perciò se $l < 12$ quando $p' = 25$, questo 25 è scritto XXV al solito e dà il novilunio nel dì 5 d'Aprile (937): ma se $l > 11$ quando $p' = 25$, questo 25 è scritto in diverso carattere e trasporta il novilunio al dì 4 (937).

951. Ma le due epatte 25, XXVI riunite nel dì 4 d'Aprile (937) non posson forse concorrere in uno stesso ciclo lunare e nuovamente condurci all'assurdo dei due novilunj in un medesimo giorno? No, perchè può con egual facilità dimostrarsi che nella progressione aritmetica dell'epatte, ove i termini son 19, la differenza è 11 e si hanno già per ipotesi i due termini $30h + 24$, $30h' + 25$, non è possibile che si trovi il termine $30h'' + 26$; cioè concorrendo in un ciclo lunare l'epatte 24, 25, non può nel ciclo stesso aver luogo l'epatta 26.

952. IX. **Trovare il giorno x, x' del novilunio di Marzo o d'Aprile in un anno dato n secondo i due Calendarj Giuliano e Gregoriano.**

Poichè Gennajo e Febbrajo presi insieme formano appunto due mesi lunari, uno pieno e l'altro cavo (922), l'età della Luna nella sera ultima di Febbrajo eguaglierà l'epatta corrente p (923); dunque aggiungendole i giorni $x - 1$ precedenti al novilunio, si avrà per Marzo un mese pieno $p + x - 1 = 30$, onde $x = 31 - p$. Quindi preso 1 per ciclo lunare e perciò $p = 11$ (947), verrà il dì $x = 20$ di Marzo per il giorno del novilunio: ma attesa la casual formazione del Calendario Giuliano, il novilunio cade 3 giorni più tardi cioè nel dì 23 (928); dunque aggiunto 3 alla formula ritrovata e tolti se occorra i mesi pieni (947), il novilunio si avrà nel dì $x = 34 - p - 30h = R\,\frac{34 - p}{30}$: perciò quando $p = 3$, sarà del pari $x = 1$ ed $x = 31$, perchè Marzo ha giorni 31.

953. Ora Marzo formando un altro mese pieno con l'avanzo d'1 giorno, aggiunto a p questo giorno e i giorni $x - 1$ precedenti al novilunio, si avrà per Aprile un mese cavo $p + 1 + x - 1 = 29$ ed $x = 29 - p$; e presi quì pure i soliti 3 giorni come sopra, $x = 32 - p$. Tale sarebbe la formula per il novilunio d'Aprile se Dionisio, che volle di 29 giorni tutte le Lune pasquali, non avesse fatte di 30 tutte le non pasquali fuorchè l'ultima: per queste dunque è necessaria l'aggiunta d'un altro giorno, e però $x = 32 + 1 - p - 30h = R\,\frac{33 - p}{30}$, formula di quel novilunio d'Aprile che adopreremo tra poco.

954. Quanto al Calendario Gregoriano, poichè egli non è soggetto alle casualità del Giuliano, l'aggiunta dei 3 giorni non avrà luogo e il novilunio di Marzo si avrà come sopra (952) nel dì $x' = R\,\frac{34 - 3 - p'}{30} = R\,\frac{31 - p'}{30}$, come quello d'Aprile nel dì $x' = R\,\frac{33 - 3 - p'}{30} = R\,\frac{30 - p'}{30}$ (953): per altro se mai la Luna di Marzo sia l'ultima non pasquale, o se concorrano insieme $l > 11$ e $p' = 25$, il novilunio sarà nel dì $x' = R\,\frac{29 - p'}{30}$ d'Aprile (953 . 950).

955. Nasce di quì la regola per trovar l'età y della Luna in un dato giorno m d'un dato mese k contato inclusivamente da Marzo. Poichè come supposto x' il giorno del novilunio, si ha $p' + 1 + x' - 1 = 29$ ovvero $p' + 2 + x' - 1 = 30$ per il secondo mese o per Aprile (953), così si avrà $p' + 3 + x' - 1 = 30$ per il terzo mese o per Maggio, e in generale $p' + k + x' - 1 = 30$ per il dato mese k; dunque il novilunio di questo mese sarà nel dì $x' =$

$31 - p' - k$, e però tolti da m i giorni $x' - 1$ precedenti il novilunio, si avrà l' età cercata $y = m - x' + 1 = m - 31 + p' + k + 1$, o togliendo i mesi pieni (947), $y = m - 30 + p' + k - 30h = \mathrm{R}\,\frac{m + p' + k}{30}$. Suole adattarsi a tutti i mesi la regola fingendo che l' epatta cominci da Marzo per cui $k = 0$, e continui fino a tutto il seguente Febbrajo per cui $k = 12$: ma se nella formula $y = \mathrm{R}\,\frac{m + p' + k}{30}$ si faccia $k = 0$ per Gennajo e Marzo, $k = 1$ per Febbrajo, $k = 2$ per Aprile ec., l' età della Luna così trovata corrisponderà più spesso al Calendario, da cui per altro differirà talvolta d' un giorno, atteso specialmente il caso di $l > 11$ quando $p' = 25$ (950). Si avverta frattanto che per aver con sicurezza la Pasqua dopo l' equinozio di Marzo e non mai prima (931. 933) i novilunj son notati nel Calendario quasi un giorno più tardi dei veri; onde la regola per trovar l' età della Luna non dee tenersi per astronomica ed accurata.

956. Del resto con la formula $y = \mathrm{R}\,\frac{m + p' + k}{30}$ si ha facilmente la lettera del Martirologio per un anno dato n (936); poichè indicandosi da quella lettera l' età della Luna in un dato giorno, se si trovi l' epatta p' dell' anno dato e si faccia $k = 0$, $m = 30$, l' età della Luna nel dì 30 di Gennajo o di Marzo (955) sarà $y = p'$: ma nel dì 30 di Gennajo la disposizion delle lettere e dei numeri a lor sottoposti (936) è nel Martirologio la seguente

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*k*	*l*	*m*	*n*	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

A	B	C	D	E	*F*	F	G	H	M	N	P
20	21	22	23	24	25	25	26	27	28	29	30

dunque la lettera che quì corrisponde alla corrente epatta p' dell' anno, sarà la cercata: per altro se $l > 11$ quando $p' = 25$ (950), la lettera sarà *F corsiva* (nel Martirologio suol esser *nera* mentre tutte l' altre son *rosse*) che è destinata apposta per questo caso. L' origine di tali lette-

re,

re, la disposizione dei numeri che le accompagnano, e le piccole avvertenze che talvolta son necessarie per pronunziare esattamente l' età della Luna da essi indicata, non appartengono al nostro soggetto.

957. X. Trovare il giorno t della Quartadecima pasquale di un anno dato n secondo i due Calendarj Giuliano e Gregoriano.

La Quartadecima pasquale è quella che cade o nel dì 21 di Marzo, giorno dell' equinozio, o dopo il dì 21 (931): ma sottraendo 13 dal giorno della Quartadecima, si ha il giorno del novilunio; dunque poichè $21 - 13 = 8$, bisogna che il novilunio cada almeno nel dì 8 di Marzo affinchè la Quartadecima sia pasquale, e quello che cade nel dì 7 sarà l' ultimo non pasquale. Trovata dunque l' epatta corrente p (947), e il giorno x del novilunio di Marzo (952), 1°. se $x > 7$ ma < 19, aggiunto 13 ad x, si avrà la Quartadecima pasquale nel dì $t = 13 + 34 - p - 30h = \mathrm{R}\,\frac{47 - p}{30}$ di Marzo: 2°. se $x < 8$, la Quartadecima non sarà pasquale e converrà cercare il seguente novilunio d' Aprile nel dì $x = 33 - p - 30h$ (953), la cui Quartadecima caderà nel dì $t = 13 + 33 - p - 30h = \mathrm{R}\,\frac{46 - p}{30}$: 3°. se $x > 18$, il novilunio sarà in Marzo nel dì $x = 34 - p - 30h$ (952), ma la Quartadecima sarà in Aprile nel dì $t = 13 + 34 - p - 31 - 30h = \mathrm{R}\,\frac{16 - p}{30} = \mathrm{R}\,\frac{46 - p}{30}$ (938) come prima. Lo stesso raziocinio vale per il Calendario Gregoriano (948, 954) se si cangi x, p, t in x', p', t', e nei casi o dell' ultimo novilunio non pasquale o di $l > 11$ quando $p' = 25$, si faccia per Aprile $t' = \mathrm{R}\,\frac{42 - p'}{30}$ (954). Riunendo pertanto insieme tutti i varj casi dovrà concludersi come segue, cioè:

$$\left.\begin{array}{l} \text{se } x > 7 \text{ ma} < 19 \\ \text{se } x < 8 \text{ o } x > 18 \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{sarà nel}\\ \text{Cal. Giul.}\end{array} \left\{\begin{array}{l} t = \mathrm{R}\,\dfrac{47-p}{30} \text{ di Marzo} \\ t = \mathrm{R}\,\dfrac{46-p}{30} \text{ d' Aprile} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{se } x' > 7 \text{ ma} < 19 \\ \text{se } x' < 8 \text{ o } x' > 18 \\ \text{se } x' = 7 \text{ o } l > 11 \text{ con } p' = 25 \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{sarà}\\ \text{nel}\\ \text{Cal.}\\ \text{Greg.}\end{array} \left\{\begin{array}{l} t' = \mathrm{R}\,\dfrac{44-p'}{30} \text{ di Marzo} \\ \left.\begin{array}{l} t' = \mathrm{R}\,\dfrac{43-p'}{30} \\ t' = \mathrm{R}\,\dfrac{42-p'}{30} \end{array}\right\} \text{d'Aprile} \end{array}\right.$$

Queste equazioni diconsi *termini pasquali*.

958. XI. Trovare il giorno z di Pasqua in un anno dato n secondo i due Calendarj Giuliano e Gregoriano.

Poichè supposto l'equinozio nel dì 21 di Marzo, la Pasqua cade nella Domenica immediatamente posteriore alla Quartadecima che si ha o nel giorno stesso o dopo il giorno dell'equinozio (931), si cerchi il termine pasquale t del dato anno (957), la lettera quotidiana q che questo giorno ha di fianco (944) e la lettera domenicale u, u' dell'anno dato (945. 946). Ora o le lettere q, u son le stesse, e allora la Quartadecima t sarà in Domenica, onde la Pasqua anderà alla Domenica seguente; o le lettere q, u son diverse, e allora procedendo da q fino ad u nell'ordine delle lettere quotidiane, si avrà la Pasqua nella Domenica u. Ecco pertanto le formule che determinano il dì z di Pasqua, intendendo che per la Gregoriana si cangi t, u, q in t', u', q'.

$$\text{se} \left\{\begin{array}{l} u > q \\ u = q \\ u < q \end{array}\right. \text{ sarà } \left\{\begin{array}{l} z = t + u - q \\ z = t + 7 \\ z = t + 7 + u - q \end{array}\right.$$

Esempio. Sia $n = 1799$; dunque nel Calendario Giuliano il ciclo lunare $l = \mathrm{R}\,\frac{1800}{19} = 14$ (939), l' epatta $p = \mathrm{R}\,\frac{11.14}{30} = 4$ (947), il novilunio di Marzo $x = \mathrm{R}\,\frac{34-4}{30} = 30$ (952), la Quartadecima (poichè $x > 18$) $t = \mathrm{R}\,\frac{46-4}{30} = 12$ d' Aprile (957), la lettera quotidiana del 12 d' Aprile $q = \mathrm{R}\,\frac{102}{7} = 4 = \mathrm{D}$ (944), la domenicale $u = \ldots$ $\mathrm{R}\,\frac{1799+449}{7} = 1 = b$ (945) $= \mathrm{B}$ (944) $= 2$ nell' ordine delle lettere quotidiane (944), e poichè $u < q$, ($\mathrm{B} < \mathrm{D}$), si avrà la Pasqua nel dì $z = 12 + 7 + 2 - 4 = 17$ d' Aprile.

Ma nel Calendario Gregoriano il ciclo lunare $l = 14$, l' epatta $p' = \mathrm{R}\,\frac{154+27-17+4+5}{30} = 23$ (948), il novilunio di Marzo $x' = \mathrm{R}\,\frac{31-23}{30} = 8$ (954), la Quartadecima (poichè $x' > 7$ ma < 19) $t' = \mathrm{R}\,\frac{44-23}{30} = 21$ di Marzo (957), la lettera quotidiana del 21 di Marzo $q' = \mathrm{R}\,\frac{80}{7} = 3 = \mathrm{C}$ (944), la domenicale $u' = \ldots\ldots$ $\mathrm{R}\,\frac{1795+449-17+4}{30} = 5 = f$ (946) $= \mathrm{F} = 6$ nell' ordine delle lettere quotidiane (944), e poichè $u' > q'$ ($\mathrm{F} > \mathrm{C}$), si avrà la Pasqua nel dì $z' = 21 + 6 - 3 = 24$ di Marzo.

959. XII. Calcolar l' Efemeride d' un anno dato n (833).

1°. Si premettano le *appartenenze dell' anno comune o bisestile* n, cioè il corrente numero dei *cicli solare*, *lunare*, dell' *indizione* e *Giuliano* (939. 940), l' *epatta Gregoriana* (948), la *lettera domenicale* (946) e la *lettera dei Martirologio* (956): 2°. si dispongano *i mesi* coi loro *giorni*, i *luoghi del Sole e della Luna* in ciascun giorno col loro *nascere* e *tramontare* (883. 886) l' *ingresso del Sole nei punti cardinali* (784) le *fasi più considerabili della Luna* ricavate piuttosto dal calcolo astronomico (903) che dal computo Ecclesiastico (955), l' *ecclissi visibili* o *invisibili*, se vi sieno, con la lor *durata* (841 e *seg.*) ec.: 3°. per mezzo della lettera domenicale si distribuisca l' anno in *settimane* e fissato il giorno di Pasqua (958), si allucghino le *Feste Mobili* cioè, nove settimane prima di Pasqua la *Set-*

tuagesima, nella seguente Domenica la *Sessagesima*, poi la *Quinquagesima* e nel Mercoledì seguente *le Ceneri*, quindi la *prima Domenica di Quaresima* e nel seguente Mercoledì, Venerdì e Sabato le *Quattro Tempora*; in seguito la *seconda*, *terza* e *quarta Domenica di Quaresima*, poi la *Domenica di Passione* e infine la *Domenica delle Palme* coi seguenti giorni che tutti chiamansi *santi*: dopo Pasqua si contino cinque Domeniche e nel seguente Lunedì, Martedì, Mercoledì le *Rogazioni*, nel Giovedì l' *Ascensione*, dopo dieci giorni la *Pentecoste*, nel seguente Mercoledì, Venerdì e Sabato le *Quattro Tempora*, nella Domenica la *Trinità* e nel seguente Giovedì il *Corpus-Domini*: il Mercoledì, Venerdì e Sabato dopo il dì 14 di Settembre le *Quattro Tempora*, quattro Domeniche prima del dì 25 di Dicembre la *prima*, *seconda*, *terza* e *quarta Domenica dell' Avvento* e nel Mercoledì, Venerdì e Sabato dopo il dì 13 le *Quattro Tempora*: 4°. finalmente si notino le consuete *Feste Immobili* osservando ai necessarj trasporti della Festa di s. Mattìa dal dì 24 al 25 di Febbrajo se l' anno è bisestile (922), della Festa comandata dell' Annunziazione dal dì 25 di Marzo al Lunedì dopo la prima Domenica di Pasqua se il 25 concorra col Venerdì o Sabato santo, e di tutti i digiuni dalla Domenica al Sabato se le Feste per cui son comandati, cadano in Lunedì ec.

960. Per maggior comodo degli studiosi aggiungiamo qui una Tavola del rapporto tra i giorni nostri volgari e quelli degli antichi Romani, ove si deve avvertire che i giorni contrassegnati dalle *Calende* (fuorchè il dì primo dei mesi) portano sempre il nome del Mese che segue: così il dì 20 di *Giugno* cui corrisponde per fianco XII, è indicato col *XII. Kalendas Iulii*; il 29 di *Gennajo* col *IV. Kal. Februarii*, il 29 di *Novembre* col *III. Kal. Decembris* ec.: onde per passare all' opposto dall' espressione latina delle Calende ai giorni comuni, convien portarsi al mese precedente a quello che vi è indicato; così *XVI. Kal. Februarii* deve cercarsi in *Gennajo* e darà il dì 17 che gli è di fianco; *XVI. Kal. Martii* si cercherà in *Febbraio* e darà il dì 14 ec.

Gennajo Agosto Dicemb.	Marzo Maggio Luglio Ottobr.	Aprile Giugno Settem. Novem.	Febbrajo *comune*	Febbrajo *bisestile*	
1	1	1	1	1	Kalendae
.	2	.	.	.	VI. Nonas
.	3	.	.	.	V.
2	4	2	2	2	IV.
3	5	3	3	3	III.
4	6	4	4	4	Pridie Nonas
5	7	5	5	5	Nonae
6	8	6	6	6	VIII. Idus
7	9	7	7	7	VII.
8	10	8	8	8	VI.
9	11	9	9	9	V.
10	12	10	10	10	IV.
11	13	11	11	11	III.
12	14	12	12	12	Pridie Idus
13	15	13	13	13	Idus.
14	.	.	.	.	XIX. Kalendas
15	.	14	.	.	XVIII.
16	16	15	.	.	XVII.
17	17	16	14	14	XVI.
18	18	17	15	15	XV.
19	19	18	16	16	XIV.
20	20	19	17	17	XIII.
21	21	20	18	18	XII.
22	22	21	19	19	XI.
23	23	22	20	20	X.
24	24	23	21	21	IX.
25	25	24	22	22	VIII.
26	26	25	23	23	VII.
27	27	26	24	24, 25	VI.
28	28	27	25	26	V.
29	29	28	26	27	IV.
30	30	29	27	28	III.
31	31	30	28	29	Pridie Kalend.

961. Termineremo col proporre al solito alcuni Problemi per esercizio degli Studiosi.

I. Date le quantità g ed f della gravità e della forza centrifuga sotto l' equatore e supponendosi che le particelle componenti la Terra presa come omogenea per tutto, gravitin verso il centro in ragione della potenza n delle lor distanze dal centro stesso, si cerca la quantità della compression dell'asse terrestre. *Ris.* Chiamando a, b i due raggi massimo e minimo, si avrà $a : b :: (2g)^{\frac{1}{n+1}} : (2g-(n+1)f)^{\frac{1}{n+1}}$.

II. Data la declinazione δ di una stella e la latitudine geografica l, si cerca a quale altezza a ed in qual momento il suo moto comparirà verticale. *Ris.* $sen\ a = \frac{sen\ l}{sen\ \delta}$; e chiamando h l'angolo orario corrispondente, si avrà $cos\ h = tang\ l\ cot\ \delta$.

III. Data l'altezza apparente a' di un astro, la sua declinazione δ e l'ora in cui il suo moto è verticale, determinarne la refrazione. *Ris.* Se sia h l'angolo orario nel momento in cui la stella esce dal dato verticale, ed a la sua vera altezza, si troverà $sen\ a = \frac{cos\ h}{\sqrt{(cos^2 \delta + cos^2 h\ sen^2 \delta)}}$ e quindi la refrazione $a' - a$.

IV. Data la latitudine l cerco la declinazione δ di quelle fisse che passano più velocemente delle altre tra due date altezze a, a' cioè tra due dati almicantarat. *Ris.* $sen\ \delta = sen\ l \times \frac{sen\ \frac{1}{2}(a+a')}{cos\ \frac{1}{2}(a-a')}$.

V. Poste le stesse cose e fatto $a'=0$, cercasi il tempo x che impiega una stella a giunger colla massima velocità dall'orizzonte alla data altezza a. *Ris.* Chiamando h', h gli angoli orarj della stella nei momenti in cui si ritrova nell'orizzonte e all'altezza a, troveremo . . . $sen\ \frac{1}{2}(h'-h) = \frac{sen\ \frac{1}{2} a}{cos\ l}$.

VI. Coi medesimi dati e fatta a negativa $= -18°$, cercare il giorno del minimo crepuscolo per Firenze e la sua durata. *Ris.* Il giorno cercato è il dì 4 di Marzo o il dì 9 d'Ottobre, e la durata del crepuscolo sarà di $1^{or}\ 40'\ 6''$.

FIG.

VII. Incerti del luogo ove Zoroastro istituì le sue osservazioni astronomiche, leggiamo nelle sue opere che il più lungo giorno dell'estate era ivi doppio precisamente del più breve giorno d'inverno. Cerco la latitudine l di tal luogo, supponendo che l'obliquità dell'eclittica fosse ai suoi tempi (cioè 11 secoli in circa prima di Gesù Cristo) $= 23°\ 50'\ 30''$. *Ris.* $l = 48°\ 31'\ 42''$ settentrionale, ovvero $66°\ 9'\ 30''$ australe; ma il secondo risultato non ha quì luogo.

VIII. Data l'ascensione retta A della Stella *Aldebaran* $= 66°\ 4'\ 16''$, la sua declinazione *boreale* $\delta = 16°\ 5'\ 24''$, l'obliquità dell'eclittica $O = 23°\ 28'$ e la latitudine di Firenze $l = 43°\ 46'\ 30''$, trovare 1°. l'*ascensione obliqua* di questa Stella cioè (supposta la medesima nell'orizzonte in F ed immaginando concavo l'emisfero PSP'ML onde la parte SLM sia l'orientale) l'ascensione retta A' del punto L dell'equatore che nasce con lei; 2°. la longitudine λ' del *punto coascendente* K dell'eclittica. *Ris.* 1°. LY $= -50°\ 1'\ 38''$ cioè il punto di ♈ è al di sopra di FL; perciò $A' = 50°\ 1'\ 38''$; 2°. $\lambda' = 74°\ 49'\ 57''$.

IX. Date le stesse cose si cerca in qual giorno o a qual longitudine Λ del ☼ la Stella *nascerà eliacamente*, cioè potrà per la prima volta esser visibile ad occhio nudo avanti al nascer del ☼, supponendo che ciò accada allorchè il ☼ si trova al nascer di essa depresso ancora sotto l'orizzonte ad una distanza $b\Delta = 12°$. *Ris.* $\Lambda = 96°\ 5'\ 40''$ longitudine che conviene al ☼ circa il dì 28 di Giugno.

X. Supposto che la forza centrale di un Pianeta fosse in ragion diretta della distanza, assegnarne la trajettoria. *Ris.* E' un'ellisse al cui centro tenderebbe il Pianeta.

XI. Descriver sul piano orizzontale VMH l'orologio 89.
solare alla latitudine geografica di $43°\ 46'\ 30''$, determinando in parti dello stile o gnomone CG 1°. la distanza del piede C dello stile dal *centro orario* V, presa l'obliquità dell'eclittica $= 23°\ 28'$; 2°. il raggio AG $=$ AD del circolo equatoriale (832); 3°. la direzione delle linee orarie nV ec. per mezzo della misura delle tangenti An, AN, AN'

FIG. 89. ec. condotte al circolo equatoriale e di quella delle norma li Dr' ec. condotte sopra CM dal punto D, per supplire se occorra alla mancanza del centro orario allorchè caderebbe fuori del piano dato; 4°. le distanze Cs, CS dei limit solstiziali s, S dal piede C. *Ris.* Chiamando A.I, A.II, D.I, D.II ec. le distanze cercate tra i punti A, D e le linee orarie I o XI, II o X, III o IX ec., e facendosi CG = 10000000, si avrà VC = 10437015 e quindi

CA	=	9581281	Cs	=	3700767
AG = AD	=	13849222	CS	=	23837572
A.I. = A.XI.	=	3710889	D.I. = ec.	=	6278187
A.II. = A.X.	=	7995852	D.II	=	13527609
A.III. = A.IX	=	13849222	D.III.	=	23430505
A.IV. = A.VIII.	=	23987555	D.IV.	=	40582[illegible]28
A.V. = A.VII.	=	51686000	D.V.	=	87443840

La linea oraria delle VI sarà una parallela ii' condotta dal centro orario alla sezione NN' dell' equatore; e le linee delle ore V della mattina e delle VII della sera saranno un prolungamento Vu' delle linee dell' ore V della sera e VII della mattina.

XII. Trovar l' Epatta Gregoriana p' per l' anno a = 16825. *Ris.* p' = XVI.

XIII. Qual fu il giorno di Pasqua negli anni di G. C. 1000 e 1696? *Ris.* 31 Marzo e 22 Aprile.

XIV. Trovare 1°. i *limiti della Pasqua* cioè i due giorni, prima e dopo dei quali la Pasqua non può cadere: 2°. assegnar la lettera domenicale e l' epatta che convengono agli anni in cui la Pasqua cade nell' uno o nell' altro limite. *Ris.* 1°. i due limiti sono il dì 22 di Marzo e il dì 25 d' Aprile; 2°. cadendo la Pasqua nel primo, la lettera domenicale è *d* e l' epatta è XXIII; cadendo nel secondo, la lettera domenicale è *c* e l' epatta ora è XXV ed ora è XXIV.

Fine dell' Astronomia.

TAVOLE

T A V O L E

O citate

NEL DECORSO DELL' OPERA

O necessarie

ALLA SOLUZIONE DE' PROBLEMI

A A

MISURE LINEARI

Usuali o minime.

	Linee
Acene o canna greca comune	1231.
—— —— Achemica .	1475.
Braccio a panno di Firenze	2580,454
Cudea Delfica . .	164,35
—— Babilonica . .	208.
—— media d' Erodoto .	184,9
—— ſacra o Nilometrica	246,53
Dito o dattilo antico .	7,7
Lichas . . .	77,04
Metro Franceſe V. ſotto .	
Ortodoro . .	84,74
Paſſo Geometrico . .	619.
—— Greco . .	30,82
—— Perſiano . .	739.
Palmo Greco o Paleſta .	307.

	Linee
—— Romano . .	297.
Piede delfico . .	109,57
—— dello ſtadio d'Eratoſtene	117,72
—— Fileterio o reale	154,08
—— dello ſtadio di Cleomede	98,7
—— Franceſe . .	1440.
—— Geometrico .	123,26
—— Ingleſe . .	135,25
—— Greco Olimpico .	136,95
—— Romano . .	130,73
—— del piccolo ſtadio	73,66
Pigmo . .	138,68
Pigone . .	142,67
Spitamo . .	92,44

Agrarie e Itinerarie

	Teſe piedi
Coſs Indiano .	1284.
—— dell' Indoſtan .	1426.4
Dolichos . .	1369.7,25
Lega comune di Francia	2283.
—— d' Alemagna .)	3084.2,66
—— dell' Auſtria alta)	
—— dell' Auſtria baſſa	4076.1,14
—— dell'America Spag.	2593.5,63
—— d' Anjou .	1729.1,75
—— d' Artois .	2036.0,57
—— di Berbice .	2483.5,7
—— di Berry .	2194.5,23
—— di Boemia .	3567.5,25
—— del Braſile .	3356.5,18
—— di Bretagna .	1729.1,75
—— di Cajenna .	2038.0,57
—— di Lione .	2481.0,95
—— d' Ungheria .	4234.2,15
—— d' Irlanda .	1070.
—— d' Inghilterra	2853.2.
—— di Luxembourg	2038.0,57
—— Marina di Francia	2853.2.
—— —— di Spagna	3260.5,71
—— di mezz'ora di camm.	1426.4.
—— Portoghese .	3173.4,22
—— di Pruſſia .	3804.2,66
—— di Saſſonia .	4755.3,66
—— di Scozia .	1141.2,
—— di Spagna dal 1766	3424.
—— di Svezia .)	4755.3,66
—— dell' Ukrania .)	

	Teſe piedi
Lì della China .	228.1,6
Miglio d' Arabia .	856.
—— comune di Pollonia	2853.2.
—— —— d' Italia	951.0,66
—— Ebraico .	570.4.
—— Europeo antico	713.2.
—— di Lituania .	2853.2.
—— comune d'Inghilt.	1188.5,33
—— marino d' Inghilt.)	951.0,66
—— —— di Francia)	
—— —— dell' Oceano)	
—— —— del Mediter.	770.4,87
—— d' Olanda .	285.3,2
—— Romano ant. .	576.
—— Perſiano .	856.
—— d' Ungheria .	4755.3,66
—— di Turchia .	864.3,87
Iugero dei Latini .	14.1,5
Gan di Surate .)	5706.4.
—— del Malabar .)	
—— del Coromandel	5187.5,27
Giam d' Arabia .	10272.
Grado Franceſe .	5132.
Paraſango d'Erodoto	2568.
—— di Perſia .	1712.
Pharſac d' Arabia .	1712.
Pertica Franc. .	30.9,53
—— Fiorentina .	2.5,9
Pu della China	2242.4,66
Schoeno dell' alto Egitto	3424.

	Teſe piedi
—— del baſſo Egitto .	5136.
—— del medio Egitto	10272.
—— Perſiano . .	17.0,63
Stadio d' Ariſtotele .	51.1,18
—— di Cleomede .	62.2,88
—— Delfico . .	75.3,69
Stadio Franceſe .	307.11,33

	Teſe piedi
—— Fileterio . .	107.4,41
—— Egiziano . .	114.0,59
—— Olimpico . .	95.0,66
—— Perſiano .	85.3,6
—— d' Eratoſtene .	81.4,12
werſte di Ruſſia .	713.2.

Il Metro Franceſe moderno è piedi 3,0794576, cioè pie. 3, lin. 11,4419

Le misure di superficie dipendono dalle lineari

MISURE DI CAPACITA'

	Poll. Cub.
Acetabulo . .	3,37
Anfora . .	1296.
Barril . .	1728.
Boiſſeau antico .	640.
—— moderno . .	504.
Broc . .	576.
Cenice . .	47,25
Cheme . .	0,39
Ciato Greco .	1,97
—— Romano .	2,25
Conco . .	0,97
Congo Greco .	141,75
—— Romano .	162.
Cotilo . .	10,12
Culco . .	25920.
Emino . .	13,5
Feuillette . .	6912.
Gallon . .	192.
Ligulo . .	0,56
Litron . .	40.
Litre . .	50,4
Medimmo attico .	2268.
Mine . .	3840.
Minot . .	1920.
Miſtron . .	0,48

	Poll. Cub.
Modio Greco . .	378.
—— Romano . .	432.
Muid o Poinçon .	13824.
—— a grano . .	12160.
Oxibafa . .	2,95
Pinta antica . .	48.
—— moderna . .	50,4
Poiſſon . .	6.
Pot . . .	96.
Quartant . .	3456.
Quartario . .	6,75
Queve di Borgogna .	20736.
—— di Champagne .	18432.
Roquille . .	1,5
Seſtiero Romano .	27.
—— Greco . .	23.62
Setier o Chopine .	24.
—— dodiceſimo del muid. a gr.	7680.
Tetarte . .	3,9
Tonneau di Bordeaux	41472.
—— di Marina .	72576.
—— d' Orleans .	27648.
Velte, o Verge .	384.
Urna . .	684.

P E S I

	Lib. O. G.Gr.
Aſſarione . .	1.54.
Dramma aſiatica . .	42.
Dramma attica minim.	63.
—— —— maſſima . .	1.12.
—— attico - ſicula .	1. 9.
—— Efeſina . .	72.
Libbra aſiatica . .	7.
—— di Berna .	1. 1. - 42.
—— di Bruſelles .	8. - 21.
—— di Coſtantinopoli o Cheky .	1. 2.3.28
—— di Firenze .	11. - 56
—— Genoveſe a peſo ſottile .	10.2.66

	Lib. O. G.Gr.
—— —— groſſo . .	10.3 5.
—— Ingleſe avoir du poids .	14.6.42.
—— —— Troy .	12.1.37.
—— di Napoli .	13.3.63.
—— di Pollonia .	13.2.12.
—— Portogheſe Arrobe	3.10.
—— di Ratisbona .	14. - 24.
—— Romana antica	10. - 4.
—— —— moderna .	11. - 50.
—— di Svezia .	13.7. 8.
—— di Vienna .	9.1.16.
Lupino . .	7.

	Lib. O.G.Gr.		Lib. O.G.Gr.
Mina Alessandrina	15.7.--	Siliqua	35.
—— attica massima	14.4.48.	Talento Alessandrino	82.--4.--
—— —— minima	10.7.36.	—— attico massim.	54.11.---
—— Babilonica	12.6. 6.	—— —— minimo	41.--2.--
—— d' Egina	1. 6.2.25.	—— Babilonico	47.13.5.--
—— Egiziana	7.2.24.	—— d' Egina	91. 2.2.45.
—— Italica	1. 1.4.-.	—— Egiziano o di Rodi	27. 5.4.--
—— Siriaca	3.5.12.	—— Italico	65.10.--
Obolo attico o di samo	10,5	—— Siriaco	13.10.6.--
Oncia Asiatica	7.	Tetradramma attico minim.	3.36.
—— Romana ant.	8.54.	—— —— massimo	4.48.
Quintal franc.	204.7.-60.		
Scrupulo	21.		
Siclo asiatico	2. 24.		

AVVERTIMENTO

Essendo il sistema Metrico Francese moderno stabilito decimale con le tre unità del *Metro*, *Are*, e *Litre* che sono di lunghezza, di superficie e di capacità, si formano le diverse misure decuple, centuple, milluple ec. coll' aggiunta delle voci *Deca*, *Hecto*, *Kilo* ec. e le decime, centesime, millesime con le altre *Deci*, *Centi* ec. Così *Decametro* indica dieci metri, *decimetro* la decima parte d'un metro; *Decare* dieci Are, *deciare* la decima parte dell' Are; *Decalitre* dieci litre, *decilitre* la decima parte del litre; e così di seguito.

MISURE DEL CIRCOLO E DEL TEMPO

I Francesi dividono il circolo in 400°; ogni grado in $100'$, ogni minuto in $100''$. Chiamando F°, F', F'' un numero di gradi, minuti e secondi secondo questo sistema, e C°, C', C'' i gradi, minuti e secondi secondo il *comune* o antico, si avrà per ridur gli uni agli altri

$$C^\circ = \frac{9F^\circ}{10} \qquad F^\circ = \frac{10\,C^\circ}{9}$$

$$C' = \frac{54\,F'}{100} \qquad F' = \frac{100\,C'}{54}$$

$$C'' = \frac{324F''}{1000} \qquad F'' = \frac{1000\,C''}{324}$$

Se si divida il giorno in 10 *ore*, l' ora in $100'$, il minuto il $100''$, chiamando F°, F', F'' le ore, minuti, e secondi in questo sistema, e C^{or}, C', C'' nell' antico o *comune*, si avrà per la riduzione

$$C^{or} = \frac{24F^{or}}{10} \qquad F^{or} = \frac{10C^{or}}{24}$$

$$C' = \frac{144F'}{100} \qquad F' = \frac{100C'}{144}$$

$$C'' = \frac{864\,F''}{1000} \qquad F'' = \frac{1000\,C''}{864}$$

TAVOLA

DELLE DENSITA' O GRAVITA' SPECIFICHE DI DIVERSE MATERIE

Si noti che in questa Tavola si prende per unità il peso d'una certa misura d' acqua piovana; onde giacchè un piede cubico di essa pesa libbre 70 francesi, se si moltiplichi per 70 il numero corrispondente a ciascuna delle seguenti materie, si avrà subito in lib. *francesi il peso assoluto d'un piede cubico di quella materia: così un piede cubico d' aria pesa* 0,001×70 = lib. fr. 0,07 *ec.*

Abeto	0,55	Belzoar orientale	1,53
Acciajo	7,738	Biacca	3,156
—— temperato	7,85	Birra	1,019
Acero secco	0,755	Bismut	9,7
Aceto ordinario	1,017	Bolo d' Armenia	2,727
—— stillato	1,03	Borace	1,714
Acqua bollente	0,963	Bosso	1,03
—— di fiume	1,009	Calamita comune	5,004
—— forte	1,3	—— di Cerfo	5,245
—— —— doppia	1,341	—— d' Ungheria	5,106
—— marina	1,03	Calcedonio puro e finissimo	2,615
—— piovana	1,000	Calcina	2,37
—— di pozzo	0,999	Canfora	0,996
—— regale	1,234	Carbon di terra	1,24
—— stillata	9,993	Cedro di Palestina	0,613
Agata color d' unghia	2,627	Cera gialla	0,995
—— onice	2,637	China - china	0,784
—— d' Inghilterra	2,512	Cinabro d' Almade	6,888
—— nera	1,238	—— d' antimonio	6,044
—— bianca	2,59	—— artificiale	8,2
Alabastro	1,872	—— naturale	7,3
Allume	1,714	Cipresso	0,591
Ambra	1,04	Colla di pesce	1,111
Ametisto	2,211	Corallo bianco	2,5
Amianto	2,913	—— rosso	2,689
Antimonio d' Auvergne	4,858	Corallina	2,613
—— —— di Germania	4,000	Corno di bove	1,84
—— —— d' Ungheria	4,7	—— di cervo	1,875
Arancio	0,705	Cremor di tartaro	1,9
Arena di fiume	1,9	Crisolito del Brasile	3,873
Argento fine	11,091	Cristallo	3,15
—— di moneta	10,535	—— d' Islanda	2,72
Argilla	1,929	—— di rocca	2,65
Aria	0,001	—— del Brasile	2,653
Arsenico bianco	3,695	—— color di rosa	2,67
Asfalto nero	1,104	—— giallo	2,654
Avorio	1,825	Croco dei metalli	4,5
Balsamo di Tolù	0,896	Decozione d' Arum	1,036
Batrachite	2,826	—— di bistorta	7,073
Belzoar occidentale	1,5	—— di china - china	1,024

Decozione di genziana	1,085
Diamante	3,4
—— aranciato	3,55
—— color di rosa	3,531
Dodecaedro del Brasile	3,444
—— verde	3,524
—— giallo	3,523
Diaspro	2,61
—— malachite	2,683
Ebano	1,177
Elisir con sal volatile	0,939
Ens di Marte sublimato	1,453
—— —— tre volte	2,269
Faggio	0,854
Farina con crusca	0,495
—— senza crusca	0,454
Feld - spato bianco	2,64
Ferro	7,645
—— battuto	8,286
—— fuso	7,114
Frassino secco	0,8
Gesso	1,228
Giacinto	2,631
Giallamina	3,108
Ginepro	0,556
Gomma adragante	1,333
—— arabica	1,375
—— gotta	1,175
—— lacca	1,154
Granato di Boemia	4,36
—— di Svezia	3,978
Granato di Siria	4.
Grano	0,757
Incenso	1,071
Iride	2,13
Lapislazzulo	3,054
Latte d'asina	1,021
—— di capra	1,03
—— di vacca	1,03
Lavagna turchina	3,5
Laudano liquido di Sydenam	1,024
Lauro	0,549
Legno d'aloe	1,177
—— del Brasile	2,03
—— di Gayac	1,337
—— di S. Lucia	0,773
—— nefritico	1,2
Lentisco	0,849
Litargirio d'argento	6,044
—— d'oro	6,000
Magnesia	3,53
Malachite	3,49
Mahogany	1,063
Marmo	2,718
—— bianco d'Italia	2,707
—— nero d'Italia	2,704
Marna di Marly	2,428

Mattone	2,000
Mercurio vergine	14,000
—— dolce	13,282
—— —— sublim. tre volte	9,804
—— —— —— quattro volte	8,17
Mica nera cristallizzata	2,934
—— in lame trasparenti	2,792
Miele	1,45
Miniera d'antimonio di Poitu	4,215
—— di ferro de' Pirenei	4,171
—— di granato - marchesita	3,1
Mirra	1,25
Molibdena	4,738
Nitro	1,9
—— ridotto in sal fisso	2,723
Nocciuolo	0,6
Noce di cocos	1,34
—— di Galles	1,034
—— moscada	1,083
Occhio di gatto grigio	2,567
—— nerastro	3,259
Olio di aneto	0,994
—— d'arancia	0,888
—— d'atanasia	0,946
—— di campeggio	0,931
—— di cannella	1,035
—— di carabe	0,978
—— di cera	0,831
—— di comino	0,975
—— di garofano	1,034
—— di ginepro	0,911
—— d'issopo	0,986
—— di lino	0,932
—— —— altro	0,936
—— di menta	0,975
—— di noce	0,934
—— —— moscada	0,948
—— d'origano	0,940
—— di ramerino	0,934
—— di rapa	0,919
—— —— altro	0,853
—— di ruta	0,975
—— di sabina	0,983
—— di sassafras	1,094
Olio di spigo	0,936
—— di tartaro	1,55
—— di terebintina	0,871
—— di vetriolo	1,7
—— d'uliva	0,913
Olmo	0,6
Ontano	0,53
Opalo	2,882
Oppio	1,363
Orina	1,03
Oro fino	10,64
—— d'un ducato d'Olanda	18,261
—— d'una ghinea di Gugl. III.	18,888

—— d'un Luigi	18,166
Orpimento	3,521
Orzo	0,658
Osso di bove	1,656
—— secco di montone	2,222
Osteocolla	2,24
Ottone	8,000
Pece	1,15
Pepe	0,996
Pero	0,661
Petroselce	2,653
Platina purificata	21,042
—— nativa in grani	15,607
Pietra d'arrotare	3,288
—— belemnite	2,675
—— di Bologna	4,496
—— calaminaria	5,000
—— divina o nefritica	2,894
—— ematite	4,36
—— —— di Minorca	2,806
—— da fucile	2,641
—— giudaica	2,5
—— nera d'Irlanda	2,165
—— da pavimenti	2,74
—— turchina di Namur	5,000
—— umana	1,7
—— —— altra	1,664
Pino	0,43
Piombo	11,325
Pioppo	0,383
Pirite vetriolica	3,512
Polvere da fuoco	0,914
Porcellana della China	2,363
Quarzo cristallizzato	2,654
—— fragile opaco	2,64
Quercia secca	0,857
Radice di genziana	0,8
Rame del Giappone	9,000
—— di Svezia	8,784
Ramerino	0,728
Ranno di sale alcali	1,06
Regolo marziale	7,5
—— di cobalto	7,811
—— di Nickler	7,807
—— di Zinco	7,291
—— di Manganese	6,85
Resina di Gayac	1,224
—— Rubino orientale	4,483
—— del Brasile	3,13
Salcio	0,585
Sale ammoniaco	1,453
—— di corno di cervo	1,496
—— di Gayac	2,148
—— di Glauber	2,246
—— gemma	2,143
—— marino	2,125
—— —— depurato	1,918

—— policresto	2,148
—— prunello	2,148
Sandalo bianco	1,041
—— citrino	0,809
Sangue umano	1,04
—— suo sedimento	1,126
—— suo siero	1,03
Sardonico	2,18
Sassafras	0,482
Scaglia d'ostrica	2,092
Scamonèa	1,2
Selce	2,542
—— d'Egitto	2,578
Selenite	2,322
Siero di vacca	1,016
Similoro della China fuso	8,431
—— di Stolberg fuso	8,000
Smeraldo	2,777
—— bastardo	3,052
Smeriglio di Nasso	3,067
—— di Normandia	3,038
Spato adamantino della China	3,873
—— calcare	2,715
—— —— esaedro	2,718
—— —— in stallattiti	2,73
—— ramificato	2,675
—— fluore bianco	3,155
—— —— Ottaedro	3,183
—— —— in stallattiti	3,169
—— pesante ottaedro	4,471
—— —— in stallattiti	4,298
Spirito d'ambra	1,03
—— di miele	0,895
—— di nitro belzoardico	2,414
—— —— comune	1,315
—— —— di Geoffroy	1,338
—— —— rettificato	1,61
—— d'orina	1,12
—— di sale	1,13
—— —— con olio di vetriolo	1,154
—— di tartaro	1,073
—— di terbintina	0,874
—— di vetriolo	1,203
—— di vino etereo	0,732
—— —— rettificato	0,8[illegible]6
Stagno d'Inghilterra	7,471
—— puro	7,32
Sublimato corrosivo	6,325
Sughero	0,24
Susino secco	0,66
Talco della Giammaica	3,000
—— di Venezia	2,78
Tartaro	1,816
—— vetriolico	2,[illegible]98
—— emetico	2,246
Tasso	0,76

Terra fertile di giardino	1,63
—— di Lenno	2,000
—— da pipe di Rouen	2,088
—— saponacea	2,094
Tintura d' acciajo	0,853
—— d' antimonio	0,866
—— di china - china	0,9
—— di gomma ammoniaca	0,899
Topazio	2,712
—— bastardo	4,27
—— Orientale	4,01
Tufo	1,41
Turbit minerale	8,235
Turchina	3,088
Turmalina di Spagna	3,086
—— —— del Ceylan	3,054
Tuzia	4,615
Vena	0,472
Verde di Corsica	3,105
Verderame	1,714
Vetrice	0,543
Vetriolo bianco	1,9
—— di Danzica	1,715
—— d' Inghilterra	1,88
Vetro d' antimonio	5,28
—— di bottiglia	2,666
—— comune	2,62
Vino di Borgogna	0,992
—— delle Canarie	1,033
—— di Champagna	0,998
—— di Madera	1,038
—— di Malaga	1,022
—— d' Orleans	0,996
—— di Pakaret	0,999
—— di Pontac	0,993
—— di Tokay	1,054
—— di Xeres	0,994
Ulivo	0,927
Uovo	1,09
Zaffiro d' oriente	3,562
Zinco	7,107
Zolfo dell' Arcipelago	2,018
—— della Guadalupa	2,077
—— minerale	1,8
—— rosso di Quito	2,908
—— vivo	2,000
Zucchero di Saturno	2,745

TAVOLA

Per ridurre *ore*, *minuti* e *secondi* in *decimali* di *Giorno*

ore		'		''	
1	0,0416667	1	0,0006944	1	0,0000116
2	0,0833333	2	13889	2	232
3	0,125	3	20833	3	347
4	0,1666667	4	27778	4	463
5	0,2083333	5	34722	5	579
6	0,25	6	0,0041667	6	0,0000694
7	0,2916667	7	48611	7	810
8	0,3333333	8	55556	8	926
9	0,375	9	625	9	0,0001042
10	0,4166667	10	69444	10	1157
11	0,4583333	11	0,0076389	11	0,0001273
12	0,5	12	83333	12	1389
13	0,5416667	13	90278	13	1505
14	0,5833333	14	97222	14	1620
15	0,625	15	104167	15	1736
16	0,6666667	16	0,0111111	16	0,0001852
17	0,7083333	17	118056	17	1968
18	0,75	18	125	18	2083
19	0,7916667	19	131944	19	2199
20	0,8333333	20	138889	20	2315
21	0,875	21	0,0145833	21	0,0002431
22	0,9166667	22	152778	22	2546
23	0,9533333	23	159722	23	2662
24	1	24	166667	24	2778
		25	173611	25	2894
		26	0,0180556	26	0,0003009
		27	1875	27	3125
		28	194444	28	3241
		29	201389	29	3356
		30	208333	30	3472
		31	0,0215278	31	0,0003588
		32	22222	32	3701
		33	29167	33	3819
		34	36111	34	3935
		35	43056	35	4051
		36	0,025	36	0,0004167
		37	56944	37	4282
		38	63889	38	4398
		39	70833	39	4514
		40	77778	40	4630
		41	0,0284722	41	0,0004745
		42	91667	42	4861
		43	98611	43	4977
		44	0,0305556	44	5093
		45	125	45	5208
		46	0,0319444	46	0,0005324
		47	26389	47	5440
		48	33333	48	5556
		49	40278	49	5671
		50	47222	50	5787
		51	0,0354167	51	0,0005903
		52	61111	52	6019
		53	68056	53	6134
		54	75	54	6250
		55	81944	55	6366
		56	0,0388889	56	0,0006481
		57	95833	57	6597
		58	0,0402778	58	6713
		59	09722	59	6829

TAVOLA

Per ridur *minuti* e *secondi* in decimali di *grado* o di *ora*

1'	0°,0166667	1''	0,0002778
2	0333333	2	5556
3	05	3	8333
4	0666667	4	0,0011111
5	0833333	5	13889
6	0 ,1	6	0,0016667
7	1166667	7	19444
8	1333333	8	22222
9	15	9	25
10	1666667	10	27778
11	0 ,1833333	11	0,0030556
12	2	12	33333
13	2166667	13	36111
14	2333333	14	38889
15	25	15	41667
16	0 ,2666667	16	0,0044444
17	2833333	17	47222
18	3	18	5
19	3166667	19	52778
20	3333333	20	55556
21	0 ,35	21	0,0058333
22	3666667	22	61111
23	3833333	23	63888
24	4	24	66666
25	4166667	25	69444
26	0 ,4333333	26	0,0072222
27	45	27	75
28	4666667	28	77778
29	4833333	29	80556
30	5	30	83333
31	0 ,5166667	31	0,0086111
32	5333333	32	88889
33	55	33	91667
34	5666667	34	94444
35	5833333	35	97222
36	0 ,6	36	0,01
37	6166667	37	102778
38	6333333	38	105556
39	65	39	108333
40	6666667	40	111111
41	0 ,6833333	41	0,0113889
42	7	42	116667
43	7166667	43	119444
44	7333333	44	122222
45	75	45	125
46	0 ,7666667	46	0,0127778
47	7833333	47	130556
48	8	48	133333
49	8166667	49	136111
50	8333333	50	138889
51	0 ,85	51	0,0141667
52	8666667	52	144444
53	8833333	53	147222
54	9	54	15
55	9166667	55	152778
56	0 ,9333333	56	0,0155556
57	95	57	158333
58	9666667	58	161111
59	9833333	59	163889

Tavola delle Refrazioni Atmosferiche Medie (535).

Altez. app. G M	Refr. Min. Sec.	Diff. Sec.	Altezz. app. Gr. M.	Refr. Min. Sec.	Diff. Sec.	Altezz. app. G.	Refr. Min. Sec.	Diff. Sec.
0	32 53,8		8	6 28,6		30	1 38,1	
0 6	31 54,9	58,9	8 12	6 19,8	8,8	31	1 34,3	3,8
0 12	30 58	56,9	8 24	6 11,1	8,7	32	1 30,7	3,6
0 18	30 2,6	55,4	8 36	6 3	8,1	33	1 27,3	3,4
0 24	29 9	53,6	8 48	6 55,2	7,8	34	1 24,1	3,2
0 30	28 17,2	51,8	9	5 47,7	7,5	35	1 21,1	3
0 36	27 27,2	50	9 12	5 40,4	7,3	36	1 18,2	2,9
0 42	26 39	48,2	9 24	5 33,4	7	37	1 15,5	2,7
0 48	25 52,4	46,6	9 36	5 26,8	6,6	38	1 12,8	2,7
0 54	25 7,5	44,9	9 48	5 20,4	6,4	39	1 10,2	2,6
1	24 24,3	43,2	10	5 14,1	6,3	40	1 7,7	2,5
1 6	23 42,5	41,8	10 20	5 4,2	9,9	41	1 5,3	2,4
1 12	23 2,4	40,1	10 40	4 55	9,2	42	1 3,1	2,2
1 18	22 23,9	38,5	11	4 46,2	8,8	43	1 0,9	2,2
1 24	21 46,7	37,2	11 20	4 37,9	8,3	44	0 58,8	2,1
1 30	21 10,8	35,9	11 40	4 30,1	7,8	45	0 56,8	2
1 36	20 36,4	34,4	12	4 22,6	7,5	46	0 54,8	2
1 42	20 3,2	33,2	12 20	4 15,5	7,1	47	0 52,9	1,9
1 48	19 31,4	31,8	12 40	4 8,8	6,7	48	0 51	1,9
1 54	19 0,7	30,7	13	4 2,4	6,4	49	0 49,2	1,8
2	18 31,3	29,4	13 20	3 56,4	6	50	0 47,4	1,8
2 6	18 3,1	28,2	13 40	3 50,6	5,8	51	0 45,7	1,7
2 12	17 35,9	27,2	14	3 45	5,6	52	0 44,1	1,6
2 18	17 9,8	26,1	14 20	3 39,6	5,4	53	0 42,5	1,6
2 24	16 44,7	25,1	14 40	3 34,5	5,1	54	0 41	1,5
2 30	16 20,4	24,3	15	3 29,6	4,9	55	0 39,5	1,5
2 36	15 57	23,4	15 20	3 25,1	4,5	56	0 38,1	1,4
2 42	15 34,7	22,3	15 40	3 20,5	4,6	57	0 36,7	1,4
2 48	15 13,2	21,5	16	3 16,2	4,3	58	0 35,4	1,3
2 54	14 52,4	20,8	16 20	3 12,1	4,1	59	0 34,2	1,2
3	14 32,4	20	16 40	3 8	4,1	60	0 32,9	1,3
3 6	14 13,2	19,3	17	3 4,2	3,8	61	0 31,6	1,3
3 12	13 54,6	18,6	17 20	3 0,5	3,7	62	0 30,3	1,3
3 18	13 36,7	17,9	17 40	2 56,9	3,6	63	0 29	1,3
3 24	13 19,5	17,2	18	2 53,5	3,4	64	0 27,7	1,3
3 30	13 2,9	16,6	18 20	2 50,2	3,3	65	0 26,4	1,3
3 36	12 46,9	16	18 40	2 46,9	3,3	66	0 25,2	1,2
3 42	12 31,5	15,4	19	2 43,9	3	67	0 24	1,2
3 48	12 16,5	15	19 20	2 40,9	3	68	0 22,8	1,2
3 54	12 2	14,5	19 40	2 38	2,9	69	0 21,6	1,2
4	11 48,1	13,9	20	2 35,1	2,9	70	0 20,5	1,1
4 12	11 21,6	26,5	20 30	2 31,1	4	71	0 19,4	1,1
4 24	10 56,8	24,8	21	2 27,2	3,9	72	0 18,3	1,1
4 36	10 33,5	23,3	21 30	2 23,4	3,8	73	0 17,2	1,1
4 48	10 11,7	21,8	22	2 19,9	3,5	74	0 13,1	1,1
5	9 51,2	20,5	22 30	2 16,5	3,4	75	0 15,1	1
5 12	9 31,9	19,3	23	2 13,3	3,2	76	0 14	1
5 24	9 13,8	18,1	23 30	2 10,1	3,2	77	0 13	1
5 36	8 56,7	17,1	24	2 7,1	3	78	0 12	1
5 48	8 40,5	16,2	24 30	2 4,2	2,9	79	0 11	1
6	8 25,3	15,2	25	2 1,4	2,8	80	0 10	1
6 12	8 10,6	14,7	25 30	1 58,7	2,7	81	0 9	1
6 24	7 57	13,6	26	1 56,1	2,6	82	0 8	1
6 36	7 43,9	13,1	26 30	1 53,6	2,5	83	0 7	1
6 48	7 31,5	12,4	27	1 51,1	2,5	84	0 6	1
7	7 19,8	11,7	27 30	1 48,7	2,4	85	0 5	1
7 12	7 8,6	11,2	28	1 46,3	2,4	86	0 4	1
7 24	6 57,9	10,7	28 30	1 44,2	2,1	87	0 3	1
7 36	6 47,7	10,2	29	1 42,1	2,1	88	0 2	1
7 48	6 37,9	9,8	29 30	1 40,1	2	89	0 1	1
8	6 28,6	9,3	30	1 38,1	2	90	0 0	1

T A V O L A

Delle densità atmosferiche, posta la media a 10 gradi *del Termometro Réaumuriano e* 28 pollici *del Barometro*

Gra del Ter	Altezza del Barometro							
	p di 27 2	27 4	27 6	27 8	27 10	28 0	28 2	28 4
30	0,875	0,880	0,885	0,890	0,896	0,902	0 907	0,912
29	0 879	0 884	0 890	0 895	0 901	0 906	0 911	0 917
28	0 883	0 889	0 894	0 899	0 905	0 911	0 916	0 921
27	0 888	0 893	0 899	0 904	0 909	0 915	0 920	0 926
26	0 893	0 898	0 903	0 908	0 914	0 919	0 925	0 931
25	0 897	0 902	0 908	0 913	0 918	0 924	0 930	0 935
24	0 901	0 907	0 912	0 918	0 923	0 929	0 935	0 940
23	0 906	0 912	0 917	0 923	0 928	0 934	0 939	0 945
22	0 911	0 916	0 922	0 927	0 933	0 939	0 944	0 950
21	0 915	0 921	0 926	0 932	0 938	0 943	0 949	0 955
20	0 920	0 926	0 931	0 937	0 943	0 948	0 954	0 960
19	0 925	0 930	0 936	0 942	0 948	0 953	0 959	0 965
18	0 930	0 935	0 941	0 947	0 952	0 958	0 964	0 970
17	0 935	0 940	0 946	0 952	0 957	0 963	0 969	0 975
16	0 939	0 945	0 951	0 957	0 963	0 968	0 974	0 980
15	0 944	0 950	0 956	0 962	0 968	0 973	0 979	0 985
14	0 950	0 955	0 961	0 967	0 973	0 979	0 985	0 990
13	0 955	0 960	0 966	0 972	0 978	0 984	0 990	0 996
12	0 961	0 965	0 971	0 977	0 984	0 990	0 995	1 001
11	0 965	0 971	0 977	0 983	0 989	0 995	1 001	1 006
10	0 970	0 976	0 982	0 988	0 994	1 000	1 006	1 012
9	0 976	0 982	0 987	0 994	0 999	1 006	1 012	1 018
8	0 981	0 987	0 993	0 999	1 005	1 011	1 017	1 024
7	0 986	0 993	0 999	1 005	1 011	1 016	1 023	1 029
6	0 992	0 998	1 004	1 010	1 026	1 022	1 028	1 034
5	0 997	1 004	1 010	1 016	1 022	1 028	1 034	1 040
4	1 003	1 009	1 015	1 022	1 028	1 034	1 040	1 046
3	1 009	1 015	1 021	1 027	1 034	1 040	1 046	1 052
2	1 015	1 021	1 027	1 033	1 039	1 046	1 052	1 058
1	1 020	1 027	1 033	1 039	1 045	1 052	1 058	1 064
0	1 026	1 033	1 039	1 045	1 052	1 058	1 064	1 070
— 1	1 032	1 039	1 045	1 051	1 058	1 064	1 070	1 077
— 2	1 038	1 045	1 051	1 057	1 064	1 070	1 077	1 083
— 3	1 044	1 051	1 057	1 063	1 070	1 077	1 083	1 090
— 4	1 051	1 057	1 062	1 070	1 076	1 083	1 089	1 096
— 5	1 057	1 063	1 068	1 076	1 083	1 089	1 096	1 112
— 6	1 063	1 070	1 075	1 082	1 089	1 096	1 102	1 119
— 7	1 070	1 076	1 082	1 089	1 096	1 103	1 109	1 114
— 8	1 076	1 083	1 089	1 096	1 102	1 109	1 116	1 120

T A V O L A

Per ridurre il tempo in parti dell' equatore o in gradi di longitudine terrestre (616)				Per ridurre le parti dell'equatore o i gradi di longitudine terrestre in tempo (616).			
Ore	Gradi	minuti second terzi	gr.min min.sec sec.ter.	Gradi minuti second	or.min min.sec sec.ter.	Gradi	or.min
1	15	1	0 15	1	0 4	61	4 4
2	30	2	0 30	2	0 8	62	4 8
3	45	3	0 45	3	0 12	63	4 12
4	60	4	1 0	4	0 16	64	4 16
5	75	5	1 15	5	0 20	65	4 20
6	90	6	1 30	6	0 24	66	4 24
7	105	7	1 45	7	0 28	67	4 28
8	120	8	2 0	8	0 32	68	4 32
9	135	9	2 15	9	0 36	69	4 36
10	150	10	2 30	10	0 40	70	4 40
11	165	11	2 45	11	0 44	71	4 44
12	180	12	3 0	12	0 48	72	4 48
13	195	13	3 15	13	0 52	73	4 52
14	210	14	3 30	14	0 56	74	4 56
15	225	15	3 45	15	1 0	75	5 0
16	240	16	4 0	16	1 4	76	5 4
17	255	17	4 15	17	1 8	77	5 8
18	270	18	4 30	18	1 12	78	5 12
19	285	19	4 45	19	1 16	79	5 16
20	300	20	5 0	20	1 20	80	5 20
21	315	21	5 15	21	1 24	81	5 24
22	330	22	5 30	22	1 28	82	5 28
23	345	23	5 45	23	1 32	83	5 32
24	360	24	6 0	24	1 36	84	5 36
25	375	25	6 15	25	1 40	85	5 40
26	390	26	6 30	26	1 44	86	5 44
27	405	27	6 45	27	1 48	87	5 48
28	420	28	7 0	28	1 52	88	5 52
29	435	29	7 15	29	1 56	89	5 56
30	450	30	7 30	30	2 0	90	6 0
31	465	31	7 45	31	2 4	91	6 4
32	480	32	8 0	32	2 8	92	6 8
33	495	33	8 15	33	2 12	93	6 12
34	510	34	8 30	34	2 16	94	6 16
35	525	35	8 45	35	2 20	95	6 20
36	540	36	9 0	36	2 24	96	6 24
37	555	37	9 15	37	2 28	97	6 28
38	570	38	9 30	38	2 32	98	6 32
39	585	39	9 45	39	2 36	99	6 36
40	600	40	10 0	40	2 40	100	6 40
41	615	41	10 15	41	2 44	110	7 20
42	630	42	10 30	42	2 48	120	8 0
43	645	43	10 45	43	2 52	130	8 40
44	660	44	11 0	44	2 56	140	9 20
45	675	45	11 15	45	3 0	150	10 0
46	690	46	11 30	46	3 4	160	10 40
47	705	47	11 45	47	3 8	170	11 20
48	720	48	12 0	48	3 12	180	12 0
		49	12 15	49	3 16	190	12 40
		50	12 30	50	3 20	200	13 20
		51	12 45	51	3 24	220	14 40
		52	13 0	52	3 28	240	16 0
		53	13 15	53	3 32	260	17 20
		54	13 30	54	3 36	280	18 40
		55	13 45	55	3 40	300	20 0
		56	14 0	56	3 44	320	21 20
		57	14 15	57	3 48	340	22 40
		58	14 30	58	3 52	360	24 0
		59	14 45	59	3 56		
		60	15 0	60	4 0		

TAVOLA *del Passaggio per il Meridiano (628) delle principali Stelle per il primo giorno d'ogni mese, colle loro ascensioni rette* A *al principio del* 1797, *colle lor variazioni annue* v *ed altezze meridiane* a *per Firenze.*

	Stella Polare		Aldebaran *o occhio o α del ♉*	Sirio *o α del Cane mag.*	Procione *o α del Cane min.*	Regolo *o cuore o α del ♌*
A	0or 51'		4or 24'	6or 36'	7or 29'	9or 57'
v	3' 9"		51", 4	39", 7	47", 2	48", 6
a	45° 33'	42°	62° 18'	29° 48'	52° 0'	59° 14'
	Pass. super.	Pass. infer.	Pass. al mer.	Pass. al mer.	Pass. al mer.	Pass. al mer.
Gennaio	6or 0'	18or 2'	9or 33'	11or 45'	12or 38'	15or 6'
Febbrajo	3 50	15 50	7 21	9 33	10 25	12 53
Marzo	2 1	14 1	5 33	7 44	8 36	11 5
Aprile	0 8	12 8	3 39	5 51	6 43	9 10
Maggio	22 16	10 16	1 48	4 0	4 52	7 21
Giugno	20 14	8 14	23 42	1 58	2 50	5 18
Luglio	18 9	6 9	21 38	23 52	0 46	3 14
Agosto	16 5	4 5	19 34	21 45	22 38	1 10
Settemb.	14 9	2 9	17 38	19 50	20 43	23 11
Ottobre	12 21	0 21	15 50	18 2	18 54	21 22
Novemb.	10 24	22 24	13 54	16 5	16 58	19 26
Dicemb.	8 20	20 20	11 50	14 2	14 54	17 22

	la Spiga *o α della ♍*	Arturo *o α di Boote*	Antares *o α dello ♏*	*la* Lira	Fomahant *o α del Pesce austr.*	0° *di* ♈
A	13or 14'	14or 6'	16or 17'	18or 30'	22or 46'	
v	47"	40", 8	54", 7	30", 4	50", 2	
a	36° 12'	66° 32'	20° 18'	84° 49'	15° 29'	46° 13'
Gennajo	18or 23'	19or 15'	21or 26'	23or 39'	3or 56'	5or 9'
Febbrajo	16 10	17 2	19 12	21 25	1 44	2 57
Marzo	14 21	15 13	17 24	19 36	23 52	1 8
Aprile	12 28	13 20	15 30	17 43	21 59	23 15
Maggio	10 37	11 29	13 38	15 52	20 8	21 24
Giugno	8 35	9 26	11 36	13 49	18 5	19 21
Luglio	6 31	7 23	9 33	11 46	16 1	17 17
Agosto	4 26	5 18	7 28	9 41	13 57	15 13
Settemb.	2 31	3 23	5 32	7 46	12 1	13 16
Ottobre	0 43	1 35	3 46	5 58	10 13	11 28
Novemb.	22 43	23 35	1 49	4 2	8 17	9 31
Dicemb.	20 39	21 31	23 41	1 58	6 13	7 27

T A V O L A

Dell' accelerazione delle fisse per 32 giorni

giorni		giorni		giorni		giorni	
1	0or 3' 55", 9	9	0or 35' 23", 1	17	1or 6' 50", 3	25	1or 38' 17", 5
2	0 7 51, 8	10	0 39 19, 0	18	1 10 46, 2	26	1 42 13, 5
3	0 11 47, 7	11	0 43 14, 9	19	1 14 42, 1	27	1 46 9, 4
4	0 15 43, 6	12	0 47 10, 8	20	1 18 38, 0	28	1 50 5, 3
5	0 19 39, 5	13	0 51 6, 7	21	1 22 33, 9	29	1 54 1, 2
6	0 23 35, 4	14	0 55 2, 6	22	1 26 29, 8	30	1 57 57, 1
7	0 27 31, 3	15	0 58 58, 5	23	1 30 25, 7	31	2 1 53, 0
8	0 31 27, 2	16	1 2 54, 4	24	1 34 21, 6	32	2 5 48, 9

T A V O L A

Degli angoli della verticale, della misura dei gradi di latitudine e longitudine (in tese Francesi), e dei logaritmi dei raggi terrestri per ogni grado di latitudine apparente della Terra, nell' ipotesi ellittica, supposti i raggi equatoriale e polare tra loro :: 300 : 299 (639).

Latitudine	Ang. della Verticale	Log. del Raggio Terreſtre	Gradi di Latit.	Gradi di Longit.	Latitudine	Ang. della Verticale	Log. del Raggio Terreſtre	Gradi di Latit.	Gradi di Longit.
0°	0'0''	0,0000000	56747	57127	46°	11'28'',31	9,9992534	57041	39752
1	0 23 ,95	9,9999996	47	57118	47	11 27 12	2281	51	39030
2	0 47 48	9983	48	57093	48	11 25 15	2028	61	38296
3	1 11 75	9960	49	57049	49	11 22 31	1777	71	37550
4	1 35 53	9930	50	56989	50	11 18 62	1525	81	36793
5	1 59 20	9891	51	56911	51	11 14 09	1278	91	36024
6	2 22 72	9,9999843	56753	56816	52	11 8 76	9,9991029	57101	35244
7	2 46 07	9787	55	56704	53	11 2 61	0786	10	34453
8	3 9 22	9722	58	56575	54	10 55 65	0542	20	33652
9	3 32 15	9649	61	56428	55	10 47 90	0304	29	32840
10	3 54 81	9566	64	56265	56	10 39 34	0065	39	32018
11	4 17 19	9,9999477	56768	56084	57	10 30	9,9989831	57148	31187
12	4 39 26	9378	72	55887	58	10 19 89	9601	57	30346
13	5 1	9273	76	55672	59	10 9 01	9377	66	29495
14	5 22 36	9159	80	55441	60	9 57 42	9152	74	28635
15	5 43 35	9037	85	55193	61	9 45 08	8934	83	27767
16	6 3 92	9,9998908	56790	54928	62	9 32 02	9,9988721	57192	26889
17	6 24 05	8772	95	54647	63	9 18 27	8512	57200	26004
18	6 43 71	8628	56801	54348	64	9 3 82	8308	08	25111
19	7 2 87	8476	07	54034	65	8 48 69	8111	15	24209
20	7 21 55	8317	13	53703	66	8 32 93	7919	23	23301
21	7 39 69	9,9998154	56820	53356	67	8 16 55	9,9987733	57230	22385
22	7 57 25	7983	27	52993	68	7 59 55	7552	37	21462
23	8 14 26	7805	34	52613	69	7 41 96	7378	44	20532
24	8 30 67	7774	41	52217	70	7 23 82	7211	51	19596
25	8 46 24	7433	48	51806	71	7 5 12	7051	57	18655
26	9 1 57	9,9997236	56856	51378	72	6 45 89	9,9986897	57263	17707
27	9 16 06	7036	64	50936	73	6 26 20	6749	69	16753
28	9 29 88	6829	72	50477	74	6 5 98	6612	74	15795
29	9 42 81	6521	80	50004	75	5 45 35	6480	80	14832
30	9 55 43	6401	89	49515	76	5 24 28	6357	85	13864
31	10 7 14	9,9996182	56897	49011	77	5 2 81	9,9986240	57289	12892
32	10 18 09	5957	56906	48492	78	4 40 96	6135	93	11915
33	10 28 30	5729	15	47958	79	4 18 79	6033	97	10936
34	10 37 74	5497	25	47410	80	3 56 29	5940	01	9952
35	10 46 42	5261	34	46847	81	3 33 49	5858	04	8966
36	10 54 32	9,9995023	56943	46270	82	3 10 43	9,9985785	57307	7977
37	11 1 39	4812	53	45679	83	2 47 15	5719	10	6985
38	11 7 70	4539	62	45074	84	2 23 65	5661	12	5991
39	11 13 18	4291	72	44455	85	1 59 98	5614	1[illegible]	4996
40	11 17 81	4045	82	43822	86	1 36 16	5572	15	3998
41	11 21 65	9,9993795	56992	43176	87	1 12 23	9,9985541	57317	3000
42	11 24 69	3545	57002	42517	88	0 48 20	5517	17	2000
43	11 26 86	3292	12	41845	89	0 24 12	5501	18	1000
44	11 28 17	3039	21	41160	90	0 0 0	5499	18	0000
45	11 28 69	2787	31	40462					

T A V O L A

Contenente i risultati delle Osservazioni più recenti su i Pianeti e sul ☉

	RIVOLUZIONI			
	Tropica	Siderale	Sinodica	intorno al proprio asse
☉	. . . .	. . . .	. . . .	25g 14or 8' 0''
☿	87g 23or 14' 32'' ,7	87g 23or 15' 43'' ,6	115g 21or 3' 33'' ,74	.. ..
♀	224 16 41 27 ,5	224 16 49 10,6	583 22 6 52,13	23 20 ..
♁	365 5 48 48 ,0	365 6 9 11,6	. . . .	23 56 4,1
☽	27 7 43 4 ,7	27 7 43 11,5	29 12 44 2,83	27 5 5 49
♂	686 22 18 27 ,4	686 23 30 35,6	779 22 28 37,27	24 40 ..
♃	4330 14 39 2 ,0	4332 14 27 10,8	398 19 12 54,14	9 56 ..
♄	10746 19 16 15 ,5	10759 1 51 11,2	378 2 12 38,17	.. .. ..
♅	30347 4	30445 18	369 4 16 31,46	.. .. ..

	DIAMETRI					
	apparenti alla distanza media della ♁ dal ☉	veri o lineari	ridotti in leghe	MASSE posta la ♁ = 1	VOLUMI posta la ♁ = 1	DENSITA' posta la ♁ = 1
☉	31' 57'' ,000	111,4500	319314	351886,000000	1384462,000000	0,25484
☿	6 ,900	0,4012	1166	0,166800d	0,064558	2,58300d
♀	16 ,547	0,9593	2748	0,950000d	0,890250	1,03790d
♁	17 ,200	1,0000	2864	1,000000	1,000000	1,00000
☽	4 ,696	0,2731	782	0,015107	0,020360	0,74200
♂	8 ,943	0,5199	1490	0,102500d	0,140600	0,65600d
♃	3 6 ,820	10,8620	31111	330,600000	1281,000000	0,25800
♄	2 51 ,710	9,9830	28594	103,690000	995,000000	0,10422
♅	1 14 ,520	4,3320	12410	17,740000	80,490000	0,22040

	Distanze medie dal ☉	Eccentricità in parti del semiasse 1	Equazione massima del centro	Inclinazio. dell' orbita nel 1780
☉	. . . .	. . . .	. . . .	
☿	38710,00	0,2055133	23° 40' 0''	7° 0' 0''
♀	72333,24	0,0068848	47 20	3 23 35
♁	100000,00	0,0168139	1 55 36,5	. . . . . .
☽	. . . .	0,0550356	6 18 32	5 8 49
♂	152369,27	0,0936877	10 40 40	1 51 0
♃	520279,20	0,0480767	5 30 38,3	1 18 56
♄	954072,40	0,0562226	6 26 42	2 29 50
♅	1908180,00	0,0465037	5 27 16	0 46 20

Distanze del ☉ e della ☽ dalla ♁ in leghe		
del ☉	minima	33780210
	media	34357480
	massima	34934726
della ☽	minima	80187
	media	86324
	massima	91397

TAVOLA

Per la riduzione dell' Epoche del moto medio Solare e Lunare per alcuni dei più celebri luoghi della Terra di cui è nota la differenza dei Meridiani dal Parigino.

Nomi dei Luoghi	Latitudine	Diff. dei merid. in tempo	Riduz. dell' Epoche del ☼	dell' Arg. I. ☽	dell' Epoche della ☽	dell' Anomalia della ☽	del suppl. del ☊
Basilea	47° 33′ 34″	21′ 1″ or	— 0′ 51″ ,79	0,5	11′ 32″ ,31	11′ 26″ ,46	2″ ,78
Berlino	52 31 30	44 10 or	— 1 48 ,83	0,83	24 14 ,89	24 2 ,59	5 ,85
Bologna	44 29 36	36 1 or	— 1 28 ,75	0,85	19 46 ,42	19 36 ,39	4 ,77
Brufelles	50 50 59	8 8 or	— 0 20 ,04	0,19	4 27 ,[illegible]	4 25 ,65	1 ,08
Copenhagu.	55 41 4	41 2 or	— 1 41 ,11	0,97	22 31 ,68	22 20 ,25	5 ,43
Danzica	54 21 5	65 13 or	— 2 40 ,7	1,54	35 48 ,3	35 30 ,14	8 ,63
Edimburgo	55 57 57	22 2 oc	+ 0 54 ,3	0,52	12 5 ,8	11 59 ,66	2 ,92
Firenze	43 46 30	34 48 or	— 1 26	0,82	19 9 ,64	18 59 ,92	4 ,62
Genova	44 25 0	26 32 or	— 1 5 ,38	0,63	14 34 ,03	14 26 ,65	3 ,51
Ginevra	46 12 17	15 14 or	— 9 37 ,54	0,36	8 21 ,8	8 17 ,56	2 ,[illegible]2
Gottinga	51 32 5	30 21 or	— 1 14 ,79	0,72	16 39 ,76	16 31 ,31	4 ,02
Greenvvich	51 28 40	9 21 oc	+ 0 23 ,04	0,22	5 8	5 5 ,4	1 ,21
Ingolstad	48 45 50	36 24 or	— 1 29 ,7	0,86	19 59 ,05	19 48 ,92	4 ,82
Lipfia	51 19 14	40 2 or	— 1,38 ,65	0,94	21 58 ,74	21 47 ,69	5 ,30
Lisbona	38 42 20	45 47 oc	+ 1 52 ,81	1,08	25 8 ,15	24 55 ,4	6 ,06
Livorno	43 33 2	31 46 or	— 1 18 ,28	0,75	17 26 ,43	17 17 ,58	4 ,21
Londra	51 30 49	9 43 oc	+ 0 23 ,94	0,23	5 20 ,01	5 17 ,37	1 ,29
Madrid	40 25 18	24 8 oc	+ 0 59 ,47	0,57	13 14 ,77	13 8 ,26	3 ,2
Marfilia	43 17 43	12 14 or	— 0 30 ,14	0,29	6 42 ,98	6 39 ,57	1 ,62
Milano	45 28 5	27 25 or	— 1 7 ,56	0,65	15 3 ,13	14 45 ,5	3 ,63
Monaco diB.	48 7 37	36 56 or	— 1 31 ,01	0,87	20 16 ,62	20 6 ,34	4 ,89
Napoli	40 50 15	47 16 or	— 1 56 ,47	1,12	25 57 ,01	15 43 ,85	6 ,26
Normberga	49 26 55	34 56 or	— 1 26 ,08	0,83	19 10 ,74	19 1 ,01	4 ,62
Padova	45 23 40	38 10 or	— 1 34 ,05	0,9	20 57 ,25	20 46 ,62	5 ,05
Palermo	38 6 44	44 5 or	— 1 48 ,63	1,04	24 12 ,15	23 59 ,67	5 ,84
Parigi	48 50 15	0 0	— 0 0	0,00	0 0	0 0	0 ,00
Parma	44 44 50	32 26 or	— 1 19 ,92	0,77	17 48 ,39	17 39 ,36	4 ,29
Pavia	45 10 59	27 26 or	— 1 7 ,58	0,65	15 3 ,68	14 56 ,04	4 ,47
Pifa	43 43 7	32 15 or	— 1 19 ,47	0,76	17 42 ,34	17 33 ,37	4 ,27
Praga	50 5 19	48 20 or	— 1,59 ,1	1,14	26 32 ,15	26 18 ,69	6 ,40
Roma	41 53 54	40 30 or	— 1 39 ,8	0,96	22 14 ,11	22 2 ,83	5 ,36
Siena	43 22 0	35 20 or	— 1 27 ,07	0,83	19 23 ,91	19 14 ,08	4 ,68
Stokolm	59 20 31	62 55 or	— 2 35 ,03	1,49	34 32 ,54	34 15 ,02	8 ,33
Strasburgo	48 34 56	21 38 or	— 0 53 ,31	0,51	11 52 ,62	11 46 ,6	2 ,86
Torino	45 4 14	21 20 or	— 0 52 ,57	0,5	11 42 ,74	11 36 ,8	2 ,82
Varfavia	52 14 28	74 42 or	— 3 4 ,07	1,76	41 0 ,69	40 39 ,89	9 ,89
Venezia	45 25 35	40 3 or	— 1 38 ,69	0,94	21 59 ,29	21 48 ,13	5 ,30
Vienna d'A.	48 12 36	56 12 or	— 2 18 ,48	1,33	30 51 ,28	30 35 ,63	7 ,44
Viterbo	42 24 54	38 38 or	— 1 35 ,2	0,91	21 12 ,62	21 1 ,86	5 ,11
Upsal	59 51 50	61 15 or	— 2 30 ,93	1,44	33 37 ,63	33 20 ,58	8 ,11

Avvertimento. I segni + o — che sono alla colonna di riduzione per l' Epoche del ☼ si debbono intender ripetuti nelle quattro colonne seguenti. Così per Firenze tutte le riduzioni son negative cioè da sottrarsi; per Edimburgo tutte positive o da aggiungersi.

Epoche delle Longitudini del ☼ e degli Argumenti che ne regolano le ineguaglianze

Anni di G. C.	Longitudine media del ☼ S. G. M. S.	Longitud. dell' Apogeo del ☼ S. G. M. S.	arg I. ☽	arg II. ♃	arg III ♀	arg IV. ♂	arg V. ♂	arg VI. ☊	Obl. med. dell' eccl. peril. Ge. G. M. S.
0 B.	9 7 55 40, 3	2 8 24 42	205	357	224	693	110	200	23 42 [illegible]
100 B.	9 8 41 40, 3	2 10 8 17	058	925	775	524	445	573	23 41 35,8
1500 B.	9 19 25 40, 3	3 4 18 21	002	876	493	154	138	791	23 30 22,4
1600 B.	9 10 20 17, 0	3 6 1 54	516	419	027	972	473	162	23 29 32,8
1700 G.	9 10 7 8, 7	3 7 45 28	336	985	576	801	808	535	23 28 43,0
1720 B.	9 10 16 20, 7	3 8 6 11	706	298	086	169	175	610	23 28 33,0
1740 B.	9 10 25 32, 7	3 8 26 54	077	612	597	535	343	684	obliquità ap.
1760 B.	9 10 34 44, 7	3 8 47 37	447	926	107	901	609	759	23 28 13,6
1780 B.	9 10 43 56, 7	3 9 8 20	818	239	617	267	877	833	23 28 7,5
1789	9 10 33 18,0	3 9 17 39	126	480	246	482	447	317	23 27 54,8
1790	9 10 18 58,5	3 9 18 42	480	395	871	950	510	371	23 27 51,9
1791	9 10 4 39,1	3 9 19 44	846	310	496	418	573	[illegible]	23 27 49,6
1792 B.	9 10 49 27,9	3 9 20 46	240	227	123	887	637	478	23 27 48,0
1793	9 10 35 8,4	3 9 21 48	600	142	748	355	700	532	23 27 47,6
1794	9 10 20 48,9	3 9 22 50	961	057	373	823	763	586	23 27 48,3
1795	9 10 6 29,5	3 9 23 52	321	972	999	292	827	639	23 27 50,3
1796 B.	9 10 51 18,3	3 9 24 55	715	890	626	760	889	693	23 27 51,8
1797	9 10 36 58,8	3 9 25 57	075	805	250	228	953	747	23 27 54,3
1798	9 10 22 39,3	3 9 26 59	435	720	875	697	017	800	23 27 58,9
1799	9 10 8 19,9	3 9 28 1	795	635	501	165	080	854	23 27 58,9
1800 C.	9 9 54 0,4	3 9 29 3	155	550	126	632	144	908	23 28 0,6
1801	9 9 39 40,9	3 9 30 5	515	465	751	100	207	962	23 28 1,2
1802	9 9 25 21,4	3 9 31 7	875	380	376	568	270	015	23 28 1,0
1803	9 9 11 1,9	3 9 32 10	235	295	001	037	334	069	23 27 59,7
1804 B.	9 9 55 50,8	3 9 33 12	629	213	628	505	397	123	23 27 57,5
1805	9 9 41 31,3	3 9 34 14	989	128	253	973	460	177	23 27 54,6
1806	9 9 27 11,8	3 9 35 16	349	043	878	442	524	230	23 27 51,0
1807	9 9 12 52,3	3 9 36 18	709	958	503	910	587	284	23 27 47,6
1808 B.	9 9 57 41,2	3 9 37 20	103	876	130	378	650	338	23 27 44,3
1809	9 9 43 21,7	3 9 38 22	463	791	755	847	714	391	23 27 41,6
1810	9 9 29 2,2	3 9 39 25	823	706	380	315	777	445	23 27 39,5
1811	9 9 14 42,7	3 9 40 27	183	621	005	783	840	499	23 27 38,5
1812 B.	9 9 59 31,6	3 9 41 29	577	538	632	252	904	553	23 27 38,5
1813	9 9 45 12,1	3 9 42 31	937	453	257	720	967	606	23 27 39,5
1814	9 9 30 52,6	3 9 43 33	297	369	882	188	030	660	23 27 41,2
1815	9 9 16 33,1	3 9 44 35	657	284	507	656	094	714	23 27 43,5
1816 B.	9 10 1 22,0	3 9 45 37	051	201	134	125	157	768	23 27 46,0
1817	9 9 47 2,5	3 9 46 40	411	116	759	593	220	821	23 27 48,4
1818	9 9 32 43,0	3 9 47 42	771	031	384	061	284	875	23 27 50,4
1919	9 9 18 23,5	3 9 48 44	131	946	009	530	347	929	23 27 51,6
1820 B.	9 10 3 12,4	3 9 49 46	525	864	636	998	411	982	23 27 51,9
1821	9 9 48 52,9	3 9 50 48	880	779	261	466	474	036	23 27 51,2
1822	9 9 34 33,4	3 9 51 50	246	694	886	935	537	090	23 27 49,6
1823	9 9 20 13,9	3 9 52 52	606	609	511	403	601	144	23 27 47,1
1824 B.	9 10 5 2,8	3 9 53 55	000	527	138	871	664	197	23 27 44,0
1825	9 9 50 43,3	3 9 54 57	360	442	763	340	727	251	23 27 40,5
1826	9 9 36 23,8	3 9 55 59	720	357	388	808	791	305	23 27 37,0
1827	9 9 22 4,3	3 9 57 1	080	272	013	276	854	359	23 27 33,8
1828 B.	9 10 6 53,2	3 9 58 3	474	189	640	744	917	412	23 27 31,3
1829	9 9 52 33,7	3 9 59 5	834	104	265	213	981	466	23 27 29,7
1830	9 9 38 14,2	3 10 0 7	194	019	890	681	044	520	23 27 29,1
1831	9 9 23 54,7	3 10 1 10	553	934	515	149	107	573	23 27 29,5
1832 B.	9 10 8 43,6	3 10 2 12	948	852	142	618	171	627	23 27 30,7
1833	9 9 54 24,1	3 10 3 14	308	767	767	086	234	681	23 27 32,7

Moto medio del ☼ per gli anni completi.

Anni	Moto medio del ☼ S. G. M. S.	Moto dell' Apogeo G. M. S.	Arg. I. ☽	Arg. II. ♃	Arg. III. ♀	Arg. IV. ♂	Arg. V. ♂	Arg. VI. ☊
1	11 29 45 40,5	0 1 2	360	915	625	468	063	054
2	11 29 31 21,0	0 2 4	720	830	250	937	127	107
3	11 29 17 1,6	0 3 6	080	745	875	405	190	161
4 B.	0 0 1 50,4	0 4 9	474	603	502	873	253	215
5	11 29 47 30,9	0 5 11	834	578	127	342	317	269
6	11 29 33 11,4	0 6 13	194	493	752	810	380	322
7	11 29 18 52,0	0 7 15	554	408	377	278	443	376
8 B.	0 0 3 40,8	0 8 17	948	325	004	746	507	430
9	11 29 49 21,3	0 9 19	308	240	629	215	570	484
10	11 29 35 1,8	0 10 21	668	156	254	683	634	537
11	11 29 20 42,4	0 11 24	028	071	879	151	697	591
12 B.	0 0 5 31,2	0 12 26	422	988	506	620	760	645
13	11 29 51 11,7	0 13 28	782	903	131	088	824	698
14	11 29 36 52,2	0 14 30	143	818	756	556	887	752
15	11 29 22 32,8	0 15 32	503	733	381	025	950	806
16 B.	0 0 7 21,6	0 16 34	897	651	008	493	014	860
17	11 29 53 2,1	0 17 36	257	566	633	961	077	913
18	11 29 38 42,6	0 18 39	617	481	258	430	140	967
19	11 29 24 33,2	0 19 41	977	396	883	898	204	021
20 B.	0 0 9 12,0	0 20 43	371	314	510	366	267	075
40 B.	0 0 18 24,0	0 41 26	741	627	020	732	534	149
60 B.	0 0 27 36,0	1 2 9	112	941	531	098	801	224
80 B.	0 0 36 48,0	1 22 52	483	254	041	465	068	298
100 B.	0 0 46 0,0	1 43 35	853	568	551	831	335	373
100 C.	11 29 46 51,7	1 43 35	819	565	550	829	335	373
200 B.	0 1 32 0	3 27 9	706	136	102	661	670	745
300 B.	0 2 18 0	5 10 44	559	704	654	492	006	118
400 B.	0 3 4 0	6 54 18	413	272	205	323	341	491
500 B.	0 3 50 0	8 37 53	266	840	756	154	676	864
1000 B.	0 7 40 0	17 15 46	531	680	512	307	352	727
2000 B.	0 15 20 0	34 31 32	063	360	024	615	704	455

Moto del ☼ per i Mesi

	Moto del ☼ S. G. M. S.	Apog. ☼ Sec.	Arg. I. ☽	Arg. II. ♃	Arg. III. ♀	Arg. IV. ♂	Arg. V. ♂	Arg. VI. ☊
Gennajo	0 0 0 0	0	0	0	0	0	0	0
Febbrajo	1 0 33 18,2	5,3	050	78	53	40	5	5
Marzo	1 28 9 11,5	10,0	998	148	101	76	10	9
Aprile	2 28 42 29,7	15,3	048	226	154	115	16	13
Maggio	3 28 16 39,6	20,4	064	301	206	154	21	18
Giugno	4 28 49 57,9	25,7	113	379	259	194	26	22
Luglio	5 28 24 7,8	30,8	129	454	310	232	31	27
Agosto	6 28 57 26,0	36,0	178	531	363	272	37	31
Settembre	7 29 30 44,2	41,3	229	609	416	312	42	36
Ottobre	8 29 4 54,1	46,4	245	684	468	350	47	40
Novembre	9 29 38 12,4	51,6	294	762	521	390	53	45
Dicembre	10 29 12 22,3	56,7	310	837	572	428	58	49

Moto del ☼ per i giorni, Ore, Minuti, e Secondi.

Giorni	Moto medio del ☼ S. G. M. S.	A. ☼ S.	Ar. I ☽	A. II. ♃	Ar. III. ♀	Ar. IV. ♂	A. V. ♂	Ar. VI. ☊
1	0 0 59 8,3	0,2	034	3	2	1	0	0
2	0 1 58 16,7	0,3	068	5	3	3	0	0
3	0 2 57 25,0	0,5	102	8	5	4	1	0
4	0 3 56 33,3	0,7	135	10	7	5	1	1
5	0 4 55 41,7	0,8	169	13	9	6	1	1
6	0 5 54 50,0	1,0	203	15	10	8	1	1
7	0 6 53 58,3	1,2	237	18	12	9	1	1
8	0 7 53 6,6	1,4	271	20	14	10	1	1
9	0 8 52 15,0	1,5	305	23	15	12	2	1
10	0 9 51 23,3	1,7	339	25	17	13	2	1
11	0 10 50 31,6	1,9	372	28	19	14	2	2
12	0 11 49 40,0	2,0	406	30	21	15	2	2
13	0 12 48 48,3	2,2	440	33	22	17	2	2
14	0 13 47 56,6	2,4	474	35	24	18	2	2
15	0 14 47 5,0	2,6	508	38	26	19	3	2
16	0 15 46 13,3	2,7	542	40	27	21	3	2
17	0 16 45 21,6	2,9	576	43	29	22	3	2
18	0 17 44 29,9	3,1	610	45	31	23	3	3
19	0 18 43 38,3	3,2	643	48	33	24	3	3
20	0 19 42 46,6	3,4	677	50	34	26	3	3
21	0 20 41 54,9	3,6	711	53	36	27	4	3
22	0 21 41 3,3	3,7	745	55	38	28	4	3
23	0 22 40 11,6	3,9	779	58	39	29	4	3
24	0 23 39 19,9	4,1	813	60	41	31	4	4
25	0 24 38 28,3	4,2	847	63	43	32	4	4
26	0 25 37 36,6	4,4	880	65	45	33	5	4
27	0 26 36 44,9	4,6	914	68	46	35	5	4
28	0 27 35 53,2	4,8	948	70	48	36	5	4
29	0 28 35 1,6	4,9	982	73	50	37	5	4
30	0 29 34 9,9	5,1	016	75	51	38	5	4
31	1 0 33 18,2	5,3	050	78	53	40	5	5

O R E

or	Moto del ☼ M. S.	I. ☽	II. ♃	III. ♀
1	2 27,8	1	0	0
2	4 55,7	3	0	0
3	7 23,5	4	0	0
4	9 51,4	6	0	0
5	12 19,2	7	1	0
6	14 47,1	8	1	0
7	17 14,9	10	1	0
8	19 42,8	11	1	1
9	22 10,6	13	1	1
10	24 38,5	14	1	1
11	27 6,3	16	1	1
12	29 34,2	17	1	1
13	32 2,0	18	1	1
14	34 29,9	20	1	1
15	36 57,7	21	2	1
16	39 25,6	23	2	1
17	41 53,4	24	2	1
18	44 21,2	25	2	1
19	46 49,1	27	2	1
20	49 16,9	28	2	1
21	51 44,8	30	2	1
22	54 12,6	31	2	2
23	56 40,5	32	2	2

Minuti M	Mov. del ☼ M.S.	Secondi S.	Mov. del ☼ S.
1	0 2,5	1	0,0
2	0 4,9	2	0,1
3	7,4	3	0,1
4	9,9	4	0,2
5	12,3	5	0,2
6	14,8	6	0,2
7	17,2	7	0,3
8	19,7	8	0,3
9	22,2	9	0,4
10	24,6	10	0,4
11	27,1	11	0,5
12	29,6	12	0,5
13	32,0	13	0,5
14	34,5	14	0,6
15	37,0	15	0,6
16	39,4	16	0,7
17	41,9	17	0,7
18	44,4	18	0,7
19	46,8	19	0,8
20	49,3	20	0,8
21	51,7	21	0,9
22	54,2	22	0,9
23	56,7	23	0,9
24	0 59,1	24	1,0
25	1 1,6	25	1,0
26	1 4,1	26	1,1
27	1 6,5	27	1,1
28	1 9,0	28	1,1
29	1 11,5	29	1,2
30	1 13,9	30	1,2
31	1 16,4	31	1,3
32	1 18,8	32	1,3
33	1 21,3	33	1,4
34	1 23,8	34	1,4
35	1 26,2	35	1,4
36	1 28,7	36	1,5
37	1 31,2	37	1,5
38	1 33,6	38	1,6
39	1 36,1	39	1,6
40	1 38,6	40	1,6
41	1 41,0	41	1,7
42	1 43,5	42	1,7
43	1 46,0	43	1,8
44	1 48,4	44	1,8
45	1 50,9	45	1,8
46	1 53,3	46	1,9
47	1 55,8	47	1,9
48	1 58,3	48	2,0
49	2 0,7	49	2,0
50	2 3,2	50	2,1
51	2 5,7	51	2,1
52	2 8,1	52	2,1
53	2 10,6	53	2,2
54	2 13,1	54	2,2
55	2 15,5	55	2,3
56	2 18,0	56	2,3
57	2 20,5	57	2,3
58	2 22,9	58	2,4
59	2 25,4	59	2,4
60	2 27,8	60	2,5

Equazione dell' orbita solare. Arg. Anomalia media del ☉

Gr	0 —	differ.	1 —	differ.	2 —	differ.	
0	0° 0' 0'',0	1'58'',4	0° 56' 41'',2	1'42'',9	1° 38' 55'',3	1' 0'',8	30
1	1 58 4	1 58 4	0 58 24 1	1 41 9	1 39 56 1	0 59 0	29
2	3 56 8	1 58 3	1 0 6 0	1 40 8	1 40 55 1	57 2	28
3	5 55 1	1 58 2	1 1 46 8	1 39 9	1 41 52 3	55 4	27
4	7 53 3	1 58 0	1 3 26 7	1 38 7	1 42 47 7	54 7	26
5	9 51 3	1 57 9	1 5 5 4	1 37 6	1 43 41 4	52 7	25
6	11 49 2	1 57 6	1 6 43 0	1 36 4	1 44 33 1	49 9	24
7	13 46 8	1 57 5	1 8 19 4	1 35 2	1 45 23 0	48 1	23
8	15 44 3	1 57 2	1 9 54 6	1 33 9	1 46 11 1	46 0	22
9	17 41 5	1 56 9	1 11 28 5	1 32 9	1 46 57 1	44 2	21
10	19 38 4	1 56 5	1 13 1 4	1 31 5	1 47 41 3	42 3	20
11	21 34,9	1 56,1	1 14 32,9	1 30,2	1 48 23,6	40,3	19
12	23 31 0	1 55 8	1 16 3 1	1 28 8	1 49 3 9	38 4	18
13	25 26 8	1 55 3	1 17 31 9	1 27 6	1 49 42 3	36 5	17
14	27 22 1	1 54 9	1 18 59 5	1 26 1	1 50 18 8	34 4	16
15	29 17 0	1 54 3	1 20 25 6	1 24 7	1 50 53 2	32 4	15
16	31 11 3	1 53 9	1 21 50 3	1 23 3	1 51 25 6	30 5	14
17	33 5 2	1 53 2	1 23 13 6	1 21 9	1 51 56 1	28 4	13
18	34 58 4	1 52 6	1 24 35 5	1 20 3	1 52 24 5	26 4	12
19	36 51 0	1 52 1	1 25 55 8	1 18 9	1 52 50 9	24 4	11
20	38 43 1	1 51 3	1 27 14 7	1 17 3	1 53 15 3	22 [illegible]	10
21	40 34,4	1 50,6	1 28 32,0	1 15,8	1 53 37,6	20,3	9
22	42 25 0	1 49 9	1 29 47 8	1 14 2	1 53 57 9	18 2	8
23	44 14 9	1 49 2	1 31 2 0	1 12 6	1 54 16 1	16 1	7
24	46 4 1	1 48 3	1 32 14 6	1 11 0	1 54 32 2	14 2	6
25	47 52 4	1 47 5	1 33 25 6	1 9 3	1 54 46 4	11 9	5
26	49 39 9	1 46 7	1 34 34 9	1 7 6	1 54 58 3	9 9	4
27	51 26 6	1 45 8	1 35 42 5	1 6 0	1 55 8 2	7 8	3
28	53 12 4	1 44 8	1 36 48 5	1 4 3	1 55 16 0	5 7	2
29	54 57 2	1 44 0	1 37 52 8	1 2 5	1 55 21 7	3 6	1
30	56 41 2		1 38 55 3		1 55 25 3		0
	11 +		10 +		9 +		Gr

Gr	3 —	differ.	4 —	differ.	5 —	differ.	
0	1° 55' 25'',3	0' 1'',4	1° 41' 1'',4	1' 0'',0	0° 58' 47'',3	1'46'',5	30
1	1 55 26 7	— 0 5	1 40 1 4	1 2 0	57 0 8	6 47 6	29
2	1 55 26 2	2 8	1 38 59 4	1 3 8	55 13 2	1 48 7	28
3	1 55 23 4	4 9	1 37 55 0	1 5 7	53 24 5	1 49 8	27
4	1 55 18 5	6 9	1 36 49 9	1 7 5	51 34 7	1 50 7	26
5	1 55 11 6	9 2	1 35 42 4	1 9 3	49 44 0	1 51 7	25
6	1 55 2 4	11 1	1 34 33 1	1 11 1	47 52 3	1 52 6	24
7	1 54 51 3	13 3	1 33 22 0	1 12 9	45 59 7	1 53 5	23
8	1 54 38 0	15 4	1 32 9 1	1 14 7	44 6 2	1 54 3	22
9	1 54 22 6	17 5	1 30 54 4	1 16 3	42 11 9	1 55 2	21
10	1 54 5 1	19 6	1 29 38 1	1 18 0	40 16 7	1 56 0	20
11	1 53 45,5	21,8	1 28 20,1	1 19,8	38 20,7	1 56,7	19
12	1 53 23 7	23 8	1 27 0 3	1 21 4	36 24 0	1 57 4	18
13	1 52 59 9	25 9	1 25 38 9	1 23 0	34 26 6	1 58 1	17
14	1 52 34 0	28 0	1 24 15 9	1 24 6	32 28 5	1 58 7	16
15	1 52 6 0	30 2	1 22 51 3	1 26 3	30 29 8	1 59 1	15
16	1 51 35 8	32 1	1 21 25 0	1 27 8	28 30 6	1 59 9	14
17	1 51 3 7	34 2	1 19 57 2	1 29 3	26 30 7	2 0 4	13
18	1 50 29 5	36 3	1 18 27 9	1 30 8	24 30 3	2 0 8	12
19	1 49 53 2	38 3	1 16 57 1	1 32 3	22 29 5	2 1 3	11
20	1 49 14 9	40 4	1 15 24 8	1 33 7	20 28 2	2 1 7	10
21	1 48 34,5	42,4	1 13 51,1	1 35,2	18 26,5	2 2,0	9
22	1 47 52 1	44 4	1 12 15 9	1 36 5	16 24 5	2 2 4	8
23	1 47 7 7	46 4	1 10 39 4	1 37 9	14 22 1	2 2 6	7
24	1 46 21 3	48 4	1 9 1 5	1 39 3	12 19 5	2 2 9	6
25	1 45 32 9	50 3	1 7 22 2	1 40 5	10 16 6	2 3 1	5
26	1 44 42 6	52 5	1 5 41 7	1 41 8	8 13 5	2 3 2	4
27	1 43 50 1	54 3	1 3 59 9	1 43 0	6 10 3	2 3 4	3
28	1 42 55 8	56 2	1 2 16 9	1 44 2	4 6 9	2 3 4	2
29	1 41 59 6	58 2	1 0 32 7	1 45 4	2 3 5	2 3 5	1
30	1 41 1 4		0 58 47 3		0 0 0		0
	8 +		7 +		6 +		Gr

Equazioni per il moto solare (889). *Argomenti, ivi.*

Eq. I. ☽

Arg. I.	0 +	100 +	200 +	300 +	400 +	
0	0''0	3''5	5''7	5''7	3''5	100
10	0,4	3,8	5,8	5,6	3,2	90
20	0 7	4 1	5 9	5 4	2 9	80
30	1 1	4 4	5 9	5 2	2 5	70
40	1 5	4 6	6 0	5 0	2 2	60
50	1 8	4 8	6 0	4 8	1 8	50
60	2 2	5 0	6 0	4 6	1 5	40
70	2 5	5 2	5 9	4 4	1 1	30
80	2 9	5 4	5 9	4 1	0 7	20
90	3 2	5 6	5 8	3 8	0 4	10
100	3 5	5 7	5 7	3 5	0 0	0
	— 900	— 800	— 700	— 600	— 500	

Eq. IV. ♂

Arg IV.	0 —	100 —	200 ∓	300 +	400 +	
0	0''0	3''3	2''6	1''5	3''2	100
10	0,4	3,5	2,3	1,9	3,1	90
20	0 8	3 6	1 9	2 3	2 9	80
30	1 2	3 9	1 5	2 6	2 7	70
40	1 6	3 7	1 1	2 8	2 4	60
50	2 0	3 6	0 7	3 1	2 1	50
60	2 3	3 5	0 2	3 2	1 7	40
70	2 6	3 4	0 3	3 3	1 3	30
80	2 9	3 2	0 7	3 3	0 9	20
90	3 1	2 9	1 1	3 3	0 4	10
100	3 3	2 6	1 5	3 2	0 0	0
	+ 900	+ 800	± 700	— 600	— 500	

Eq. II. ♃

Arg II.	0 +	100 +	200 +	300 +	400 +	
0	0''0	6''4	8''3	5''3	1''5	100
10	0,7	6,9	8,2	4,9	1,3	90
20	1 5	7 3	8 0	4 4	1 1	80
30	2 2	7 6	7 8	4 0	0 9	70
40	2 9	7 9	7 5	3 6	0 7	60
50	3 6	8 1	7 2	3 2	0 5	50
60	4 2	8 3	6 9	2 8	0 4	40
70	4 8	8 4	6 5	2 4	0 3	30
80	5 4	8 4	6 1	2 1	0 2	20
90	6 0	8 4	5 7	1 8	0 1	10
100	6 4	8 3	5 3	1 5	0 0	0
	— 900	— 800	— 700	— 600	— 500	

Eq. V. ♂

Arg V.	0 +	100 +	200 +	300 +	400 +	
0	0''0	1''7	2''7	2''7	1''7	100
10	0,2	1,8	2,7	2,7	1,5	90
20	0 3	1 9	2 8	2 6	1 4	80
30	0 5	2 0	2 8	2 5	1 2	70
40	0 7	2 2	2 8	2 4	1 0	60
50	0 9	2 3	2 8	2 3	0 9	50
60	1 0	2 4	2 8	2 2	0 7	40
70	1 2	2 5	2 8	2 0	0 5	30
80	1 4	2 6	2 8	1 9	0 3	20
90	1 5	2 7	2 7	1 8	0 2	10
100	1 7	2 7	2 7	1 7	0 0	0
	— 900	— 800	— 700	— 600	— 500	

Eq. III. ♀

Arg III.	0 —	100 ∓	200 +	300 +	400 +	
0	0''0	3''4	1''3	7''9	8''0	100
10	0,7	3,2	1,8	8,5	7,3	90
20	1 3	2 9	2 5	9 0	6 6	80
30	1 8	2 5	3 1	9 4	5 9	70
40	2 4	2 0	3 8	9 7	5 1	60
50	2 8	1 4	4 5	9 7	4 3	50
60	3 2	0 8	5 2	9 6	3 4	40
70	3 4	0 3	5 9	9 4	2 6	30
80	3 5	0 2	6 6	9 1	1 7	20
90	3 5	0 8	7 3	8 6	0 9	10
100	3 4	1 3	7 9	8 0	0 0	0
	+ 900	± 800	— 700	— 600	— 500	

Eq. VI. ☊

Arg VI.	0 +	100 +	200 +	300 +	400 +	
0	0''0	9''9	16''0	16''0	9''9	100
10	1,1	10,7	16,3	15,6	9,0	90
20	2 1	11 5	16 5	15 2	8 1	80
30	3 1	12 3	16 7	14 7	7 2	70
40	4 1	13 0	16 8	14 2	6 2	60
50	5 2	13 6	16 8	13 6	5 2	50
60	6 2	14 2	16 8	13 0	4 1	40
70	7 2	14 7	16 7	12 3	3 1	30
80	8 1	15 2	16 5	11 5	2 1	20
90	9 0	15 6	16 3	10 7	1 1	10
100	9 9	16 0	16 0	9 9	0 0	0
	— 900	— 800	— 700	— 600	— 500	

I. Parte dell' Equaz. del Tempo (893). Arg. Anom. media del ☉

Gr	0 —	1 —	2 —	3 —	4 —	5 —	
0	0′ 0″,0	3′46″,8	6′35″,7	7′41″,7	6′44″,1	3′55″,2	30
1	7 9	3 53 6	6 39 7	7 41 8	6 40 1	3 48 1	29
2	15 8	4 0 4	6 43 7	7 41 7	6 36 0	3 40 9	28
3	23 7	4 7 1	6 47 5	7 41 5	6 31 7	3 33 6	27
4	31 6	4 13 8	6 51 2	7 41 2	6 27 3	3 26 3	26
5	39 4	4 20 4	6 54 8	7 40 8	6 22 8	3 18 9	25
6	47 3	4 26 9	6 58 2	7 40 2	6 18 2	3 11 5	24
7	55 1	4 33 3	7 1 5	7 39 4	6 13 5	3 4 0	23
8	1 3 0	4 39 6	7 4 7	7 38 5	6 8 6	2 56 4	22
9	1 10 8	4 45 9	7 7 8	7 37 5	6 3 6	2 48 8	21
10	1 18 6	4 52 1	7 10 8	7 36 3	5 58 5	2 41 1	20
11	1 26 ,4	4 58 ,2	7 13 ,6	7 35 ,0	5 53 ,3	2 33 ,4	19
12	1 34 1	5 4 2	7 16 3	7 33 6	5 48 0	2 25 6	18
13	1 41 8	5 10 1	7 18 8	7 32 0	5 42 6	2 17 8	17
14	1 49 4	5 16 0	7 21 3	7 30 3	5 37 1	2 9 9	16
15	1 57 1	5 21 7	7 23 5	7 28 4	5 31 4	2 2 0	15
16	2 4 7	5 27 4	7 25 7	7 26 4	5 25 7	1 54 0	14
17	2 12 4	5 32 9	7 27 7	7 24 2	5 19 8	1 46 0	13
18	2 19 9	5 38 4	7 29 6	7 21 9	5 13 9	1 38 0	12
19	2 27 4	5 43 7	7 31 4	7 19 5	5 7 8	1 30 0	11
20	2 34 9	5 49 0	7 33 0	7 17 0	5 1 7	1 21 9	10
21	2 42 ,3	5 54 ,1	7 34 ,5	7 14 ,3	4 55 ,4	1 13 ,8	9
22	2 49 7	5 59 2	7 35 9	7 11 5	4 49 1	1 5 6	8
23	2 57 1	6 4 1	7 37 1	7 8 5	4 42 6	0 57 5	7
24	3 4 3	6 8 9	7 38 1	7 5 4	4 36 1	0 49 3	6
25	3 11 5	6 13 7	7 39 1	7 2 2	4 29 5	0 41 1	5
26	3 18 6	6 18 3	7 39 9	6 58 8	4 22 8	0 32 9	4
27	3 25 8	6 22 8	7 40 5	6 55 3	4 16 0	0 24 7	3
28	3 32 8	6 27 2	7 41 0	6 51 7	4 9 1	0 16 5	2
29	3 39 8	6 31 5	7 41 4	6 48 0	4 2 2	0 8 2	1
30	3 46 8	6 35 7	7 41 7	6 44 1	3 55 2	0 0 0	0
	11 +	10 +	9 +	8 +	7 +	6 +	Gr

II. Parte dell' Equaz. del Tempo (893). Arg. Longit. vera del ☉

Gr	0 —, 6 —	1 —, 7 —	2 —, 8 —	
0	0′ 0″,0	8′22″,6	8′44″,7	30
1	0 19 8	8 33 0	8 34 5	29
2	0 39 7	8 42 9	8 23 6	28
3	0 59 5	8 52 2	8 12 1	27
4	1 19 2	9 0 9	8 0 0	26
5	1 38 8	9 8 9	7 47 1	25
6	1 58 3	9 16 3	7 33 7	24
7	2 17 7	9 23 1	7 19 6	23
8	2 37 0	9 29 2	7 5 0	22
9	2 56 1	9 34 6	6 49 8	21
10	3 15 0	9 39 4	6 34 1	20
11	3 33 ,7	9 43 ,5	6 18 ,0	19
12	3 52 1	9 46 8	6 1 2	18
13	4 10 3	9 49 5	5 43 9	17
14	4 28 2	9 51 5	5 26 2	16
15	4 45 9	9 52 7	5 8 1	15
16	5 3 2	9 53 3	4 49 5	14
17	5 20 2	9 53 1	4 30 5	13
18	5 36 8	9 52 1	4 11 1	12
19	5 53 1	9 50 5	3 51 4	11
20	6 9 0	9 48 1	3 31 4	10
21	6 24 ,5	9 45 ,0	3 11 ,1	9
22	6 39 6	9 41 2	2 50 6	8
23	6 54 2	9 36 6	2 29 8	7
24	7 8 3	9 31 3	2 8 8	6
25	7 22 0	9 25 3	1 47 6	5
26	7 35 2	9 18 6	1 26 2	4
27	7 47 9	9 11 2	1 4 8	3
28	8 0 1	9 3 0	0 43 2	2
29	8 11 6	8 54 2	0 21 6	1
30	8 22 6	8 44 7	0 0 0	0
	11 +, 5 +	10 +, 4 +	9 +, 3 +	Gr

Log. distanza della ♅ dal ☉. Arg. Anom. Med. ☉

Gr	0 Logarit.	Diff	1 Logarit.	Diff	2 Logarit.	Diff	
0	0 .007231		0 .006300		0 .003721		30
1	0 007230	1	0 006238	62	0 003613	108	29
2	0 007227	3	0 006174	64	0 003504	109	28
3	0 007222	5	0 006109	65	0 003394	110	27
4	0 007215	7	0 006041	68	0 003282	112	26
5	0 007205	10	0 005972	69	0 003169	113	25
6	0 007194	11	0 005901	71	0 003056	113	24
7	0 007180	14	0 005828	73	0 002942	114	23
8	0 007164	16	0 005754	74	0 002827	115	22
9	0 007146	18	0 005678	76	0 002711	116	21
10	0 007126	20	0 005600	78	0 002594	117	20
11	0 .007104	22	0 .005520	80	0 .002476	118	19
12	0 007080	[illegible]	0 005439	81	0 002357	119	18
13	0 007054	26	0 005356	83	0 002237	120	17
14	0 007026	28	0 005272	84	0 002117	120	16
15	0 006995	31	0 005186	86	0 001996	121	15
16	0 006963	32	0 005098	88	0 001874	122	14
17	0 006928	35	0 005009	89	0 001752	122	13
18	0 006892	36	0 004918	91	0 001629	123	12
19	0 006853	39	0 004826	92	0 001506	123	11
20	0 006813	40	0 004732	94	0 001382	124	10
21	0 .006770	43	0 004637	95	0 001258	124	9
22	0 006726	44	0 004541	96	0 001133	125	8
23	0 006680	46	0 004443	98	0 001008	125	7
24	0 006631	49	0 004344	99	0 000882	126	6
25	0 006580	51	0 004243	101	0 000756	126	5
26	0 006528	52	0 004141	102	0 000630	126	4
27	0 006474	54	0 004038	103	0 000504	126	3
28	0 006418	56	0 003934	104	0 000377	127	2
29	0 006360	58	0 003828	106	0 000250	127	1
30	0 006300	60	0 003721	107	0 000122	128	0
	11		10		9		Gr

Gr	3		4		5		
0	0 .000122		9 .996433		9 .993671		30
1	9 999995	127	9 996320	113	9 993605	66	29
2	9 999868	127	9 996209	111	9 993542	63	28
3	9 999741	127	9 996099	110	9 993480	62	27
4	9 999613	128	9 995990	109	9 993421	59	26
5	9 999486	127	9 995882	108	9 993363	58	25
6	9 999359	127	9 995775	107	9 993308	55	24
7	9 999232	127	9 995669	106	9 993255	53	23
8	9 999105	127	9 995565	104	9 993204	51	22
9	9 998978	127	9 995462	103	9 993155	49	21
10	9 998852	126	9 995361	101	9 993108	47	20
11	9 .998726	126	9 .995261	100	9 .993063	45	19
12	9 998600	120	9 995163	98	9 993021	42	18
13	9 998474	126	9 995066	97	9 992981	40	17
14	9 998349	125	9 994970	96	9 992943	38	16
15	9 998224	125	9 994876	94	9 992907	36	15
16	9 998100	124	9 994784	92	9 992874	33	14
17	9 997976	124	9 994693	91	9 992843	31	13
18	9 997853	123	9 994604	89	9 992814	29	12
19	9 997731	122	9 994516	88	9 992787	27	11
20	9 997609	122	9 994430	86	9 992762	25	10
21	9 .997488	121	9 .994346	84	9 .992740	22	9
22	9 997367	121	9 994264	82	9 992721	19	8
23	9 997247	120	9 994183	81	9 992704	17	7
24	9 997128	119	9 994104	79	9 992688	16	6
25	9 997009	119	9 994027	77	9 992675	13	5
26	9 996892	117	9 993952	75	9 992665	10	4
27	9 996776	116	9 993879	73	9 992657	8	3
28	9 996661	115	9 993807	72	9 992651	6	2
29	9 996546	115	9 993738	69	9 992647	4	1
30	9 996433	113	9 993671	67	9 992646	1	0
	8		7		6		Gr

Moto orario e Semidiametro del ☼. Arg. Anomalia media del ☼

Gr	0 Moto or.	0 Semid.	1 Moto or.	1 Semid.	2 Moto or.	2 Semid.	
0	2′ 22″ 99	15′ 45″ 50	2′ 23″ 60	15′ 47″ 53	2′ 25″ 32	15′ 53″ 17	30
1	2 22 ,99	15 45 ,50	2 23 ,64	15 47 ,66	2 25 ,39	15 53 ,41	29
2	2 22 ,99	15 45 ,51	2 23 ,68	15 47 ,80	2 25 ,46	15 53 ,65	28
3	2 22 ,99	15 45 ,52	2 23 ,73	15 47 ,94	2 25 ,53	15 53 ,89	27
4	2 23 ,00	15 45 ,53	2 23 ,77	15 48 ,09	2 25 ,61	15 54 ,14	26
5	2 23 ,00	15 45 ,55	2 23 ,82	15 48 ,24	2 25 ,68	15 54 ,38	25
6	2 23 ,01	15 45 ,58	2 23 ,86	15 48 ,40	2 25 ,76	15 54 ,63	24
7	2 23 ,02	15 45 ,61	2 23 ,91	15 48 ,56	2 25 ,84	15 54 ,88	23
8	2 23 ,03	15 45 ,64	2 23 ,96	15 48 ,72	2 25 ,91	15 55 ,13	22
9	2 23 ,04	15 45 ,68	2 24 ,01	15 48 ,89	2 25 ,99	15 55 ,39	21
10	2 23 ,05	15 45 ,73	2 24 ,06	15 49 ,06	2 26 ,07	15 55 ,65	20
11	2 23 ,07	15 45 ,78	2 24 ,12	15 49 ,23	2 26 ,15	15 55 ,91	19
12	2 23 ,09	15 45 ,83	2 24 ,17	15 49 ,41	2 26 ,23	15 56 ,17	18
13	2 23 ,10	15 45 ,88	2 24 ,23	15 49 ,59	2 26 ,31	15 56 ,44	17
14	2 23 ,12	15 45 ,95	2 24 ,28	15 49 ,77	2 26 ,39	15 56 ,70	16
15	2 23 ,14	15 46 ,01	2 24 ,34	15 49 ,96	2 26 ,47	15 56 ,96	15
16	2 23 ,16	15 46 ,08	2 24 ,40	15 50 ,15	2 26 ,56	15 57 ,23	14
17	2 23 ,18	15 46 ,16	2 24 ,46	15 50 ,35	2 26 ,64	15 57 ,50	13
18	2 23 ,21	15 46 ,24	2 24 ,52	15 50 ,55	2 26 ,72	15 57 ,77	12
19	2 23 ,23	15 46 ,32	2 24 ,58	15 50 ,75	2 26 ,80	15 58 ,05	11
20	2 23 ,26	15 46 ,41	2 24 ,64	15 50 ,96	2 26 ,89	15 58 ,32	10
21	2 23 ,29	15 46 ,50	2 24 ,70	15 51 ,16	2 26 ,97	15 58 ,59	9
22	2 23 ,32	15 46 ,60	2 24 ,77	15 51 ,37	2 27 ,06	15 58 ,87	8
23	2 23 ,35	15 46 ,70	2 24 ,84	15 51 ,59	2 27 ,14	15 59 ,14	7
24	2 23 ,38	15 46 ,81	2 24 ,90	15 51 ,81	2 27 ,23	15 59 ,42	6
25	2 23 ,41	15 46 ,92	2 24 ,97	15 52 ,03	2 27 ,31	15 59 ,70	5
26	2 23 ,45	15 47 ,03	2 25 ,03	15 52 ,25	2 27 ,40	15 59 ,98	4
27	2 23 ,48	15 47 ,15	2 25 ,10	15 52 ,48	2 27 ,48	16 0 ,26	3
28	2 23 ,52	15 47 ,27	2 25 ,17	15 52 ,70	2 27 ,57	16 0 ,54	2
29	2 23 ,56	15 47 ,40	2 25 ,24	15 52 ,94	2 27 ,66	16 0 ,82	1
30	2 23 ,60	15 47 ,53	2 25 ,32	15 53 ,17	2 27 ,74	16 1 ,10	0
	11		10		9		Gr

Gr	3 Moto or.	3 Semid.	4 Moto or.	4 Semid.	5 Moto or.	5 Semid.	
0	2′ 27″ 74	16′ 1″ 10	2′ 30″ 28	16′ 9″ 30	2′ 32″ 20	16′ 15″ 49	30
1	2 27 ,83	16 1 ,38	2 30 ,35	16 9 ,55	2 32 ,24	16 15 ,63	29
2	2 27 ,92	16 1 ,67	2 30 ,43	16 9 ,80	2 32 ,29	16 15 ,78	28
3	2 28 ,00	16 1 ,95	2 30 ,51	16 10 ,05	2 32 ,33	16 15 ,92	27
4	2 28 ,09	16 2 ,23	2 30 ,58	16 10 ,29	2 32 ,37	16 16 ,05	26
5	2 28 ,18	16 2 ,51	2 30 ,66	16 10 ,54	2 32 ,41	16 16 ,18	25
6	2 28 ,26	16 2 ,79	2 30 ,73	16 10 ,77	2 32 ,45	16 16 ,30	24
7	2 28 ,35	16 3 ,07	2 30 ,80	16 11 ,01	2 32 ,49	16 16 ,42	23
8	2 28 ,44	16 3 ,36	2 30 ,88	16 11 ,24	2 32 ,53	16 16 ,54	22
9	2 28 ,52	16 3 ,64	2 30 ,95	16 11 ,45	2 32 ,56	16 16 ,65	21
10	2 28 ,61	16 3 ,92	2 31 ,02	16 11 ,68	2 32 ,59	16 16 ,75	20
11	2 28 ,70	16 4 ,20	2 31 ,09	16 11 ,92	2 32 ,62	16 16 ,85	19
12	2 28 ,78	16 4 ,48	2 31 ,16	16 12 ,14	2 32 ,65	16 16 ,95	18
13	2 28 ,87	16 4 ,76	2 31 ,22	16 12 ,36	2 32 ,68	16 17 ,04	17
14	2 28 ,96	16 5 ,04	2 31 ,29	16 12 ,57	2 32 ,71	16 17 ,12	16
15	2 29 ,04	16 5 ,31	2 31 ,36	16 12 ,78	2 32 ,73	16 17 ,20	15
16	2 29 ,13	16 5 ,59	2 31 ,42	16 12 ,99	2 32 ,76	16 17 ,28	14
17	2 29 ,21	16 5 ,86	2 31 ,48	16 13 ,20	2 32 ,78	16 17 ,35	13
18	2 29 ,30	16 6 ,14	2 31 ,55	16 13 ,39	2 32 ,80	16 17 ,41	12
19	2 29 ,38	16 6 ,41	2 31 ,61	16 13 ,59	2 32 ,82	16 17 ,47	11
20	2 29 ,46	16 6 ,68	2 31 ,67	16 13 ,78	2 32 ,84	16 17 ,53	10
21	2 29 ,54	16 6 ,95	2 31 ,73	16 13 ,97	2 32 ,86	16 17 ,58	9
22	2 29 ,63	16 7 ,22	2 31 ,78	16 14 ,16	2 32 ,87	16 17 ,62	8
23	2 29 ,71	16 7 ,49	2 31 ,84	16 14 ,34	2 32 ,88	16 17 ,66	7
24	2 29 ,80	16 7 ,75	2 31 ,90	16 14 ,51	2 32 ,89	16 17 ,70	6
25	2 29 ,88	16 8 ,02	2 31 ,95	16 14 ,69	2 32 ,90	16 17 ,73	5
26	2 29 ,96	16 8 ,28	2 32 ,00	16 14 ,85	2 32 ,91	16 17 ,75	4
27	2 30 ,04	16 8 ,54	2 32 ,05	16 15 ,02	2 32 ,91	16 17 ,77	3
28	2 30 ,12	16 8 ,79	2 32 ,10	16 15 ,18	2 32 ,92	16 17 ,78	2
29	2 30 ,20	16 9 ,05	2 32 ,15	16 15 ,34	2 32 ,92	16 17 ,79	1
30	2 30 ,28	16 9 ,30	2 32 ,20	16 15 ,49	2 32 ,92	16 17 ,79	0
	8		7		6		Gr

Epoche delle Longitudini medie della ☽, della sua Anomalia e del suo Nodo.

Anni di G. Cr.	Longitudine media della ☽. S.	G.	M.	S.		Equaz. secolare additiva M.	S.		Anomalia media della ☽. S.	G	M.	S.		Supplemento del ☊. S.	G.	M.	S.
0 C.	11ˢ	21°	47′	57″	,0	50′	1″	,9	3ˢ	20°	23′	4″	,0	2ˢ	11°	59′	39″
100 B.	9	29	41	9	.	44	30	5	10	9	5	1	0	6	26	10	54
1500 B.	9	20	5	57	0	0	44	2	7	0	52	19	0	9	14	48	24
1600 B.	3	16	13	19	1		11	1	9	8	55	16	5	1	28	27	54
1700 C.	1	10	55	56	1		0	0	3	14	33	19	5	6	12	35	58
1720 B.	5	24	30	34	5		0	4	4	24	17	43	0	7	9	20	13
1740 B.	10	8	5	12	9		1	8	6	4	2	6	4	8	6	16	28
1760 B.	2	21	39	51	3		4	0	7	13	46	29	8	9	3	6	43
1780 B.	7	5	14	29	7		7	2	8	23	30	53	2	9	29	56	58
1789	10	26	3	26	3		8	9	0	8	7	53	2	3	24	0	47
1790	3	5	26	31	5		9	1	3	6	51	7	9	4	13	20	30
1791	7	14	49	36	6		9	3	6	5	34	22	6	5	2	40	13
1792 B.	0	7	23	16	8		9	5	9	17	21	31	2	5	22	3	7
1793	4	16	46	22	0		9	7	0	16	4	45	9	6	11	22	50
1794	8	25	9	27	1		9	9	3	14	48	0	6	7	0	42	33
1795	1	5	32	32	3		10	1	6	13	31	15	3	7	20	2	16
1796 B.	5	28	6	12	5		10	3	9	25	18	23	9	8	9	25	10
1797	10	7	29	17	6		10	5	0	24	1	38	6	8	28	44	53
1798	2	16	52	22	8		10	7	3	22	44	53	3	9	18	4	36
1799	6	26	15	28	0		11	0	6	21	28	8	0	10	7	24	19
1800 C.	11	5	38	33	1		11	2	9	20	11	22	6	10	20	44	2
1801	3	15	1	38	3		11	4	0	18	54	37	3	11	16	3	45
1802	7	24	24	43	4		11	6	3	17	35	52	0	0	5	23	28
1803	0	3	47	48	6		11	9	6	16	21	6	7	0	24	43	11
1804 B.	4	26	21	28	8		12	1	9	28	8	15	3	1	14	6	5
1805	9	5	44	33	9		12	3	0	26	51	30	0	2	3	25	48
1806	1	15	7	39	1		12	6	3	25	34	44	7	2	22	45	31
1807	5	24	30	44	3		12	8	6	24	17	59	4	3	12	5	14
1808 B.	10	17	4	24	5		13	0	10	6	5	8	0	4	1	28	8
1809	2	26	27	29	6		13	3	1	4	48	22	7	4	20	47	51
1810	7	5	50	34	8		13	5	4	3	31	37	4	5	10	7	34
1811	11	15	13	39	9		13	8	7	2	14	52	0	5	29	27	17
1812 B.	4	7	47	20	1		14	0	10	14	2	0	7	6	18	50	11
1813	8	17	10	25	3		14	3	1	12	45	15	4	7	8	9	54
1814	0	26	33	30	4		14	5	4	11	28	30	0	7	27	29	37
1815	5	5	56	35	6		14	8	7	10	11	44	7	8	16	49	20
1816 B.	9	28	30	15	8		15	1	10	21	58	53	4	9	6	12	14
1817	2	7	53	21	0		15	3	1	20	42	8	0	9	25	31	57
1818	6	17	16	26	1		15	6	4	19	25	22	7	10	14	51	40
1819	10	26	39	31	3		15	8	7	18	8	37	4	11	4	11	23
1820 B.	3	19	13	11	5		16	1	10	29	55	46	0	11	23	34	17
1821	7	28	36	16	7		16	3	1	28	39	0	7	0	12	54	0
1822	0	7	59	21	8		16	6	4	27	22	15	4	1	2	13	43
1823	4	17	22	17	0		16	8	7	26	5	30	0	1	21	33	26
1824 B.	9	9	56	7	2		17	0	11	7	52	38	7	2	10	56	20
1825	1	19	19	12	3		17	3	2	6	35	53	4	3	0	16	3
1826	5	28	42	17	5		17	5	5	5	19	8	0	3	19	35	46
1827	10	8	5	22	7		17	8	8	4	2	22	7	4	8	55	29
1828 B.	3	0	39	2	8		18	0	11	15	49	31	4	4	28	18	23
1829	7	10	2	8	0		18	3	2	14	32	46	0	5	17	38	6
1830	11	19	25	13	2		18	5	5	13	16	0	7	6	6	57	49
1831	3	28	48	18	4		18	8	8	11	59	15	4	6	26	17	32
1832 B.	8	21	21	58	6		19	1	11	23	46	24	0	7	15	40	26
1833	1	0	45	3	8		19	3	2	22	29	38	8	8	5	0	9

Moti medj della ☽
Per gli Anni completi.

Anni di G. Cr.	Movimento della ☽. S. G. M. S.	Movimento d' Anomalia S. G. M. S.	Movimento del ☊ S. G. M. S.
1	4 9 23 5,2	2 28 43 14,7	0 19 19 43
2	8 18 46 10 3	5 27 26 29 4	1 8 39 26
3	0 28 9 15 5	8 26 9 44 0	1 27 59 9
4 B.	5 20 42 55 7	0 7 56 52 7	2 17 22 3
5	10 0 6 0 8	3 6 40 7 4	3 6 41 46
6	2 9 29 6 0	6 5 23 22 0	3 26 1 29
7	6 18 52 11 2	9 4 6 36 7	4 15 21 12
8 B.	11 11 25 51 3	0 15 53 45 4	5 4 44 6
9	3 20 48 56 5	3 14 37 0 0	5 24 3 49
10	8 0 12 1 7	6 13 20 14 7	6 13 23 32
11	0 9 35 6 9	9 12 3 29 4	7 2 43 15
12 B.	5 2 8 47 1	0 23 50 38 0	7 22 6 9
13	9 11 31 52 3	3 22 33 52 7	8 11 25 52
14	1 20 54 57 4	6 21 17 7 4	9 0 45 35
15	6 0 18 2 6	9 20 0 22 1	9 20 5 18
16 B.	10 22 51 42 7	1 1 47 30 7	10 9 28 12
17	3 2 14 47 9	4 0 30 45 4	10 28 47 55
18	7 11 37 53 0	6 29 14 0 1	11 18 7 38
19	11 21 0 58 2	9 27 57 14 7	0 7 27 21
20 B.	4 13 34 38 4	1 9 44 23 4	0 26 50 15
40 B.	8 27 9 16 8	2 19 28 46 8	1 23 40 30
60 B.	1 10 43 55 2	3 29 13 10 2	2 20 30 45
80 B.	5 24 18 33 6	5 8 57 33 6	3 17 21 0
100 B.	10 7 53 12 0	6 18 41 57 0	4 14 11 15
100 C.	9 24 42 37 0	6 5 38 3 1	4 14 8 4
200 B.	8 15 46 24	1 7 23 54 0	8 28 22 30
300 B.	6 23 39 36	7 26 5 51 0	1 12 33 45
400 B.	5 1 32 49	2 14 47 48 0	5 26 45 0
500 B.	3 9 26 0	9 3 29 45 0	10 10 56 15
600 B.	1 17 19 12	3 22 11 42 0	2 25 7 30
1000 B.	6 18 52 0	6 6 59 30 0	8 21 52 30
2000 B.	1 7 44 0	0 13 59 0 0	5 13 45 0

Moto della ☽ per i Mesi

	Moto della ☽. S. G. M. S.	Moto d' Anom. S. G. M. S.	Moto del ☊ G M. S.
Gennajo	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0
Febbrajo	1 18 28 5,9	1 15 0 52,7	1 38 29,8
Marzo	1 27 24 26 7	1 20 50 3 6	3 7 27 7
Aprile	3 15 52 32 6	3 5 50 56 3	4 45 57 5
Maggio	4 21 10 3 4	4 7 47 55 0	6 21 16 6
Giugno	6 9 38 9 3	5 22 48 47 7	7 59 46 4
Lugiio	7 14 55 40 2	6 24 45 46 5	9 35 5 6
Agosto	9 3 22 46 0	8 9 46 39 2	11 13 35 4
Settembre	10 21 51 51 9	9 24 47 31 9	12 52 5 2
Ottobre	11 27 9 22 8	10 26 44 30 7	14 27 24 3
Novembre	1 15 37,28 7	0 11 45 23 4	16 5 54 1
Dicembre	2 20 54 59 5	1 13.42 22 2	17 41 13 3

Moto della ☽ per i Giorni e per l' Ore.

Gi or. ni	Moto della ☽ S. G. M. S.	Mot. d' Anom. S. G. M. S.	M. del ☊ G. M. S.	Ore	M. della ☽ G M. S.	M. d' An G. M. S.	M. ☊ M. S.
1	0 13 10 35,0	0 13 3 54,0	0 3 10,6	1	0 32 56,5	0 32 39,7	0 7,9
2	0 26 21 10 1	0 26 7 47 9	0 6 21 3	2	1 5 52 9	1 5 19 5	0 15 9
3	1 9 31 45 1	1 9 11 41 9	0 9 31 9	3	1 38 49 4	1 37 59 2	0 23 8
4	1 22 42 20 1	1 22 15 35 8	0 12 42 6	4	2 11 45 8	2 10 39 0	0 31 8
5	2 5 52 55 1	2 5 19 29 8	0 15 53 2	5	2 44 42 3	2 43 18 7	0 39 7
6	2 19 3 30 2	2 18 23 23 8	0 19 3 8	6	3 17 38 8	3 15 58 5	0 47 7
7	3 2 14 5 2	3 1 27 17 7	0 22 14 5	7	3 30 35 2	3 48 38 2	0 55 6
8	3 15 24 40 2	3 14 31 11 7	0 25 25 1	8	4 23 31 7	4 21 18 0	1 3 6
9	3 28 35 15 3	3 27 35 5 6	0 28 35 8	9	4 56 28 1	4 53 57 7	1 11 5
10	4 11 45 50 3	4 10 38 59 6	0 31 46 4	10	5 29 24 6	5 26 37 5	1 19 4
11	4 24 56 25 3	4 23 42 53 5	0 34 57 0	11	6 2 21 1	5 59 17 2	1 27 4
12	5 8 7 0 3	5 6 46 47 5	0 38 7 7	12	6 35 17 5	6 31 57 0	1 35 3
13	5 21 17 35 4	5 19 50 41 5	0 41 18 3	13	7 8 14 0	7 4 36 7	1 43 3
14	6 4 28 10 4	6 2 54 35 4	0 44 29 0	14	7 41 10 4	7 37 16 5	1 51 2
15	6 17 38 45 4	6 15 58 29 4	0 47 39 6	15	8 14 6 9	8 9 56 2	1 59 2
16	7 0 49 20 5	6 29 2 23 3	0 50 50 2	16	8 47 3 4	8 42 36 0	2 7 1
17	7 13 59 55 5	7 12 6 17 3	0 54 0 9	17	9 19 59 8	9 15 15 7	2 15 0
18	7 27 10 30 5	7 25 10 11 3	0 57 11 5	18	9 52 56 3	9 47 55 5	2 23 0
19	8 10 21 5 5	8 8 14 5 2	1 0 22 1	19	10 25 52 7	10 20 35 2	2 30 9
20	8 23 31 40 6	8 21 17 59 2	1 3 32 8	20	10 58 49 2	10 53 15 0	2 38 9
21	9 6 42 15 6	9 4 21 53 1	1 6 43 4	21	11 31 45 6	11 25 54 7	2 46 8
22	9 19 52 50 6	9 17 25 47 1	1 9 54 1	22	12 4 42 1	11 58 34 5	2 54 8
23	10 3 3 25 7	10 0 29 41 1	1 13 4 7	23	12 37 38 6	12 31 14 2	3 2 7
24	10 16 14 0 7	10 13 33 35 0	1 16 15 3	24	13 10 35 0	13 3 54 0	3 10 6
25	10 29 24 35 7	10 26 37 29 0	1 19 26 0				
26	11 12 35 10 7	11 9 41 22 9	1 22 36 6				
27	11 25 45 45 8	11 22 45 16 9	1 25 47 3				
28	0 8 56 20 8	0 5 49 10 8	1 28 57 9				
29	0 22 6 55 8	0 18 53 4 8	1 32 8 5				
30	1 5 17 30 9	1 1 56 58 8	1 35 19 2				
31	1 18 28 5 9	1 15 0 52 7	1 38 29 8				

Moto della ☽ per i Minuti e Secondi

M. S.	Mot. ☽ M. Sec. S. Ter.	Anom. M. Sec. S. Ter.	☊ sec ter	M. S.	Mot. ☽ M. Sec S. Ter.	Anom. M. Sec S. Ter	☊ sec ter	M. S.	Mot ☽ M Sec S. Ter	Anom. M Sec S. Ter.	☊ sec ter
1	0 32,9	0 32,7	0,1	21	11 31,8	11 25,9	2,8	41	22 30,6	22 19 2	5,4
2	1 5 9	1 5 3	0 3	22	12 4 7	11 58 6	2 9	42	23 3 5	22 51 8	5 6
3	1 38 8	1 38 0	0 4	23	12 37 6	12 31 2	3 0	43	23 36 5	23 24 5	5 7
4	2 11 8	2 10 6	0 5	24	13 10 6	13 3 9	3 2	44	24 9 4	23 57 1	5 8
5	2 44 7	2 43 3	0 7	25	13 43 5	13 36 6	3 1	45	24 42 3	24 29 8	6 0
6	3 17 6	3 16 0	0 8	26	14 16 5	14 9 2	3 4	46	25 15 3	25 2 5	6 1
7	3 50 6	3 48 6	0 9	27	14 49 4	14 41 9	3 6	47	25 48 2	25 35 1	6 2
8	4 23 5	4 21 3	1 1	28	15 22 3	15 14 5	3 7	48	26 21 2	26 7 8	6 4
9	4 56 5	4 54 0	1 2	29	15 55 3	15 47 2	3 8	49	26 54 1	26 40 5	6 5
10	5 29 4	5 26 6	1 3	30	16 28 2	16 19 9	4 0	50	27 27 0	27 13 1	6 6
11	6 2 4	5 59 3	1 5	31	17 1 2	16 52 5	4 1	51	28 0 0	27 45 8	6 8
12	6 35 3	6 31 9	1 6	32	17 34 1	17 25 2	4 2	52	28 32 9	28 18 5	6 9
13	7 8 2	7 4 6	1 7	33	18 7 1	17 57 9	4 4	53	29 5 9	28 51 1	7 0
14	7 41 2	7 37 3	1 9	34	18 40 0	18 30 5	4 5	54	29 38 8	29 23 8	7 1
15	8 14 1	8 9 9	2 0	35	19 12 9	19 3 2	4 6	55	30 11 8	29 56 4	7 3
16	8 47 1	8 42 6	2 1	36	19 45 9	19 35 8	4 8	56	30 44 7	30 29 1	7 4
17	9 20 0	9 15 3	2 3	37	20 18 8	20 8 5	4 9	57	31 17 6	31 1 8	7 5
18	9 52 9	9 47 9	2 4	38	20 51 8	20 41 2	5 0	58	31 50 6	31 34 4	7 7
19	10 25 9	10 20 6	2 5	39	21 24 7	21 13 8	5 2	59	32 23 5	32 7 1	7 8
20	10 58 8	10 53 2	2 6	40	21 57 6	21 46 5	5 3	60	32 56 5	32 39 8	7 9

Tavola degli Argomenti per l' equazioni Lunari

Significhi al solito

An. *Anomalia*; m. *media*; corr. *corretto* o *corretta*; Eq. *Equazione*
Lon. *Longitudine*; v. *vera*; Suppl. ☊ *Supplemento del nodo lunare*
D' *Distanza* media *della* ☽ *dal* ☉ = Lon. m. ☽ − Lon. v. ☉ (899).
Δ *Distanza* media *della* ☽ *dal* ☊ = Lon. m ☽ + suppl. ☊.
S *Somma delle prime* 13 *Equazioni lunari di longitudine*.

E sia parimente (899)

An. ☽ corr. = An m. ☽ + S + Eq. XIV.
Suppl ☊ corr. = Suppl ☊ + Eq. XV.
Lon. ☽ corr. = Lon m. ☽ + S + Eq. XVI + Eq. XVII.
Δ corr. = Lon. ☽ corr. + Suppl. ☊ corr.
D. v. = D + S + Eq. XVI + Eq. XVII + Eq. XVIII.
= *Distanza vera della* ☽ *dal* ☉.

Avremo per l' Equazioni di Longitudine

Arg. I = An. m. ☉
(*Arg. Eq. Annua*)
II = 2D + An. m. ☉.
III = 2D − An. m. ☉.
IV = 2D + An. m ☽.
V = 2D − An. m ☽
(*Arg. d' Evezione*)
VI = Arg V + An. m. ☉.
VII = Arg V − An. m. ☉.
VIII = An. m. ☽ − An. m. ☉.
IX = Δ − D
X = D − An. m. ☽.

Arg. XI = D + An. m. ☉.
XII = 4D − An. m ☽.
XIII = 2D − 2Δ + An. m. ☽.
XIV (ovvero Arg A) = An. m. ☉
XV (ovvero Arg N) = An. m. ☉
XVI = An. m. ☽ + S + Eq. XIV.
(*Arg. dell' Eq. dell' Orbita*)
XVII = D + S + Eq. XVI.
(*Arg. di Variazione*)
XVIII = 2Δ corr. − An ☽ corr.
XIX = Δ corr + Eq. XVIII.
Arg. di Nutaz. = Arg. VI ☊ (pag. XVII, XVIII e XIX).

Per l' Equazioni di Latitudine

Arg. I = Arg. XIX di Longit.
II = 2D. v. − Arg. I.
III = Arg I − An. m. ☽
IV = Arg III − An. m. ☽.
V = Arg. II + An. m. ☉.

Arg. VI = Arg. II − An. m. ☉.
VII = Arg. II + An. m. ☽.
VIII = Arg II − An. m. ☽.
IX = Arg. VIII. − An. m. ☽.

Il numero annesso a ciascun Argomento richiama l' Eq. corrispondente nelle due serie di Tavole che seguono.

	I						II			
Gr	0 +	1 +	2 +	3 +	4 +	5 +	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	
0	0 0,0	5 26,6	9 31 3	11 8,6	9 46,7	5 42,0	0,0	28,0	48,4	30
1	0 11 4	5 36 5	9 37 2	11 8 8	9 41 0	5 31 7	1 0	28 8	48 9	29
2	0 22 7	5 46 2	9 43 0	11 8 8	9 35 1	5 21 3	2 0	29 6	49 4	28
3	0 34 1	5 56 0	9 48 5	11 8 6	9 28 9	5 10 7	2 9	30 4	49 8	27
4	0 45 4	6 5 6	9 53 9	11 8 2	9 22 6	5 0 1	3 9	31 3	50 3	26
5	0 56 7	6 15 1	9 59 2	11 7 7	9 16 1	4 49 4	4 8	32 1	50 7	25
6	1 8 0	6 24 5	10 4 2	11 6 8	9 9 4	4 38 6	5 8	32 9	51 1	24
7	1 19 3	6 33 8	10 9 1	11 5 8	9 2 6	4 27 7	6 8	33 6	51 5	23
8	1 30 6	6 42 9	10 13 7	11 4 6	8 55 6	4 16 7	7 8	34 4	51 8	22
9	1 41 8	6 52 1	10 18 2	11 3 2	8 48 3	4 5 6	8 7	35 2	52 2	21
10	1 53 1	7 1 0	10 22 6	11 1 4	8 41 0	3 54 4	9 7	35 9	52 5	20
11	2 4 3	7 9 8	10 26 7	10 59 6	8 33 4	3 43 2	10 7	36 7	52 9	19
12	2 15 4	7 18 5	10 30 7	10 57 6	8 25 8	3 31 8	11 6	37 4	53 2	18
13	2 26 5	7 27 1	10 34 4	10 55 4	8 17 9	3 20 5	12 6	38 1	53 5	17
14	2 37 6	7 35 6	10 38 0	10 52 9	8 9 9	3 9 0	13 5	38 8	53 7	16
15	2 48 6	7 43 9	10 41 3	10 50 3	8 1 7	2 57 6	14 5	39 5	54 0	15
16	2 59 6	7 52 1	10 44 5	10 47 4	7 53 4	2 46 0	15 4	40 2	54 3	14
17	3 10 5	8 0 1	10 47 6	10 44 4	7 44 9	2 34 3	16 3	40 9	54 5	13
18	3 21 4	8 8 0	10 50 4	10 41 1	7 36 3	2 22 6	17 3	41 5	54 7	12
19	3 32 2	8 15 8	10 53 0	10 37 7	7 27 4	2 10 9	18 2	42 2	54 9	11
20	3 42 9	8 23 [illegible]	10 55 4	10 34 0	7 18 6	1 59 1	19 1	42 8	55 0	10
21	3 53 6	8 30 9	10 57 6	10 30 2	7 9 5	1 47 4	20 0	43 4	55 2	9
22	4 4 3	8 38 2	11 59 6	10 26 1	7 0 3	1 35 6	20 9	44 0	55 4	8
23	4 14 9	8 45 [illegible]	11 1 4	10 21 9	6 51 0	1 23 7	21 8	44 0	55 5	7
24	4 25 4	8 52 4	11 3 0	10 17 4	6 41 5	1 11 7	22 7	45 2	55 6	6
25	4 35 8	8 59 3	11 4 5	10 12 8	6 31 9	0 59 8	23 6	45 8	55 7	5
26	4 46 1	9 6 0	11 5 8	10 7 9	6 22 2	0 47 9	24 5	46 4	55 8	4
27	4 56 3	9 12 5	11 6 8	10 2 9	6 12 4	0 35 9	25 4	46 9	55 8	3
28	5 6 5	9 18 9	11 7 6	9 57 8	6 2 4	0 24 0	26 2	47 4	55 9	2
29	5 16 5	9 25 2	11 8 2	9 52 4	5 52 3	0 12 0	27 1	47 9	55 9	1
30	5 26 6	9 31 3	11 8 6	9 46 7	5 42 0	0 0 0	28 0	48 4	55 9	0
	11 −	10 −	9 −	8 −	7 −	6 −	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	Gr

	III					IV			
Gr	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +			0 + 6 −	1 + 7 −	2 + 8 −	
0	0,0	0 37,8	1 5,2	30	0	0,0	28,9	50,1	30
1	1 3	38 8	1 5 9	29	1	1 0	29 8	50 6	29
2	2 6	39 9	1 6 5	28	2	2 0	30 6	51 0	28
3	3 9	41 0	1 7 1	27	3	3 0	31 5	51 5	27
4	5 3	42 1	1 7 7	26	4	4 0	32 3	52 0	26
5	6 6	43 2	1 8 3	25	5	5 0	33 2	52 4	25
6	7 9	44 3	1 8 8	24	6	6 0	34 0	52 8	24
7	9 2	45 3	1 9 3	23	7	7 0	34 8	53 2	23
8	10 5	46 4	1 9 8	22	8	8 0	35 6	53 6	22
9	11 8	47 4	1 10 3	21	9	9 0	36 4	54 0	21
10	13 1	48 4	1 10 8	20	10	10 0	37 2	54 3	20
11	14 4	49 4	1 11 2	19	11	11 0	37 9	54 7	19
12	15 7	50 4	1 11 6	18	12	12 0	38 7	55 0	18
13	16 9	51 4	1 12 0	17	13	13 0	39 4	55 3	17
14	18 2	52 3	1 12 4	16	14	14 0	40 2	55 6	16
15	19 5	53 3	1 12 7	15	15	15 0	40 9	55 8	15
16	20 8	54 2	1 13 1	14	16	15 9	41 6	56 1	14
17	22 0	55 1	1 13 4	13	17	16 9	42 3	56 3	13
18	23 3	56 0	1 13 7	12	18	17 9	43 0	56 5	12
19	24 5	56 8	1 13 9	11	19	18 8	43 6	56 7	11
20	25 8	57 7	1 14 2	10	20	19 8	44 3	56 9	10
21	27 0	58 5	1 14 4	9	21	20 7	44 9	57 1	9
22	28 2	59 3	1 14 6	8	22	21 6	45 5	57 2	8
23	29 4	1 0 1	1 14 7	7	23	22 6	46 2	57 4	7
24	30 6	1 0 9	1 14 9	6	24	23 5	46 8	57 5	6
25	31 8	1 1 7	1 15 0	5	25	24 4	47 4	57 6	5
26	33 0	1 2 4	1 15 1	4	26	25 3	47 9	57 7	4
27	34 2	1 3 2	1 15 2	3	27	26 2	48 5	57 7	3
28	35 4	1 3 9	1 15 3	2	28	27 1	49 0	57 8	2
29	36 5	1 4 6	1 15 3	1	29	28 0	49 6	57 8	1
30	37 7	1 5 2	1 15 3	0	30	28 9	50 1	57 8	0
	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −			11 − 5 +	10 − 4 +	9 − 3 +	Gr

V

Gr	0 — ° ′ ″	diff. ′ ″	1 — ° ′ ″	diff. ′ ″	2 — ° ′ ″	diff. ′ ″	—
0	0 0 0,0	1 23,0	0 39 43,8	1 12 0	1 9 11 1	0 42,1	30
1	0 1 23 0	1 23 1	0 40 55 8	1 11 3	1 9 53 2	0 40 9	29
2	0 2 46 1	1 22 9	0 42 7 1	1 10 5	1 10 34 1	0 39 6	28
3	0 4 9 0	1 22 9	0 43 17 6	1 9 8	1 11 13 7	0 38 3	27
4	0 5 31 9	1 22 8	0 44 27 4	1 9 1	1 11 52 0	0 37 1	26
5	0 6 54 7	1 22 7	0 45 36 5	1 8 2	1 12 29 1	0 35 8	25
6	0 8 17 4	1 22 5	0 46 44 7	1 7 4	1 13 4 9	0 34 4	24
7	0 9 39 9	1 22 4	0 47 52 1	1 6 5	1 13 39 3	0 33 1	23
8	0 11 2 3	1 22 2	0 48 58 6	1 5 7	1 14 12 4	0 31 8	22
9	0 12 24 5	1 22 0	0 50 4 3	1 4 7	1 14 44 2	0 30 4	21
10	0 13 46 5	1 21 7	0 51 9 0	1 3 9	1 15 14 6	0 29 1	20
11	0 15 8 2	1 21 4	0 52 12 9	1 3 0	1 15 43 7	0 27 8	19
12	0 16 29 6	1 21 2	0 53 15 9	1 2 1	1 16 11 5	0 26 3	18
13	0 17 50 8	1 20 8	0 54 18 0	1 1 0	1 16 37 8	0 25 0	17
14	0 19 11 6	1 20 6	0 55 19 0	1 0 1	1 17 2 8	0 23 6	16
15	0 20 32 2	1 20 1	0 56 19 1	0 59 1	1 17 26 4	0 22 1	15
16	0 21 52 3	1 19 8	0 57 18 2	0 58 1	1 17 48 5	0 20 7	14
17	0 23 12 1	1 19 4	0 58 16 3	0 57 0	1 18 9 2	0 19 4	13
18	0 24 31 5	1 18 9	0 59 13 3	0 55 9	1 18 28 6	0 18 0	12
19	0 25 50 4	1 18 4	1 0 9 2	0 55 0	1 18 46 6	0 16 4	11
20	0 27 8 8	1 18 0	1 1 4 3	0 53 9	1 19 3 0	0 15 1	10
21	0 28 26 8	1 17 5	1 1 58 1	0 52 6	1 19 18 1	0 13 6	9
22	0 29 44 3	1 17 0	1 2 50 7	0 51 7	1 19 31 7	0 12 2	8
23	0 31 1 3	1 16 5	1 3 42 4	0 50 5	1 19 43 9	0 10 7	7
24	0 32 17 8	1 15 9	1 4 32 9	0 49 3	1 19 54 6	0 9 3	6
25	0 33 33 7	1 15 2	1 5 22 2	0 48 1	1 20 3 9	0 7 8	5
26	0 34 48 9	1 14 7	1 6 10 3	0 47 0	1 20 11 7	0 6 4	4
27	0 36 3 6	1 14 1	1 6 57 3	0 45 8	1 20 18 1	0 4 9	3
28	0 37 17 7	1 13 3	1 7 43 1	0 44 6	1 20 23 0	0 3 5	2
29	0 38 31 0	1 12 8	1 8 27 7	0 43 4	1 20 26 5	0 1 9	1
30	0 39 43 8		1 9 11 1		1 20 28 4		0
	11 +		10 +		9 +		Gr

Gr	3 — ° ′ ″	diff. ′ ″	4 — ° ′ ″	diff. ′ ″	5 — ° ′ ″	diff. ′ ″	—
0	1 20 28,4	0 0 5	1 10 11 9	0 42 2	0 40 44 6	1 14,0	30
1	1 20 28 9	0 0 9	1 9 29 7	0 43 4	0 39 30 6	1 14 7	29
2	1 20 28 0	0 2 5	1 8 46 3	0 44 8	0 38 15 9	1 15 5	28
3	1 20 25 5	0 4 0	1 8 1 5	0 46 0	0 37 0 4	1 16 1	27
4	1 20 21 5	0 5 4	1 7 15 5	0 47 3	0 35 44 3	1 16 8	26
5	1 20 16 1	0 6 9	1 6 28 2	0 48 5	0 34 27 5	1 17 5	25
6	1 20 9 2	0 8 3	1 5 39 7	0 49 8	0 33 10 0	1 18 1	24
7	1 20 0 9	0 9 8	1 4 49 9	0 51 0	0 31 51 9	1 18 8	23
8	1 19 51 1	0 11 3	1 3 58 9	0 52 2	0 30 33 1	1 19 3	22
9	1 19 39 8	0 12 8	1 3 6 7	0 53 3	0 29 13 8	1 19 8	21
10	1 19 27 0	0 14 2	1 2 13 4	0 54 6	0 27 54 0	1 20 4	20
11	1 19 12 8	0 15 6	1 1 18 8	0 55 7	0 26 33 6	1 20 9	19
12	1 18 57 2	0 17 2	1 0 23 1	0 56 8	0 25 12 7	1 21 4	18
13	1 18 40 6	0 18 5	0 59 26 3	0 57 9	0 23 51 3	1 21 8	17
14	1 18 21 5	0 20 1	0 58 28 4	0 59 1	0 22 29 5	1 22 3	16
15	1 18 1 4	0 21 4	0 57 29 3	1 0 1	0 2[illegible] 7 2	1 22 6	15
16	1 17 40 0	0 23 0	0 56 29 2	1 1 [illegible]	0 19 [illegible] 6	1 23 0	14
17	1 17 17 0	0 24 3	0 55 28 0	1 2 3	0 18 [illegible]1 6	1 23 4	13
18	1 16 52 7	0 25 8	0 54 25 7	1 3 2	0 16 58 2	1 23 8	12
19	1 16 26 9	0 27 1	0 53 22 5	1 4 3	0 15 34 4	1 24 0	11
20	1 15 59 8	0 28 6	0 52 18 2	1 5 3	0 14 10 4	1 24 3	10
21	1 15 31 2	0 30 0	0 51 12 9	1 6 1	0 12 46 1	1 24 5	9
22	1 15 1 2	0 31 3	0 50 6 8	1 7 2	0 11 21 6	1 24 7	8
23	1 14 29 9	0 32 8	0 48 59 6	1 8 1	0 9 56 9	1 24 9	7
24	1 13 57 1	0 34 2	0 47 51 5	1 9 0	0 8 32 0	1 25 1	6
25	1 13 22 9	0 35 5	0 46 42 5	1 9 9	0 7 6 9	1 25 2	5
26	1 12 47 4	0 36 9	0 45 32 6	1 10 8	0 5 41 7	1 25 3	4
27	1 12 10 5	0 38 2	0 44 21 8	1 11 5	0 4 16 4	1 25 4	3
28	1 11 32 3	0 39 5	0 43 10 3	1 12 5	0 2 51 0	1 25 5	2
29	1 10 52 8	0 40 9	0 41 57 8	1 13 2	0 1 25 5	1 25 5	1
30	1 10 11 9		0 40 44 6		0 0 0		0
	8 +		7 +		6 +		Gr

VI

Gr	0 + 6 — ′ ″	1 + 7 — ′ ″	2 + 8 — ′ ″	—
0	0	1 1,8	1 47,0	30
1	0 2,2	1 3 6	1 48 0	29
2	0 4 3	1 5 4	1 49 0	28
3	0 6 5	1 7 3	1 50 0	27
4	0 8 6	1 9 1	1 51 0	26
5	0 10 8	1 10 8	1 51 9	25
6	0 12 9	1 12 6	1 52 8	24
7	0 15 1	1 14 3	1 53 7	23
8	0 17 2	1 16 0	1 54 5	22
9	0 19 3	1 17 7	1 55 3	21
10	0 21 5	1 19 4	1 56 1	20
11	0 23 6	1 21 0	1 56 8	19
12	0 25 7	1 22 6	1 57 5	18
13	0 27 8	1 24 2	1 58 1	17
14	0 29 9	1 25 8	1 58 7	16
15	0 32 0	1 27 3	1 59 3	15
16	0 34 1	1 28 8	1 59 8	14
17	0 36 1	1 30 3	2 0 3	13
18	0 38 2	1 31 8	2 0 8	12
19	0 40 2	1 33 2	2 1 2	11
20	0 42 2	1 34 6	2 1 6	10
21	0 44 3	1 36 0	2 2 0	9
22	0 46 3	1 37 3	2 2 3	8
23	0 48 3	1 38 6	2 2 6	7
24	0 50 2	1 39 9	2 2 8	6
25	0 52 2	1 41 2	2 3 0	5
26	0 54 1	1 42 4	2 3 2	4
27	0 56 1	1 43 6	2 3 3	3
28	0 58 0	1 44 7	2 3 4	2
29	0 59 9	1 45 9	2 3 5	1
30	1 1 8	1 47 0	2 3 5	0
	11 — 5 +	10 — 4 +	9 — 3 +	

VII

—	0 + 6 — ″	1 + 7 — ″	2 + 8 — ″	—
0	0,0	23,3	40,3	30
1	0 8	24 0	40 7	29
2	1 6	24 7	41 1	28
3	2 4	25 3	41 4	27
4	3 3	26 0	41 8	26
5	4 1	26 7	42 2	25
6	4 9	27 3	42 5	24
7	5 7	28 0	42 8	23
8	6 5	28 6	43 1	22
9	7 3	29 3	43 4	21
10	8 1	29 9	43 7	20
11	8 9	30 5	44 0	19
12	9 7	31 1	44 2	18
13	10 5	31 7	44 5	17
14	11 3	32 3	44 7	16
15	12 0	32 9	44 9	15
16	12 8	33 5	45 1	14
17	13 6	34 0	45 3	13
18	14 4	34 6	45 5	12
19	15 1	35 1	45 7	11
20	15 9	35 6	45 8	10
21	16 7	36 2	45 9	9
22	17 4	36 7	46 1	8
23	18 2	37 1	46 2	7
24	18 9	37 6	46 3	6
25	19 7	38 1	46 3	5
26	20 4	38 6	46 4	4
27	21 1	39 0	46 4	3
28	21 8	39 4	46 5	2
29	22 6	39 9	46 5	1
30	23 3	40 3	46 5	0
	11 — 5 +	10 — 4 +	9 — 3 +	Gr

VIII

Gr	0 + 6 — ″	1 + 7 — ′ ″	2 + 8 — ″	—
0	0,0	21,0	36,4	30
1	0 7	21 6	36 7	29
2	1 5	22 3	37 1	28
3	2 2	22 9	37 4	27
4	2 9	23 5	37 8	26
5	3 7	24 1	38 1	25
6	4 4	24 7	38 4	24
7	5 1	25 3	38 7	23
8	5 9	25 9	38 9	22
9	6 6	26 4	39 2	21
10	7 3	27 0	39 5	20
11	8 0	27 6	39 7	19
12	8 7	28 1	39 9	18
13	9 5	28 7	40 2	17
14	[illegible]	29 2	40 4	16
15	10 9	29 7	40 6	15
16	11 6	30 2	40 8	14
17	12 3	30 7	40 9	13
18	13 0	31 2	41 1	12
19	13 7	31 7	41 2	11
20	14 4	32 2	41 4	10
21	15 1	32 6	41 5	9
22	15 7	33 1	41 6	8
23	16 4	33 5	41 7	7
24	17 1	34 0	41 8	6
25	17 8	34 4	41 8	5
26	18 4	34 8	41 9	4
27	19 1	35 2	41 9	3
28	19 7	35 6	42 0	2
29	20 4	36 0	42 0	1
30	21 0	36 4	42 0	0
	11 — 5 +	10 — 4 +	9 — 3 +	

IX

—	0 — 6 — ″	1 — 7 — ′ ″	2 — 8 — ″	—
0	0	0 52,3	52,3	30
1	2,1	53 3	51 2	29
2	4 2	54 3	50 1	28
3	6 3	55 2	48 9	27
4	8 4	56 0	47 6	26
5	10 5	56 8	46 3	25
6	12 6	57 4	44 9	24
7	14 6	58 0	43 5	23
8	16 7	58 6	42 0	22
9	18 7	59 1	40 4	21
10	20 7	59 5	38 8	20
11	22 6	59 8	37 2	19
12	24 6	1 0 1	35 5	18
13	26 5	1 0 3	33 8	17
14	28 4	1 0 4	32 0	16
15	30 2	1 0 4	30 2	15
16	32 0	1 0 4	28 4	14
17	33 8	1 0 3	26 5	13
18	35 5	1 0 1	24 6	12
19	37 2	0 59 8	22 6	11
20	38 8	59 5	20 7	10
21	40 4	59 1	18 7	9
22	42 0	58 6	16 7	8
23	43 5	58 0	14 6	7
24	44 9	57 4	12 6	6
25	46 3	56 8	10 5	5
26	47 6	56 0	8 4	4
27	48 9	55 2	6 3	3
28	50 1	54 3	4 2	2
29	51 2	53 3	2 1	1
30	52 3	52 3	0 0	0
	11 + 5 +	10 + 4 +	9 + 3 +	Gr

Gr	0 − ′ ″	1 − ′ ″	2 + ′ ″	3 − ′ ″	4 + ′ ″	5 + ′ ″	−
0	0 0	0 38,3	0 30,0	0 22,7	1 9,4	1 1,1	30
1	0 1,6	0 39 0	0 28 8	0 2[illegible] 7	1 10 2	0 59 7	29
2	0 3 2	0 39 6	0 27 6	0 26 7	1 10 9	0 58 3	28
3	0 4 8	0 40 0	0 26 3	0 28 7	1 11 4	0 56 8	27
4	0 6 4	0 40 5	0 24 8	0 30 6	1 12 0	0 55 2	26
5	0 8 0	0 40 9	0 23 4	0 32 6	1 12 5	0 53 6	25
6	0 9 5	0 41 3	0 22 0	0 34 4	1 13 0	0 51 9	24
7	0 11 1	0 41 5	0 20 4	0 36 4	1 13 3	0 50 2	23
8	0 12 6	0 41 7	0 18 8	0 38 3	1 13 6	0 48 4	22
9	0 14 1	0 41 9	0 17 2	0 40 1	1 13 8	0 46 5	21
10	0 15 7	0 41 9	0 15 6	0 42 0	1 13 9	0 44 7	20
11	0 17 2	0 41 9	0 13 8	0 43 8	1 13 9	0 42 7	19
12	0 18 7	0 41 9	0 12 1	0 45 6	1 14 0	0 40 7	18
13	0 20 1	0 41 8	0 10 4	0 47 3	1 13 9	0 38 7	17
14	0 21 5	0 41 6	0 8 6	0 49 0	1 13 7	0 36 7	16
15	0 22 8	0 41 3	0 6 8	0 50 6	1 13 5	0 34 6	15
16	0 24 1	0 41 1	0 5 0	0 52 2	1 13 2	0 32 5	14
17	0 25 5	0 40 7	0 3 1	0 53 8	1 12 8	0 30 3	13
18	0 26 7	0 40 2	0 1 2	0 55 3	1 12 3	0 28 1	12
19	0 27 9	0 39 7	+ 0 8	0 56 8	1 11 7	0 25 8	11
20	0 29 1	0 39 1	0 2 8	0 58 2	1 11 1	0 23 5	10
21	0 30 3	0 38 5	0 4 7	0 59 6	1 10 5	0 21 3	9
22	0 31 4	0 37 8	0 6 7	1 1 0	1 9 7	0 19 0	8
23	0 32 4	0 37 1	0 8 6	1 2 2	1 8 9	0 16 7	7
24	0 33 5	0 36 2	0 10 7	1 3 4	1 7 9	0 14 3	6
25	0 34 4	0 35 3	0 12 6	1 4 6	1 6 9	0 12 0	5
26	0 35 2	0 34 4	0 14 6	1 5 6	1 5 9	0 9 6	4
27	0 36 1	0 33 4	0 16 7	1 6 6	1 4 8	0 7 2	3
28	0 36 9	0 32 3	0 18 7	1 7 6	1 3 6	0 4 8	2
29	0 37 7	0 31 2	0 20 7	1 8 6	1 2 4	0 2 4	1
30	0 38 3	0 30 3	0 22 7	1 9 4	1 1 1	0 0 0	0
	11 +	10 +	9 ±	8 −	7 −	6 −	Gr

Gr	XI 0 − 6 + ″	XI 1 − 7 + ″	XI 2 − 8 + ″	XII 0 + 6 ″	XII 1 + 7 ″	XII 2 + 8 ″	XIII 0 + 6 ″	XIII 1 + 7 ″	XIII 2 + 8 ″	
0	0,0	8,5	14,7	0,0	6,2	10,7	0,0	4,2	7,2	30
1	0 3	8 8	14 9	0 2	6 4	10 8	0 2	4 3	7 3	29
2	0 6	9 0	15 0	0 4	6 6	11 0	0 3	4 4	7 3	28
3	0 9	9 3	15 2	0 6	6 8	11 1	0 4	4 5	7 4	27
4	1 2	9 5	15 3	0 9	6 9	11 2	0 6	4 7	7 5	26
5	1 5	9 8	15 4	1 1	7 1	11 2	0 7	4 8	7 5	25
6	1 8	10 0	15 5	1 3	7 3	11 3	0 9	4 9	7 6	24
7	2 1	10 2	15 6	1 5	7 5	11 4	1 0	5 0	7 7	23
8	2 4	10 5	15 8	1 7	7 6	11 5	1 2	5 1	7 7	22
9	2 7	10 7	15 9	1 9	7 8	11 6	1 3	5 2	7 8	21
10	3 0	10 9	16 0	2 2	8 0	11 7	1 4	5 3	7 8	20
11	3 3	11 2	16 1	2 4	8 1	11 7	1 6	5 5	7 9	19
12	3 5	11 4	16 2	2 6	8 3	11 8	1 7	5 6	7 9	18
13	3 8	11 6	16 3	2 8	8 5	11 9	1 9	5 7	8 0	17
14	4 1	11 8	16 3	3 0	8 6	11 9	2 0	5 8	8 0	16
15	4 4	12 0	16 4	3 2	8 8	12 0	2 2	5 9	8 0	15
16	4 7	12 2	16 5	3 4	8 9	12 0	2 3	6 0	8 1	14
17	5 0	12 4	16 6	3 6	9 1	12 1	2 4	6 1	8 1	13
18	5 3	12 6	16 6	3 8	9 2	12 1	2 6	6 2	8 1	12
19	5 5	12 8	16 7	4 0	9 4	12 2	2 7	6 3	8 2	11
20	5 8	13 0	16 7	4 2	9 5	12 2	2 8	6 4	8 2	10
21	6 1	13 2	16 8	4 5	9 6	12 2	3 0	6 5	8 2	9
22	6 4	13 4	16 8	4 7	9 8	12 3	3 1	6 6	8 2	8
23	6 6	13 6	16 9	4 9	9 9	12 3	3 3	6 6	8 2	7
24	6 9	13 8	16 9	5 0	10 0	12 3	3 4	6 7	8 3	6
25	7 2	13 9	16 9	5 2	10 2	12 3	3 5	6 8	8 3	5
26	7 5	14 1	17 0	5 4	10 3	12 4	3 6	6 9	8 3	4
27	7 7	14 3	17 0	5 6	10 4	12 4	3 8	7 0	8 3	3
28	8 0	14 4	17 0	5 8	10 5	12 4	3 9	7 0	8 3	2
29	8 2	14 6	17 0	6 0	10 6	12 4	4 0	7 1	8 3	1
30	8 5	14 7	17 0	6 2	10 7	12 4	4 2	7 2	8 3	0
	11 + 5 +	10 + 4 +	9 + 3 +	11 5 +	10 4 +	9 3 +	11 +	10 4 +	9 3 +	Gr

XIV. (A)

Gr	0 + ′ ″	1 + ′ ″	2 + ′ ″	3 + ′ ″	4 + ′ ″	5 + ′ ″	−
0	0 0	10 37	18 33	21 42	19 1	11 05	30
1	0 22	10 56	18 45	21 42	18 50	10 45	29
2	0 44	11 15	18 56	21 42	18 38	10 25	28
3	1 6	11 34	19 6	21 41	18 26	10 4	27
4	1 29	11 53	19 17	21 41	18 14	9 43	26
5	1 51	12 11	19 27	21 39	18 1	9 23	25
6	2 13	12 30	19 37	21 38	17 48	9 2	24
7	2 35	12 48	19 46	21 36	17 35	8 40	23
8	2 57	13 6	19 55	21 33	17 21	8 19	22
9	3 19	13 23	20 4	21 31	17 7	7 57	21
10	3 40	13 41	20 13	21 27	16 53	7 36	20
11	4 2	13 58	20 21	21 24	16 38	7 14	19
12	4 24	14 15	20 28	21 20	16 23	6 52	18
13	4 46	14 31	20 36	21 15	16 8	6 30	17
14	5 7	14 48	20 43	21 10	15 53	6 7	16
15	5 29	15 4	20 49	21 5	15 37	5 45	15
16	5 50	15 20	20 55	21 0	15 20	5 23	14
17	6 11	15 36	21 1	20 54	15 4	5 0	13
18	6 33	15 51	21 6	20 47	14 47	4 37	12
19	6 54	16 6	21 11	20 41	14 30	4 14	11
20	7 15	16 21	21 16	20 34	14 13	3 52	10
21	7 36	16 36	21 21	20 26	13 55	3 29	9
22	7 56	16 50	21 25	20 18	13 37	3 6	8
23	8 17	17 4	21 28	20 10	13 19	2 43	7
24	8 37	17 17	21 31	20 1	13 1	2 19	6
25	8 58	17 31	21 34	19 52	12 42	1 56	5
26	9 18	17 44	21 36	19 43	12 23	1 33	4
27	9 38	17 57	21 38	19 33	12 4	1 10	3
28	9 58	18 9	21 40	19 23	11 44	0 47	2
29	10 17	18 21	21 41	19 12	11 25	0 23	1
30	10 37	18 33	21 42	19 1	11 5	0 0	0
	11 −	10 −	9 −	8 −	7 −	6 −	Gr

XV. (N)

Gr	0 − ′ ″	1 − ′ ″	2 − ′ ″	3 − ′ ″	4 − ′ ″	5 − ′ ″	−
0	0 0	4 30	7 52	9 12	8 4	4 42	30
1	0 9	4 38	7 57	9 12	7 59	4 33	29
2	0 19	4 46	8 1	9 12	7 54	4 25	28
3	0 28	4 54	8 6	9 12	7 49	4 16	27
4	0 38	5 2	8 11	9 11	7 44	4 7	26
5	0 47	5 10	8 15	9 11	7 38	3 58	25
6	0 56	5 18	8 19	9 10	7 33	3 49	24
7	1 6	5 26	8 23	9 9	7 27	3 40	23
8	1 15	5 33	8 27	9 8	7 21	3 31	22
9	1 24	5 41	8 31	9 7	7 15	3 22	21
10	1 34	5 48	8 34	9 6	7 9	3 13	20
11	1 43	5 55	8 37	9 4	7 3	3 4	19
12	1 52	6 2	8 41	9 2	6 57	2 54	18
13	2 1	6 10	8 44	9 0	6 50	2 45	17
14	2 10	6 17	8 47	8 58	6 44	2 36	16
15	2 19	6 23	8 49	8 56	6 37	2 26	15
16	2 28	6 30	8 52	8 54	6 30	2 17	14
17	2 38	6 37	8 55	8 51	6 23	2 7	13
18	2 47	6 43	8 57	8 49	6 16	1 57	12
19	2 56	6 50	8 59	8 46	6 9	1 48	11
20	3 4	6 56	9 1	8 43	6 1	1 38	10
21	3 13	7 2	9 3	8 40	5 54	1 28	9
22	3 22	7 8	9 4	8 36	5 46	1 19	8
23	3 31	7 14	9 6	8 33	5 39	1 9	7
24	3 39	7 20	9 7	8 29	5 31	0 59	6
25	3 48	7 26	9 8	8 25	5 23	0 49	5
26	3 57	7 31	9 9	8 21	5 15	0 39	4
27	4 5	7 37	9 10	8 17	5 7	0 30	3
28	4 13	7 42	9 11	8 13	4 58	0 20	2
29	4 22	7 47	9 11	8 8	4 50	0 10	1
30	4 30	7 52	9 12	8 4	4 42	0 0	0
	11 +	10 +	9 +	8 +	7 +	6 +	Gr

XVI

Gr	— 0 — ° ′ ″	diff. ′ ″	— 1 — ° ′ ″	diff. ′ ″	— 2 — ° ′ ″	dif. ′ ″	
0	0 0 0 0		2 58 30 5		5 16 20 9		30
1	0 6 10,9	6 10,9	3 3 58 6	5 28 1	5 19 48 0	3 27 1	29
2	0 12 21 6	6 10 7	3 9 23 8	5 25 2	5 23 9 9	3 21 9	28
3	0 18 32 2	6 10 6	3 14 46 2	5 22 4	5 26 26 5	3 16 6	27
4	0 24 42 5	6 10 3	3 20 5 4	5 19 2	5 29 37 7	3 11 2	26
5	0 30 52 4	6 9 9	3 25 21 7	5 16 3	5 32 43 3	3 5 6	25
6	0 37 1 8	6 9 4	3 30 34 8	5 13 1	5 35 43 5	3 0 2	24
7	0 43 10 7	6 8 9	3 35 44 7	5 9 9	5 38 38 2	2 54 7	23
8	0 49 19 0	6 8 3	3 40 51 2	5 6 5	5 41 27 3	2 49 1	22
9	0 55 26 5	6 7 5	3 45 54 3	5 3 1	5 44 10 6	2 43 3	21
10	1 1 33 2	6 6 7	3 50 53 8	4 59 5	5 46 48 1	2 37 5	20
11	1 7 39 0	6 5 8	3 55 49 7	4 55 9	5 49 19 8	2 31 7	19
12	1 13 43 8	6 4 8	4 0 42 0	4 52 3	5 51 45 5	2 25 7	18
13	1 19 47 3	6 3 5	4 5 30 5	4 48 5	5 54 5 3	2 19 8	17
14	1 25 49 7	6 2 4	4 10 15 2	4 44 7	5 56 19 2	2 13 9	16
15	1 31 50 9	6 1 2	4 14 55 9	4 40 7	5 58 26 9	2 7 7	15
16	1 37 50 6	5 59 7	4 19 32 6	4 36 7	6 0 28 5	2 1 6	14
17	1 43 48 7	5 58 1	4 24 5 3	4 32 7	6 2 23 9	1 55 4	13
18	1 49 45 5	5 56 8	4 28 33 7	4 28 4	6 4 13 0	1 49 1	12
19	1 55 40 6	5 55 1	4 32 57 8	4 24 1	6 5 55 8	1 42 8	11
20	2 1 33 8	5 53 2	4 37 17 7	4 19 9	6 7 32 3	1 36 5	10
21	2 7 25 2	5 51 4	4 41 33 2	4 15 5	6 9 2 4	1 30 1	9
22	2 13 14 8	5 49 6	4 45 44 2	4 11 0	6 10 26 1	1 23 7	8
23	2 19 2 3	5 47 5	4 49 50 6	4 6 4	6 11 43 3	1 17 2	7
24	2 24 47 6	5 45 3	4 53 52 3	4 1 7	6 12 54 0	1 10 7	6
25	2 30 30 8	5 43 2	4 57 49 3	3 57 0	6 13 58 0	1 4 0	5
26	2 36 11 7	5 40 9	5 1 41 5	3 52 2	6 14 55 4	0 57 4	4
27	2 41 50 2	5 38 5	5 5 28 9	3 47 4	6 15 46 1	0 50 7	3
28	2 47 26 2	5 36 0	5 9 11 3	3 42 4	6 16 30 1	0 44 0	2
29	2 52 59 6	5 33 4	5 12 48 6	3 37 3	6 17 7 4	0 37 3	1
30	2 58 30 5	5 30 9	5 16 20 9	3 32 3	6 17 38 0	0 30 6	0
	+ 11		+ 10		+ 9		Gr

Gr	— 3 — ° ′ ″	diff. ′ ″	— 4 — ° ′ ″	diff. ′ ″	— 5 — ° ′ ″	diff. ′ ″	
0	6 17 38,0		5 38 46,5		3 20 56 1		30
1	6 18 1 6	0 23,6	5 35 40 6	3 5,9	3 14 57 4	5 58 7	29
2	6 18 18 5	0 16 9	5 32 27 9	3 12 7	3 8 54 4	6 3 0	28
3	6 18 28 5	0 10 0	5 29 8 5	3 19 4	3 2 47 2	6 7 2	27
4	6 18 31 6	0 3 1	5 25 42 3	3 26 2	2 56 36 1	6 11 1	26
5	6 18 27 8	0 3 8	5 22 9 6	3 32 7	2 50 21 2	6 14 9	25
6	6 18 17 0	0 10 8	5 18 30 1	3 39 5	2 44 2 4	6 18 8	24
7	6 17 59 3	0 17 7	5 14 44 2	3 45 9	2 37 40 1	6 22 3	23
8	6 17 34 5	0 24 8	5 10 51 8	3 52 4	2 31 14 2	6 25 9	22
9	6 17 2 6	0 31 9	5 6 53 0	3 58 8	2 24 45 0	6 29 2	21
10	6 16 23 7	0 38 9	5 2 47 9	4 5 1	2 18 12 6	6 32 4	20
11	6 15 37 8	0 45 9	4 58 36 6	4 11 3	2 11 37 2	6 35 4	19
12	6 14 45 0	0 52 8	4 54 19 1	4 17 5	2 4 58 9	6 38 3	18
13	6 13 45 1	0 59 9	4 49 55 3	4 23 8	1 58 17 7	6 41 2	17
14	6 12 37 9	1 7 2	4 45 25 4	4 29 9	1 51 34 0	6 43 7	16
15	6 11 23 9	1 14 0	4 40 49 7	4 35 7	1 44 47 7	6 46 3	15
16	6 10 2 6	1 21 3	4 36 8 0	4 41 7	1 37 59 1	6 48 6	14
17	6 8 34 3	1 28 3	4 31 20 5	4 47 5	1 31 8 5	6 50 6	13
18	6 6 58 9	1 35 4	4 26 27 4	4 53 1	1 24 15 8	6 52 7	12
19	6 5 16 4	1 42 5	4 21 28 6	4 58 8	1 17 21 0	6 54 8	11
20	6 3 26 9	1 49 5	4 16 24 0	5 4 6	1 10 24 6	6 56 4	10
21	6 1 30 4	1 56 5	4 11 14 1	5 9 9	1 3 26 7	6 57 9	9
22	5 59 26 7	2 3 7	4 5 58 8	5 15 3	0 56 27 3	6 59 4	8
23	5 57 16 0	2 10 7	4 0 38 3	5 20 5	0 49 26 7	7 0 6	7
24	5 54 58 3	2 17 7	3 55 12 6	5 25 7	0 42 24 9	7 1 8	6
25	5 52 33 7	2 24 6	3 49 42 0	5 30 6	0 35 22 2	7 2 7	5
26	5 50 2 1	2 31 6	3 44 6 2	5 35 8	0 28 18 7	7 3 5	4
27	5 47 22 5	2 38 6	3 38 25 8	5 40 4	0 21 14 6	7 4 1	3
28	5 44 38 1	2 45 4	3 32 40 4	5 45 4	0 14 10 0	7 4 6	2
29	5 41 45 8	2 52 3	3 26 50 6	5 49 8	0 7 5 1	7 4 9	1
30	5 38 46 5	2 59 3	3 20 56 1	5 54 5	0 0 0 0	7 5 1	0
	+ 8		+ 7		+ 6		Gr

XVII

Gr	0 + ′ ″	dif. ′ ″	1 + ′ ″	dif. ′ ″	2 + ′ ″	dif. ′ ″	
0	0 0,0		30 8,7		29 6,1		30
1	1 13 6	1 13,6	30 43 0	0 34,3	28 26 1	0 40,0	29
2	2 27 0	1 13 4	31 14 8	0 31 8	27 43 9	0 42 2	28
3	3 40 3	1 13 3	31 44 2	0 29 4	26 59 6	0 44 3	27
4	4 53 3	1 13 0	32 11 3	0 27 1	26 13 2	0 46 4	26
5	6 6 0	1 12 7	32 35 8	0 24 5	25 24 9	0 48 3	25
6	7 18 1	1 12 1	32 58 1	0 22 3	24 34 7	0 50 2	24
7	8 29 7	1 11 6	33 17 7	0 19 6	23 42 7	0 52 0	23
8	9 40 7	1 11 0	33 34 7	0 17 0	22 48 8	0 53 9	22
9	10 50 9	1 10 2	33 49 3	0 14 6	21 53 1	0 55 7	21
10	12 0 2	1 9 3	34 1 3	0 12 0	20 55 9	0 57 2	20
11	13 8 7	1 8 5	34 10 8	0 9 5	19 57 0	0 58 9	19
12	14 16 2	1 7 5	34 17 6	0 6 8	18 56 6	1 0 4	18
13	15 22 6	1 6 4	34 21 8	0 4 2	17 54 8	1 1 8	17
14	16 27 7	1 5 1	34 23 5	0 1 7	16 51 6	1 3 2	16
15	17 31 5	1 3 8	34 22 6	0 0 9	15 47 1	1 4 5	15
16	18 34 2	1 2 7	34 19 1	0 3 5	14 41 4	1 5 7	14
17	19 35 4	1 1 2	34 13 0	0 6 1	13 34 5	1 6 9	13
18	20 35 0	0 59 6	34 4 3	0 8 7	12 26 4	1 8 1	12
19	21 33 2	0 58 2	33 52 9	0 11 4	11 17 4	1 9 0	11
20	22 29 6	0 56 4	33 39 2	0 13 7	10 7 8	1 9 6	10
21	23 24 3	0 54 7	33 22 8	0 16 4	8 57 0	1 10 8	9
22	24 17 2	0 52 9	33 4 0	0 18 8	7 45 5	1 11 5	8
23	25 8 4	0 51 2	32 42 6	0 21 4	6 33 6	1 11 9	7
24	25 57 4	0 49 0	32 18 7	0 23 9	5 20 9	1 12 7	6
25	26 44 6	0 47 2	31 52 6	0 26 1	4 7 9	1 13 0	5
26	27 29 8	0 45 2	31 23 9	0 28 7	2 54 4	1 13 5	4
27	28 12 7	0 42 9	30 52 9	0 31 0	1 40 7	1 13 7	3
28	28 53 8	0 41 1	30 19 5	0 33 4	0 26 7	1 14 0	2
29	29 32 4	0 38 6	29 44 0	0 35 5	0 47 5	1 14 2	1
30	30 8 7	0 36 3	29 6 1	0 37 9	2 1 6	1 14 1	0
	11 —		10		9 +		Gr

Gr	3 — ′ ″	dif. ′ ″	4 — ′ ″	dif. ′ ″	5 — ′ ″	dif. ′ ″	
0	2 1,6		32 27,7		31 54,7		30
1	3 15 7	1 14,1	33 3 0	0 35,3	31 14 8	0 39,9	29
2	4 29 7	1 14 0	33 35 9	0 32 9	30 32 6	0 42 2	28
3	5 43 3	1 13 6	34 6 5	0 30 6	29 48 3	0 44 3	27
4	6 56 8	1 13 5	34 34 7	0 28 2	29 1 6	0 46 7	26
5	8 9 9	1 13 1	35 0 6	0 25 9	28 13 0	0 48 6	25
6	9 22 5	1 12 6	35 23 9	0 23 3	27 22 2	0 50 8	24
7	10 34 4	1 11 9	35 44 8	0 20 9	26 29 5	0 52 7	23
8	11 45 7	1 11 3	36 3 2	0 18 4	25 34 8	0 54 7	22
9	12 56 2	1 10 5	36 19 0	0 15 8	24 38 5	0 56 3	21
10	14 6 0	1 9 8	36 32 4	0 13 4	23 40 2	0 58 3	20
11	15 14 8	1 8 8	36 43 1	0 10 7	22 40 2	1 0 0	19
12	16 22 6	1 7 8	36 51 1	0 8 0	21 38 6	1 1 6	18
13	17 29 3	1 6 7	36 56 6	0 5 5	20 35 4	1 3 2	17
14	18 35 0	1 5 7	36 59 5	0 2 9	19 30 5	1 4 9	16
15	19 39 3	1 4 3	36 59 8	0 0 3	18 24 5	1 6 0	15
16	20 42 4	1 3 1	36 57 5	0 2 3	17 17 1	1 7 4	14
17	21 44 0	1 1 6	36 52 6	0 4 9	16 8 4	1 8 7	13
18	22 44 2	1 0 2	36 45 0	0 7 6	14 58 4	1 10 0	12
19	23 42 8	0 58 6	36 34 8	0 10 2	13 47 5	1 10 9	11
20	24 39 9	0 57 1	36 21 9	0 12 9	12 35 6	1 11 9	10
21	25 35 3	0 55 4	36 6 5	0 15 4	11 22 7	1 12 9	9
22	26 28 8	0 53 5	35 48 5	0 18 0	10 8 9	1 13 8	8
23	27 20 7	0 51 9	35 28 1	0 20 4	8 54 3	1 14 6	7
24	28 10 5	0 49 8	35 4 9	0 23 2	7 39 3	1 15 0	6
25	28 58 7	0 48 2	34 39 4	0 25 5	6 23 6	1 15 7	5
26	29 44 6	0 45 9	34 11 3	0 28 1	5 7 4	1 16 2	4
27	30 28 6	0 44 0	33 40 8	0 30 5	3 50 9	1 16 5	3
28	31 10 5	0 41 9	33 7 8	0 33 0	2 34 1	1 16 8	2
29	31 50 3	0 39 8	32 32 4	0 35 4	1 17 1	1 17 0	1
30	32 27 7	0 37 4	31 54 7	0 37 7	0 0	1 17 1	0
	8 +		7 +		6 +		Gr

	XVIII			
Gr	0 + 6 −	1 7 −	2 + 8 −	
	′ ″	′ ″	′ ″	
0	0 0	0 42,1	1 12,8	30
1	0 1,5	0 43 3	1 13 6	29
2	0 2 9	0 44 6	1 14 3	28
3	0 4 4	0 45 8	1 14 9	27
4	0 5 9	0 47 0	1 15 6	26
5	0 7 3	0 48 2	1 16 2	25
6	0 8 8	0 49 4	1 16 8	24
7	0 10 3	0 50 6	1 17 4	23
8	0 11 7	0 51 8	1 18 0	22
9	0 13 2	0 53 0	1 18 5	21
10	0 14 6	0 54 1	1 19 0	20
11	0 16 1	0 55 2	1 19 5	19
12	0 17 5	0 56 3	1 20 0	18
13	0 18 9	0 57 4	1 20 4	17
14	0 20 4	0 58 4	1 20 8	16
15	0 21 8	0 59 5	1 21 2	15
16	0 23 2	1 0 5	1 21 6	14
17	0 24 6	1 1 5	1 22 0	13
18	0 26 0	1 2 5	1 22 3	12
19	0 27 4	1 3 5	1 22 6	11
20	0 28 8	1 4 4	1 22 9	10
21	0 30 1	1 5 4	1 23 1	9
22	0 31 5	1 6 3	1 23 3	8
23	0 32 9	1 7 2	1 23 5	7
24	0 34 2	1 8 1	1 23 7	6
25	0 35 5	1 8 9	1 23 8	5
26	0 36 9	1 9 7	1 23 9	4
27	0 38 2	1 10 5	1 24 0	3
28	0 39 5	1 11 3	1 24 1	2
29	0 40 8	1 12 1	1 24 1	1
30	0 42 1	1 12 8	1 24 1	0
	11 − 5 +	10 − 4 +	9 − 3 +	

	XIX			
	0 − 6 −	1 7 −	2 − 8 −	
	′ ″		′ ″	
0	0 0	5 53,1	5 53,1	30
1	0 14,2	6 0 0	5 45 8	29
2	0 28 4	6 6 4	5 38 0	28
3	0 42 6	6 12 4	5 29 8	27
4	0 56 7	6 18 0	5 21 3	26
5	1 10 8	6 23 1	5 12 3	25
6	1 24 8	6 27 8	5 3 0	24
7	1 38 6	6 31 9	4 53 3	23
8	1 52 4	6 35 6	4 43 2	22
9	2 6 0	6 38 8	4 32 8	21
10	2 19 4	6 41 5	4 22 1	20
11	2 32 7	6 43 7	4 11 0	19
12	2 45 8	6 45 5	3 59 6	18
13	2 58 7	6 46 7	3 48 0	17
14	3 11 4	6 47 4	3 36 1	16
15	3 23 9	6 47 7	3 23 9	15
16	3 36 1	6 47 4	3 11 4	14
17	3 48 0	6 46 7	2 58 7	13
18	3 59 6	6 45 5	2 45 8	12
19	4 11 0	6 43 7	2 32 7	11
20	4 22 1	6 41 5	2 19 4	10
21	4 32 8	6 38 8	2 6 0	9
22	4 43 2	6 35 6	1 52 4	8
23	4 53 3	6 31 9	1 38 6	7
24	5 3 0	6 27 8	1 24 8	6
25	5 12 3	6 23 1	1 10 8	5
26	5 21 3	6 18 0	0 56 7	4
27	5 29 8	6 12 4	0 42 6	3
28	5 38 0	6 6 4	0 28 4	2
29	5 45 8	6 0 0	0 14 2	1
30	5 53 1	5 53 1	0 0 0	0
	11 + 5 +	10 + 4 +	9 + 3 +	Gr

Equazione I. per la Latitudine

Gr	0 + 6 −	diff.	1 + 7 −	diff.	2 + 8 −	diff.	
		′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	
0	0 0 0		2 34 17 9		4 27 22,6		30
1	0 5 23,0	5 23 0	2 38 56 5	4 38 6	4 30 2 0	2 39 4	29
2	0 10 46 0	5 23 0	2 43 32 2	4 35 7	4 32 36 6	2 34 6	28
3	0 16 8 7	5 22 7	2 48 5 0	4 32 8	4 35 6 2	2 29 6	27
4	0 21 31 2	5 22 5	2 52 34 6	4 29 6	4 37 30 7	2 24 5	26
5	0 26 53 4	5 22 2	2 57 1 0	4 26 4	4 39 50 1	2 19 4	25
6	0 32 15 0	5 21 6	3 1 24 4	4 23 4	4 42 4 4	2 14 3	24
7	0 37 35 9	5 20 9	3 5 44 3	4 19 9	4 44 13 6	2 9 2	23
8	0 42 56 3	5 20 4	3 10 0 9	4 16 6	4 46 17 5	2 3 9	22
9	0 48 15 9	5 19 6	3 14 13 9	4 13 0	4 48 16 1	1 58 6	21
10	0 53 34 6	5 18 7	3 18 23 5	4 9 6	4 50 9 5	1 53 4	20
11	0 58 52 3	5 17 7	3 22 29 5	4 6 0	4 51 57 6	1 48 1	19
12	1 4 8 9	5 16 6	3 26 31 7	4 2 2	4 53 40 4	1 42 8	18
13	1 9 24 4	5 15 5	3 30 30 2	3 58 5	4 55 17 9	1 37 5	17
14	1 14 38 6	5 14 2	3 34 24 8	3 54 6	4 56 49 8	1 31 9	16
15	1 19 51 4	5 12 8	3 38 15 6	3 50 8	4 58 16 4	1 26 6	15
16	1 25 2 7	5 11 3	3 42 2 5	3 46 9	4 59 37 6	1 21 2	14
17	1 30 12 6	5 9 9	3 45 45 2	3 42 7	5 0 53 2	1 15 6	13
18	1 35 20 9	5 8 3	3 49 23 8	3 38 6	5 2 3 3	1 10 1	12
19	1 40 27 3	5 6 4	3 52 58 2	3 34 4	5 3 7 9	1 4 6	11
20	1 45 32 0	5 4 7	3 56 28 4	3 30 2	5 4 6 9	0 59 0	10
21	1 50 34 8	5 2 8	3 59 54 2	3 25 8	5 5 0 4	0 53 5	9
22	1 55 35 5	5 0 7	4 3 15 7	3 21 5	5 5 48 3	0 47 9	8
23	2 0 34 1	4 58 6	4 6 32 7	3 17 0	5 6 30 6	0 42 3	7
24	2 5 30 5	4 56 4	4 9 45 2	3 12 5	5 7 7 2	0 36,6	6
25	2 10 24 6	4 54 1	4 12 53 3	3 8 1	5 7 38 2	0 31 0	5
26	2 15 16 4	4 51 8	4 15 56 6	3 3 3	5 8 3 7	0 25 5	4
27	2 20 5 7	4 49 3	4 18 55 3	2 58 7	5 8 23 5	0 19 8	3
28	2 24 52 4	4 46 7	4 21 49 2	2 53 9	5 8 37 7	0 14 2	2
29	2 29 36 4	4 44 0	4 24 38 3	2 49 1	5 8 46 1	0 8 4	1
30	2 34 17 9	4 41 5	4 27 22 6	2 44 3	5 8 48 9	0 2 8	0
	11 − 5 +		10 − 4 +		9 − 3 +		Gr

	II			III			
Gr	0 + 6 −	1 + 7 −	2 + 8 −	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	
0	0′ 0″	4′ 24″2	7′ 37″6	0″0	8″8	15″2	30
2	0 18,5	4 40,0	7 46,5	0,6	9,3	15,5	28
4	0 36 9	4 55 4	7 54 0	1 2	9 8	15 8	26
6	0 55 3	5 10 6	8 2 7	1 8	10 3	16 1	24
8	1 13 6	5 25 3	8 9 9	2 4	10 8	16 3	22
10	1 31 7	5 39 7	8 16 5	3 1	11 3	16 5	20
12	1 49 8	5 53 6	8 22 5	3 7	11 9	16 7	18
14	2 7 8	6 7 1	8 27 9	4 3	12 2	16 9	16
16	2 25 6	6 20 1	8 32 7	4 9	12 7	17 1	14
18	2 43 3	6 32 7	8 36 9	5 4	13 1	17 2	12
20	3 0 7	6 44 8	8 40 4	6 0	13 5	17 3	10
22	3 18 0	6 56 4	8 43 3	6 6	13 9	17 4	8
24	3 34 9	7 7 5	8 45 5	7 2	14 2	17 5	6
26	3 51 7	7 18 0	8 47 1	7 7	14 6	17 6	4
28	4 8 1	7 28 1	8 48 1	8 3	14 9	17 6	2
30	4 24 2	7 37 6	8 48 4	8 8	15 2	17 6	0
	11 − 5 +	10 − 3 +	9 − 3 +	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	Gr

	IV			V			VI			
Gr	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	3 · 6 +	1 − 7 +	2 · 8 +	
0	0″0	12″6	21″7	0″0	4″5	7″8	0″0	1″9	3″2	30
2	0,9	13,3	22,2	0,3	4,8	8,0	0,1	2,0	3,3	28
4	1 8	14 0	22 6	0 6	5 0	8 1	0 3	2 1	3 3	26
6	2 6	14 8	22 9	0 9	5 3	8 2	0 4	2 2	3 4	24
8	3 5	15 5	23 3	1 3	5 5	8 4	0 5	2 3	3 4	22
10	4 4	16 1	23 6	1 6	5 8	8 5	0 6	2 4	3 5	20
12	5 2	16 8	23 9	1 9	6 0	8 6	0 8	2 5	3 5	18
14	6 1	17 4	24 1	2 2	6 3	8 7	0 9	2 6	3 6	16
16	6 9	18 1	24 4	2 5	6 5	8 7	1 0	2 7	3 6	14
18	7 7	18 7	24 6	2 8	6 7	8 8	1 1	2 8	3 6	12
20	8 6	19 2	24 7	3 1	6 9	8 9	1 3	2 8	3 6	10
22	9 4	19 8	24 9	3 4	7 1	8 9	1 4	2 9	3 7	8
24	10 2	20 3	25 0	3 7	7 3	9 0	1 5	3 0	3 7	6
26	11 0	20 8	25 0	4 0	7 5	9 0	1 6	3 1	3 7	4
28	11 8	21 3	25 1	4 2	7 6	9 0	1 7	3 1	3 7	2
30	12 6	21 7	25 1	4 5	7 8	9 0	1 9	3 2	3 7	0
	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	Gr

	VII			VIII			IX			
Gr	0 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	3 − 6 +	1 − 7 +	2 − 8 +	0 − 6 +	1 − 7 +	2 · 8 +	
0	0″0	1″1	1″9	0′0	8″0	13″8	0″0	2″6	4″5	30
2	0,1	1,2	1 9	0,6	8,4	14,0	0,2	2,7	4,6	28
4	0 1	1 2	2 0	1 1	8 9	14 3	0 4	2 9	4 7	26
6	0 2	1 3	2 0	1 7	9 4	14 5	0 5	3 0	4 7	24
8	0 3	1 4	2 0	2 2	9 8	14 7	0 7	3 2	4 8	22
10	0 4	1 4	2 1	2 8	10 2	14 9	0 9	3 3	4 8	20
12	0 5	1 5	2 1	3 3	10 6	15 1	1 1	3 5	4 9	18
14	0 5	1 5	2 1	3 9	11 0	15 3	1 3	3 6	5 0	16
16	0 6	1 6	2 1	4 4	11 4	15 4	1 4	3 7	5 0	14
18	0 7	1 6	2 2	4 9	11 8	15 6	1 6	3 9	5 1	12
20	0 8	1 7	2 2	5 4	12 2	15 7	1 8	4 0	5 1	10
22	0 8	1 7	2 2	6 0	12 5	15 7	2 0	4 1	5 1	8
24	0 9	1 8	2 2	6 5	12 9	15 8	2 1	4 2	5 2	6
26	1 0	1 8	2 2	7 0	13 2	15 9	2 3	4 3	5 2	4
28	1 0	1 9	2 2	7 5	13 4	15 9	2 4	4 4	5 2	2
30	1 1	1 9	2 2	8 0	13 8	15 9	2 6	4 5	5 2	0
	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	11 + 5 −	10 + 4 −	9 + 3 −	Gr

Parall. oriz. della ☽ Arg. Anom. corr. (899. 3°)

G	0 + M. S.	1 + M. S.	2 + M. S.	3 + M. S.	4 + M. S.	5 + M. S.	
0	54 0,0	54 20,6	55 19 7	56 48 0	58 26 5	59 46 3	30
1	54 0 0	54 22 0	55 22 3	56 51 3	58 29 6	59 48 3	29
2	54 0 1	54 23 4	55 24 8	56 54 5	58 32 8	59 50 2	28
3	54 0 2	54 24 9	55 27 5	56 57 8	58 35 9	59 52 0	27
4	54 0 4	54 26 4	55 30 1	57 1 1	58 38 9	59 53 8	26
5	54 0 6	54 27 9	55 32 8	57 4 4	58 42 0	59 55 5	25
6	54 0 8	54 29 5	55 35 5	57 7 7	58 45 0	59 57 2	24
7	54 1 1	54 31 2	55 38 2	57 11 0	58 48 0	59 58 8	23
8	54 1 5	54 32 8	55 41 0	57 14 3	58 51 0	60 0 4	22
9	54 1 9	54 34 6	55 43 8	57 17 6	58 53 9	60 1 9	21
10	54 2 3	54 36 3	55 46 6	57 20 9	58 56 8	60 3 3	20
11	54 2 8	54 38 1	55 49 5	57 24 3	58 59 7	60 4 6	19
12	54 3 3	54 40 0	55 52 3	57 27 6	59 2 5	60 5 9	18
13	54 3 9	54 41 8	55 55 3	57 30 9	59 5 3	60 7 1	17
14	54 4 5	54 43 8	55 58 2	57 34 3	59 8 1	60 8 3	16
15	54 5 2	54 45 7	56 1 1	57 37 6	59 10 8	60 9 4	15
16	54 5 9	54 47 7	56 4 1	57 40 9	59 13 5	60 10 4	14
17	54 6 0	54 49 8	56 7 1	57 44 2	59 16 1	60 11 3	13
18	54 7 5	54 51 9	56 10 2	57 47 5	59 18 7	60 12 2	12
19	54 8 3	54 54 0	56 13 2	57 50 8	59 21 3	60 13 1	11
20	54 9 2	54 56 1	56 16 3	57 54 1	59 23 8	60 13 8	10
21	54 10 1	54 58 3	56 19 4	57 57 4	59 26 3	60 14 5	9
22	54 11 1	55 0 6	56 22 5	58 0 7	59 28 7	60 15 1	8
23	54 12 1	55 2 8	56 25 6	58 4 0	59 31 1	60 15 6	7
24	54 13 2	55 5 1	56 28 8	58 7 3	59 33 4	60 16 1	6
25	54 14 3	55 7 5	56 31 9	58 10 5	59 35 7	60 16 5	5
26	54 15 5	55 9 9	56 35 1	58 13 7	59 37 9	60 16 8	4
27	54 16 7	55 12 3	56 38 3	58 17 0	59 40 1	60 17 1	3
28	54 18 0	55 14 7	56 41 5	58 20 2	59 42 2	60 17 2	2
29	54 19 3	55 17 2	56 44 8	58 23 4	59 44 3	60 17 3	1
30	54 20 6	55 19 7	56 48 0	58 26 5	59 46 3	60 17 3	0
	11 +	10 +	9 +	8 +	7 +	6 +	Gr

Correzione della Parall. sottrattiva per ogni grado di lat.

Gr	S.	Gr	S.	Gr	S.
0	0,0	30	3,0	60	9,0
1	0 0	31	3 2	61	9 2
2	0 0	32	3 3	62	9 3
3	0 0	33	3 5	63	9 5
4	0 1	34	3 7	64	9 7
5	0 1	35	3 9	65	9 8
6	0 1	36	4 1	66	10 0
7	0 2	37	4 3	67	10 2
8	0 2	38	4 5	68	10 3
9	0 3	39	4 7	69	10 4
10	0 4	40	4 9	70	10 6
11	0 4	41	5 1	71	10 7
12	0 5	42	5 3	72	10 8
13	0 6	43	5 5	73	11 0
14	0 7	44	5 8	74	11 1
15	0 8	45	6 0	75	11 2
16	0 9	46	6 2	76	11 3
17	1 0	47	6 4	77	11 4
18	1 1	48	6 6	78	11 5
19	1 2	49	6 8	79	11 6
20	1 3	50	7 0	80	11 6
21	1 5	51	7 2	81	11 7
22	1 7	52	7 4	82	11 7
23	1 8	53	7 6	83	11 8
24	2 0	54	7 8	84	11 9
25	2 1	55	8 0	85	11 9
26	2 3	56	8 2	86	11 9
27	2 5	57	8 4	87	12 0
28	2 6	58	8 6	88	12 0
29	2 8	59	8 8	89	12 0
30	3 0	60	9 0	90	12 0

Anni di G.C.	*Epatte* Gi. or. m.s.	*Anni*	Gi. or. m s. *Au. dell' Ep*
B. 0	6 1 10 1	1	10 15 11 27
B. 100	1 17 4 35	2	21 6 22 53
B. 1500	0 1 16 58	3	2 8 50 17
B. 1600	15 5 55 34	B. 4	14 0 1 44
B. 1660	18 13 13 6	5	24 15 13 10
1700	9 21 50 8	6	5 17 40 34
B. 1788	22 15 7 39	7	16 8 52 1
1789	3 17 35 3	B. 8	28 0 3 27
1790	14 8 46 29	9	9 2 30 51
1791	24 23 57 56	10	19 17 42 17
B. 1792	7 2 25 20	11	0 20 9 41
1793	17 17 36 46	B. 12	12 11 21 8
1794	28 8 48 13	13	23 2 32 34
1795	9 11 15 37	14	4 4 59 58
B. 1796	21 2 27 4	15	14 20 11 25
1797	2 4 54 28	B. 16	26 11 22 51
1798	12 20 5 54	17	7 13 50 15
1799	23 11 17 21	18	18 5 1 42
C. 1800	4 13 44 44	19	28 20 13 8
1801	15 4 56 10	B. 20	10 22 40 32
1802	25 20 7 37	21	21 13 51 59
1803	6 22 35 1	22	2 16 19 23
B. 1804	18 13 46 37	23	13 7 30 49
1805	29 4 57 54	B. 24	24 22 42 16
1806	10 7 25 17	25	6 1 9 40
1807	20 22 36 44	26	16 16 21 6
B. 1808	3 1 4 8	27	27 7 32 33
1809	13 16 15 35	B. 28	9 9 59 57
1810	24 7 27 1	29	20 1 11 23
1811	5 9 54 25	30	1 3 38 47
B. 1812	17 1 5 53	B. 40	21 21 21 4
1813	27 16 17 18	B. 100	25 4 38 38
1814	8 18 44 42	200	20 20 33 14
1815	19 9 56 9	300	16 12 27 49
B. 1816	1 12 23 32	400	12 4 22 24
1817	12 3 34 59	500	7 20 17 0
1818	22 18 46 26	600	3 12 11 35
1819	3 21 13 49	700	28 16 50 14
B. 1820	15 12 25 16	800	24 8 44 49
1900	28 18 23 22	900	20 0 39 24
B. 2000	24 10 17 58	1000	15 16 34 0

Riv. Sin.	*Som. de rivol* Gi. or. m. s.
½	14 18 22 1,4
1	29 12 44 3
2	59 1 28 6
3	88 14 12 8
4	118 2 56 11
5	147 15 40 14
6	177 4 24 17
7	206 17 8 19
8	236 5 52 22
9	265 18 36 25
10	295 7 20 28
11	324 20 4 31
12	354 8 48 33
13	383 21 32 36

mesi	*Ep. dei mesi* Gi. or. m. s.
Gen.	0 0 0 0
Feb	1 11 15 57
Mar.	29 11 15 57
Apr	1 9 47 52
Mag.	1 21 3 49
Giu.	3 8 19 46
Lug.	3 19 35 43
Ago.	5 6 51 41
Set.	6 18 7 38
Ott.	7 5 23 35
Nov.	8 16 39 32
Dic.	9 3 55 29

Negli anni bisestili si diminuisce l' epatta d' un giorno in Gennajo e Febbrajo (890).

Moto orario nelle Sizigie Arg An Med. ☽

S.G.	Mo☽ M.S.	S.G.
0. 0	29.37	12.0
5	29.38	25
10	29.39	20
15	29.42	15
20	29.47	10
25	29.54	5
1. 0	30. 3	11.0
5	30.13	25
10	30.24	20
15	30.35	15
20	30.48	10
25	31. 3	5
2. 0	31.20	10.0
5	31.37	25
10	31.55	20
15	32.14	15
20	32.35	10
25	32.57	5
3. 0	33.19	9. 0
5	33.41	25
10	34. 3	20
15	34.26	15
20	34.50	10
25	35. 1	5
4. 0	35.36	8. 0
5	35.56	25
10	36.16	20
15	36.35	15
20	36.53	10
25	37.10	5
5. 0	37.27	7. 0
5	37.41	25
10	37.51	20
15	37.58	15
20	38. 4	10
25	38. 8	5
6. 0	38.11	6. 0

AVVERTIMENTO

Nella seguente Tavola si ha la situazione media dei Pianeti primarj per il dì 1 Gennajo 1800. Quest' epoca unita ai moti annuo, diurno, orario ec. e all' equazioni delle loro orbite che ivi si uniscono, è sufficiente onde ottener con un facile calcolo secondo i metodi già dati, la situazion dei medesimi Pianeti per qualunque tempo con sufficiente approssimazione (867).

	Luogo del Pianeta	Afelio	Nodo	Moto annuo del Pian.	dell' Af.	del ☊	Moto del Pian. diurno	orario
	S. G. M. S.	S. G. M. S.	S. G. M. S	S. G. M. S.	"	"	G ' "	' "
☿	3 18 10 38	8 14 20 51	1 15 56 48	1 23 43 3	56	43	4 5 33	10 14
♀	4 25 9 1	10 8 36 12	2 14 52 8	7 14 47 30	49	31	1 36 8	4 0
♂	7 22 34 9	5 2 24 14	1 18 1 58	6 11 17 10	67	28	0 31 27	1 19
♃	2 21 28 46,1	6 11 8 21	3 8 24 7	1 0 20 32	57	36	0 4 59	12,5
♄	4 3 5 9,9	8 29 4 10	3 21 56 40	12 13 37	66	32	2 1	5
♅	5 23 29 12,1	11 17 20 19	2 12 50 58	4 17 44	55	16	42	1,8

Equazioni dell' orbite. Arg. Anomalia media

	Gr	0 —	1 —	2 —	3 —	4 —	5 —	
		° ' "						
☿	0	0 0 0	9 34 42	17 46 53	22 55 26	22 45 28	14 55 11	30
	5	1 37 55	11 4 52	18 54 14	23 20 3	22 1 57	12 48 52	25
	10	3 15 28	12 32 21	19 56 1	23 35 9	21 4 46	10 30 48	20
	15	4 52 18	13 56 46	20 51 40	23 39 59	19 53 33	8 2 38	15
	20	6 28 2	15 17 38	21 40 33	23 33 48	18 28 7	5 26 26	10
	25	8 2 17	16 34 31	22 22 2	23 15 52	16 48 31	2 44 39	5
	30	9 34 42	17 46 53	22 55 26	22 45 28	14 55 11	0 0 0	0
♀	0	0 0	23 29	40 49	47 19	41 10	23 51	30
	5	4 5	26 57	42 44	47 11	38 58	20 10	25
	10	8 9	30 13	44 21	46 41	36 27	16 19	20
	15	12 9	33 16	43 37	45 49	33 40	12 21	15
	20	16 3	36 4	46 32	44 36	30 37	8 17	10
	25	19 51	38 35	47 7	42 20	27 21	4 10	5
	30	23 29	40 49	47 19	41 10	23 51		0
♂	0	0 0 0	4 50 16	8 41 45	10 36 22	9 45 34	5 55 3	30
	5	0 49 58	5 34 31	9 10 28	10 40 23	9 19 9	5 1 49	25
	10	1 39 40	6 16 52	9 35 41	10 39 34	8 47 41	4 5 25	20
	15	2 28 49	6 57 3	9 57 6	10 33 46	8 11 17	3 6 24	15
	20	3 17 8	7 34 45	10 14 31	10 22 52	7 30 11	2 5 24	10
	25	4 4 23	8 9 45	10 27 41	10 6 48	6 44 39	1 3 2	5
	30	4 50 16	8 41 45	10 36 22	9 45 34	5 55 3	0 0 0	0
♃	0	0 0 0 0	2 37 1,8	4 37 36,3	5 30 2,6	4 54 45,6	2 54 15,1	30
	5	0 27 10,7	3 0 36,2	4 51 48,3	5 30 31,0	4 40 6,7	2 27 40,7	25
	10	0 54 11,0	3 22 59,4	5 3 57,6	5 28 27,5	4 23 7,0	1 59 46,8	20
	15	1 20 50,5	3 44 2,1	5 13 57,5	5 23 50,9	4 3 53,1	1 30 48,0	15
	20	1 46 59,0	4 3 35,0	5 21 41,8	5 16 40,8	3 42 33,0	1 0 59,8	10
	25	2 12 26,1	4 21 29,1	5 27 5,0	5 6 58,2	3 19 16,8	0 30 38,4	5
	30	2 37 1,8	4 37 36,3	5 30 2,6	4 54 45,6	2 54 15,1	0 0 0	0
♄	0	0 0 0,0	3 2 5,0	5 22 55,0	6 25 44,7	5 46 21,1	3 25 38,8	30
	5	0 31 28,8	3 29 29,9	5 39 40,3	6 26 38,4	5 29 25,1	2 54 22,3	25
	10	1 2 46,0	3 55 34,4	5 54 5,1	6 24 34,7	5 9 40,6	2 21 29,4	20
	15	1 33 39,8	4 20 7,7	6 6 1,1	6 19 31,3	4 47 15,8	1 47 17,7	15
	20	2 3 58,5	4 42 59,0	6 15 20,7	6 11 27,3	4 22 19,3	1 12 5,7	10
	25	2 33 30,7	5 3 58,0	6 21 57,2	6 0 23,2	3 55 2,7	0 36 13,1	5
	30	3 2 5,0	5 22 55,0	6 25 44,7	5 46 21,1	3 25 38,8	0 0 0	0
♅	0	0 0 0	2 32 42,3	4 29 48,5	5 20 30,6	4 45 59,0	2 48 56,7	30
	5	0 26 26,1	2 55 36,9	4 43 34,5	5 20 55,0	4 31 44,0	2 23 10,6	25
	10	0 52 42,0	3 17 22,2	4 55 21,0	5 18 52,0	4 15 12,7	1 56 6,8	20
	15	1 18 37,6	3 37 48,8	5 5 1,4	5 14 20,8	3 56 31,6	1 28 1,0	15
	20	1 44 2,8	3 56 47,6	5 12 29,8	5 7 20,4	3 35 48,8	0 59 7,5	10
	25	2 8 47,7	4 14 10,3	5 17 41,0	4 57 52,4	3 13 13,6	0 29 41,8	5
	30	2 32 42,3	4 20 48,5	5 20 30,6	4 45 59,0	2 48 56,7	0 0 0	0
		11 +	10 +	9 +	8 +	7 +	6 +	Gr

F I N E

INDICE

DEI CAPITOLI

E d' alcune cose principali

ELEMENTI DI MECCANICA

PARTE II. TEORÌA DELLE MACCHINE

ELEMENTI DI IDROMECCANICA

PARTE I. TEORÌA DEI FLUIDI IN QUIETE

PARTE II. TEORÌA DEI FLUIDI IN MOTO

ELEMENTI D' OTTICA

ELEMENTI D' ASTRONOMIA.

PARTE II. TEORÌA DELLE MACCHINE E DELLE APPLICAZIONI ASTRONOMICHE.

T A V O L E

Citate nel decorso dell' Opera ec.

Pag.	ver.	ERRORI	CORREZIONI
13	23	trescorrere	trascorrere
19	20	*ritardote*	*ritardato*
22	18	φ	Φ
ivi	24	*ferze*	*forze*
23	3	*tsesso*	*stesso*
24	5	contsario	contrario
ivi	24	fosza	forza
27	28	centto	centro
28	11	Ag, gE	AI, IE
ivi	18	Ag	AI
29	8	*udx*	*xdx*
34	7	egualieranno	eguaglieranno
ivi	23	(127)	(128)
ivi	28	(127)	(128)
36	32	par	per
37	29	un mobili	un mobile
46	13	tempn	tempo
ivi	26	(180)	(179)
47	1	(180)	(179)
48	22	del punto	dal punto
49	8	conncide	coincide
52	17	$-\frac{cdc}{z}$	$-\frac{cdc}{dz}$
ivi	18	$-\frac{c'dc'}{z'}$	$-\frac{c'dc'}{dz'}$
55	3	(63)	(64)
ivi	8	$tz-y$	$tx-y$
57	18	infinitasima	infinitesima
68	*ult.*	aquilibrio	equilibrio
69	2	forra	forza
70	3	*nna*	*una*
96	13	risolutante	risultante
111	23	$\frac{\gamma}{v}$	$\frac{\gamma}{V}$
ivi	24	$\frac{\gamma}{V}:\frac{\gamma}{V}$	$\frac{\Gamma}{V}:\frac{\gamma}{V}$
114	18	della goccia	delle goccie
117	2	*Pressine*	*Pressione*
120	26	(128)	(126. II.)
125	1,2	$\frac{sr}{4}$	$\frac{5r}{4}$
ivi	5	$\frac{sr^1}{4}$	$\frac{5r^2}{4}$
130	25	le ghinea	la ghinea
131	11	faccia	faccia
140	31	o della	e della
144	19	un palude	una palude
163	16	KL	K, L

Pag.	ver.	ERRORI	CORREZIONI
175	16	*hptd*	*hpdt*
199	11	*sl*	*5l*
230	30	I*db*	I*d*B
236	33	$Ar = RQ$	$Ar = RT$
237	23	a 24^{or}	a 24^{or} espresso in minuti primi
240	20	*sen* $x \surd (1 -$ ec.	*sen* $x = \surd (1 -$ ec.
242	4,8 e 10	(L. 984)	(L. 942)
254	27	$A'f'$	$A'F'$
255	30	$31 \frac{155}{8}$	$31 : \frac{155}{S}$
285	7	$d'b'qy$	$a'b'qy$
293	2	pB	pF
320	20	imprese	impresse
322	5	(78)	(18)
326	17	al moto alla	al moto della
331	28	ovvero $EC + CK - 90°$	ed anche $EC - CK + 90°$
336	2	$\frac{r\pi^2}{2}$	$\frac{r\pi^2}{2}$
339	23	57109,3 *te.* = 190912,5 *br*	57019,3 *te.* = 190914 *br.*
352	28	cnnfronto	confronto
366	31	GΓ	TΓ
369	17,23	centto	centro
376	29	parellela	parallela
383	5	*cos p*	$cos^2 p$
385	23	$sen^3 \beta$	$sen\, 3 \beta$
386	14	$\frac{AC}{2} = CS$	$\frac{AC}{2} + CS$
394	24	afelia	perielia
396	17	ealcolati	calcolati
ivi	23	Suppongasi	Supponganasi
410	7	allorchè è	allorchè l' elongazione è
411	12	$\left(\frac{mz'}{r^2} -\right.$ ec.	$\left(\frac{mz'}{r^3} -\right.$ ec.
431	12	mecchaniche	meccaniche
435	22	*sen* AB	*sen* VB (V essendo il polo)
436	16	10^{me}	100^{me}
441	35	dell' altra	dell' altro
451	15	piccole eq. 0,1	piccole eq. 0,6 (*colle correzioni relative*)
II col. 1, v. 3.		2580,454	258,0454
ivi col. 2, v. 6.		1440	144.
482	17	(935)	(926)
ivi	20	(935)	(988 . 2°)

Tab. I. Fig. 1.

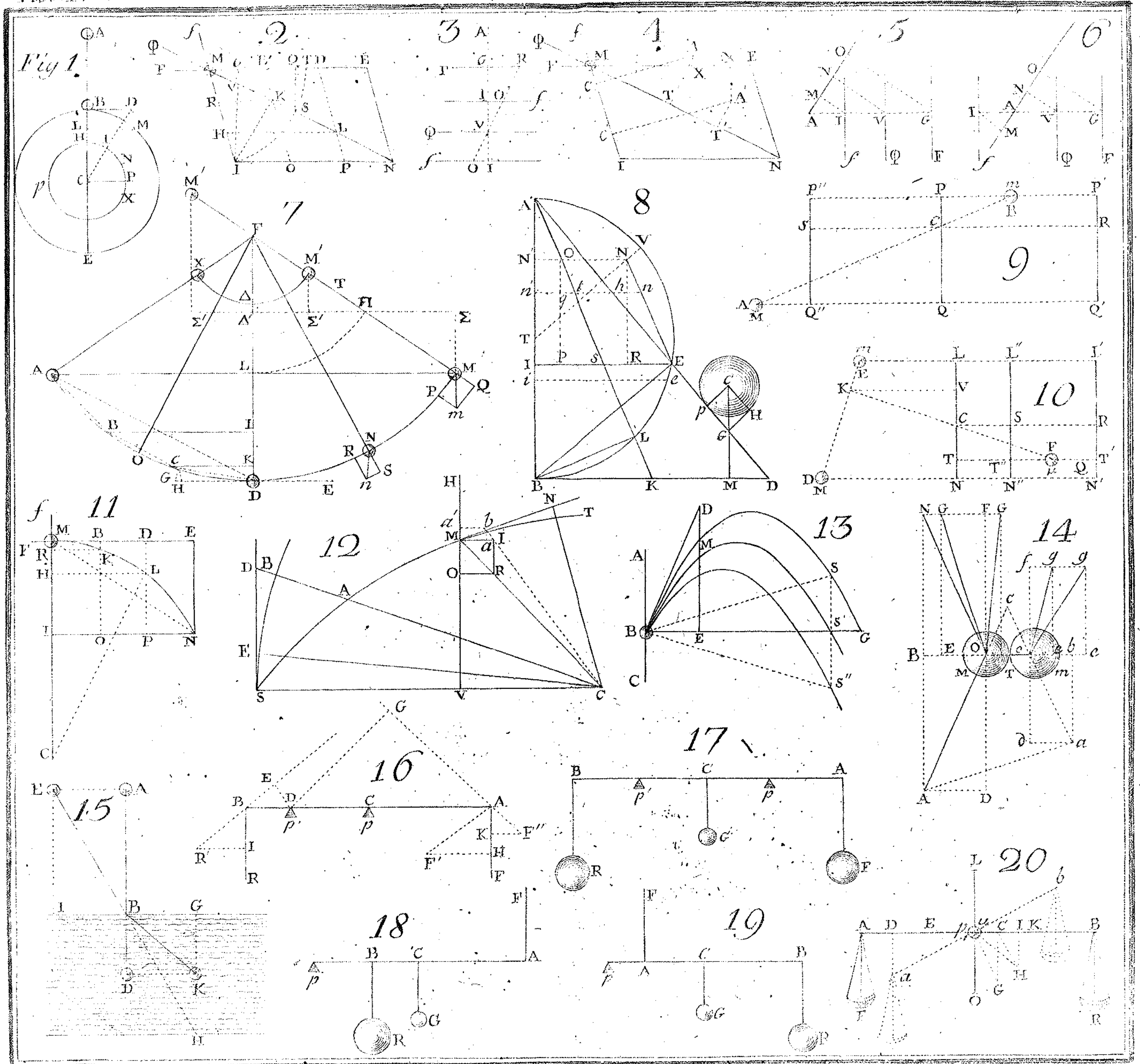


Fig. 20.

Tav. II. Fig. 21.

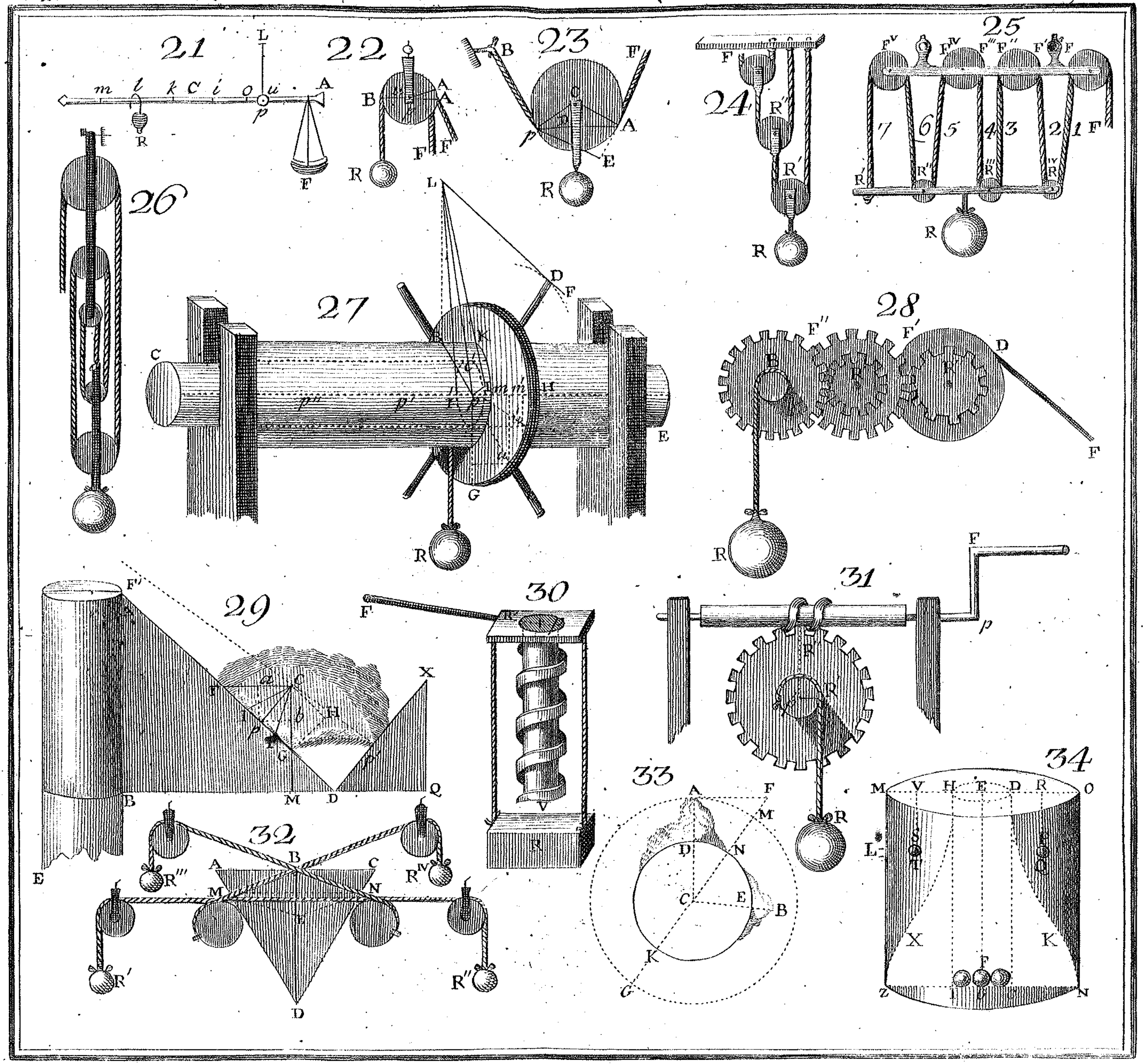
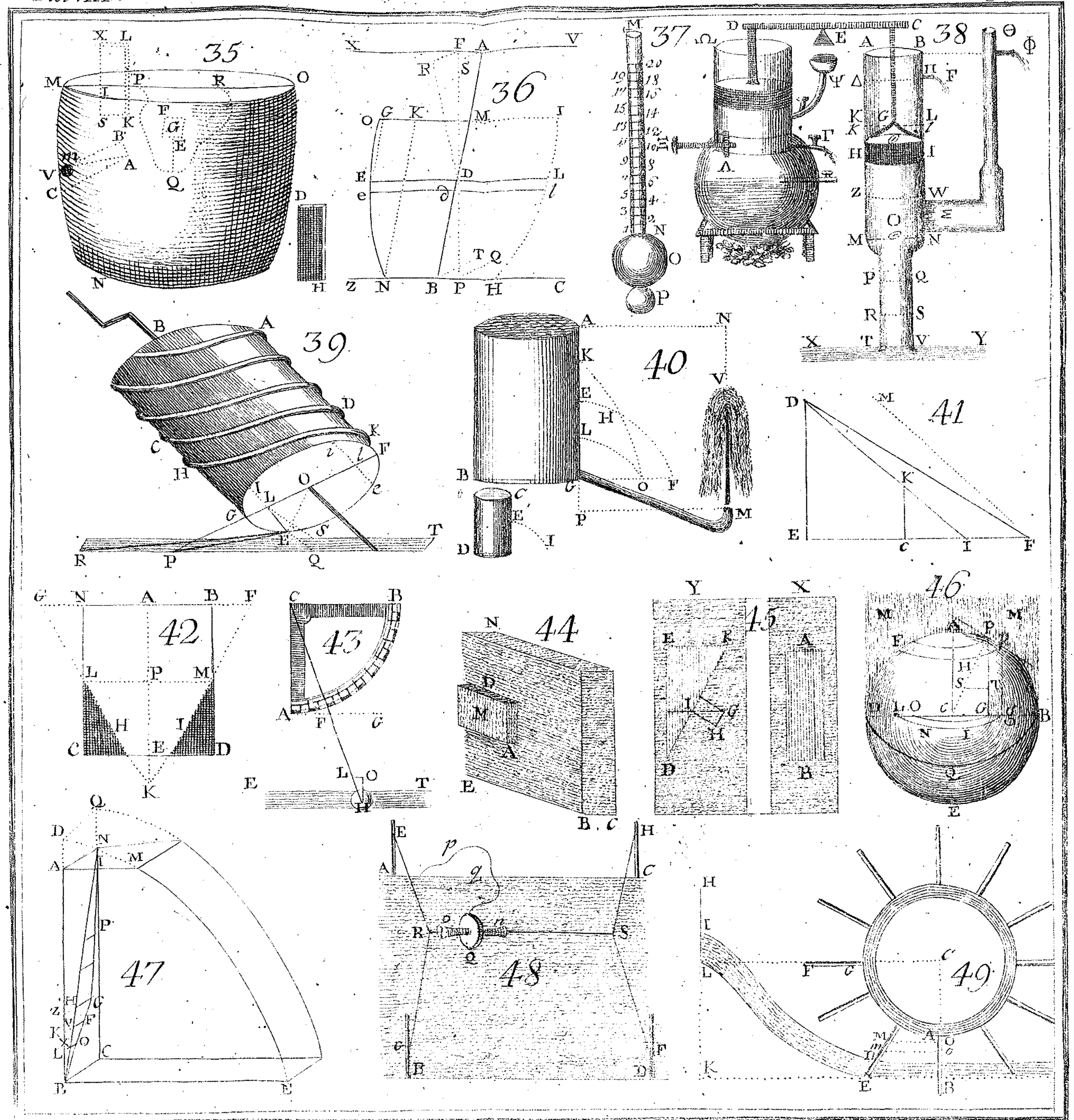
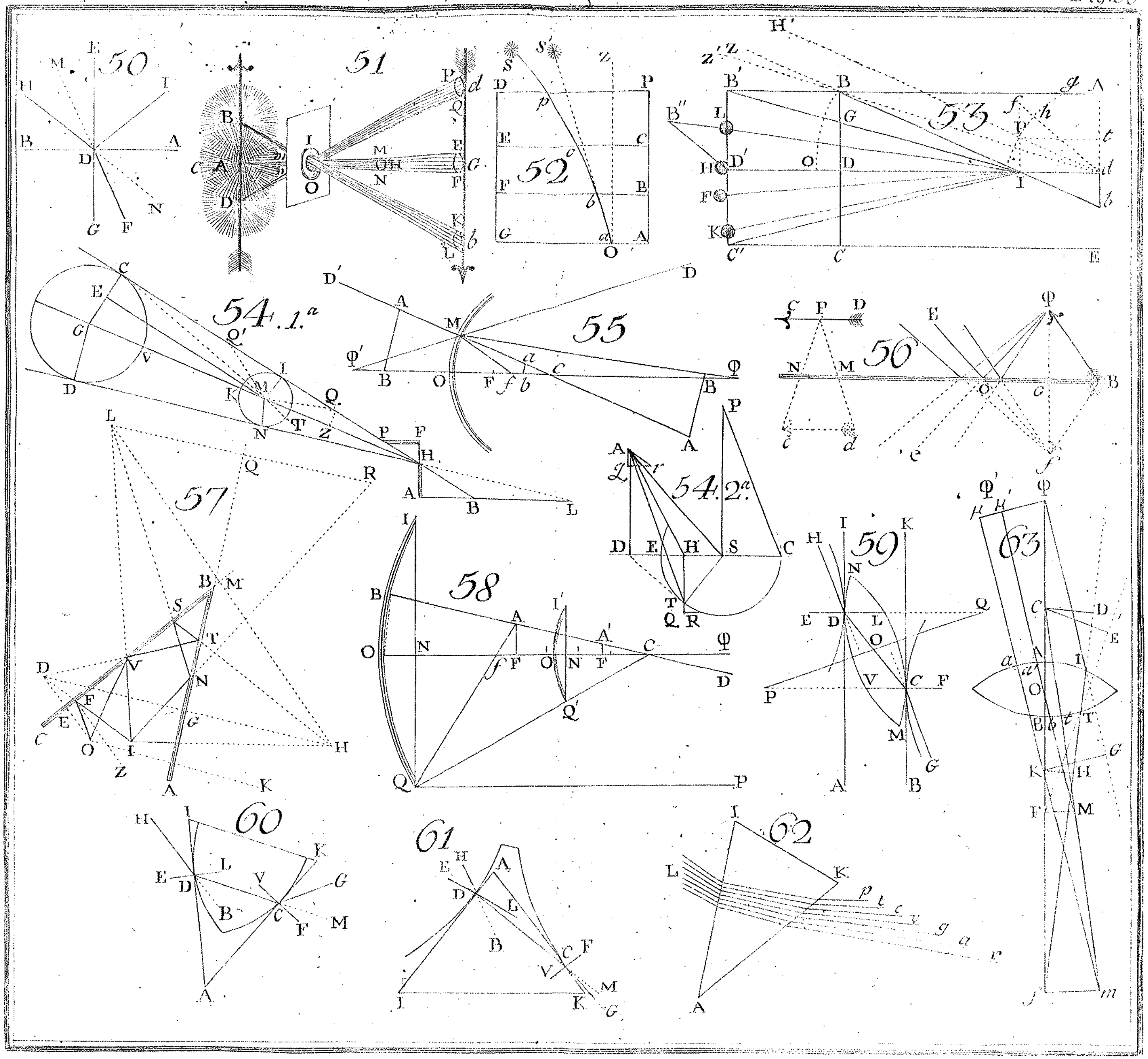


Fig. 34.


35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49


50
51
52
53
54. 1.a
55
56
54. 2.a
57
58
59
63
60
61
62

Tav. 5.

Fig. 64.

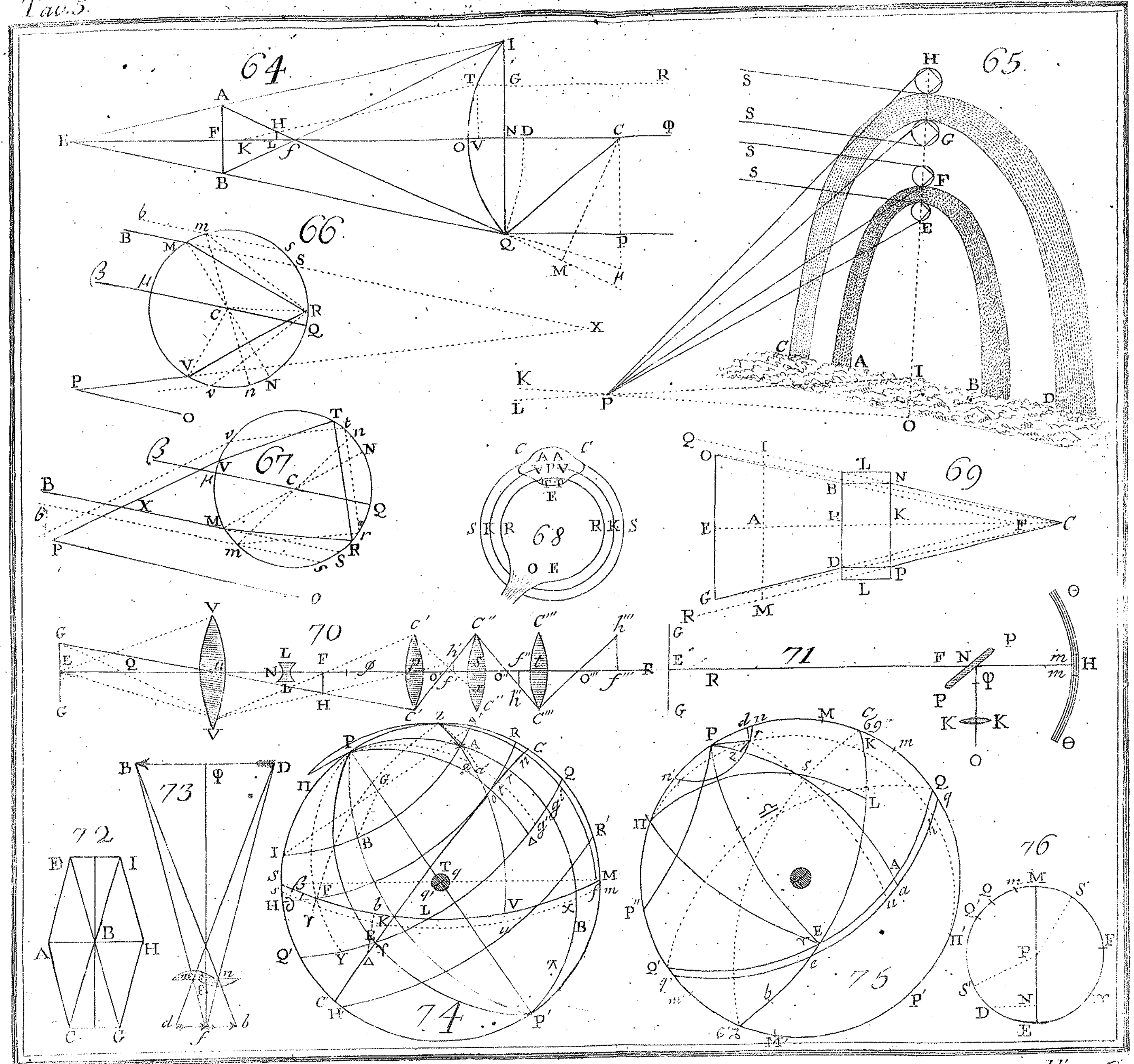
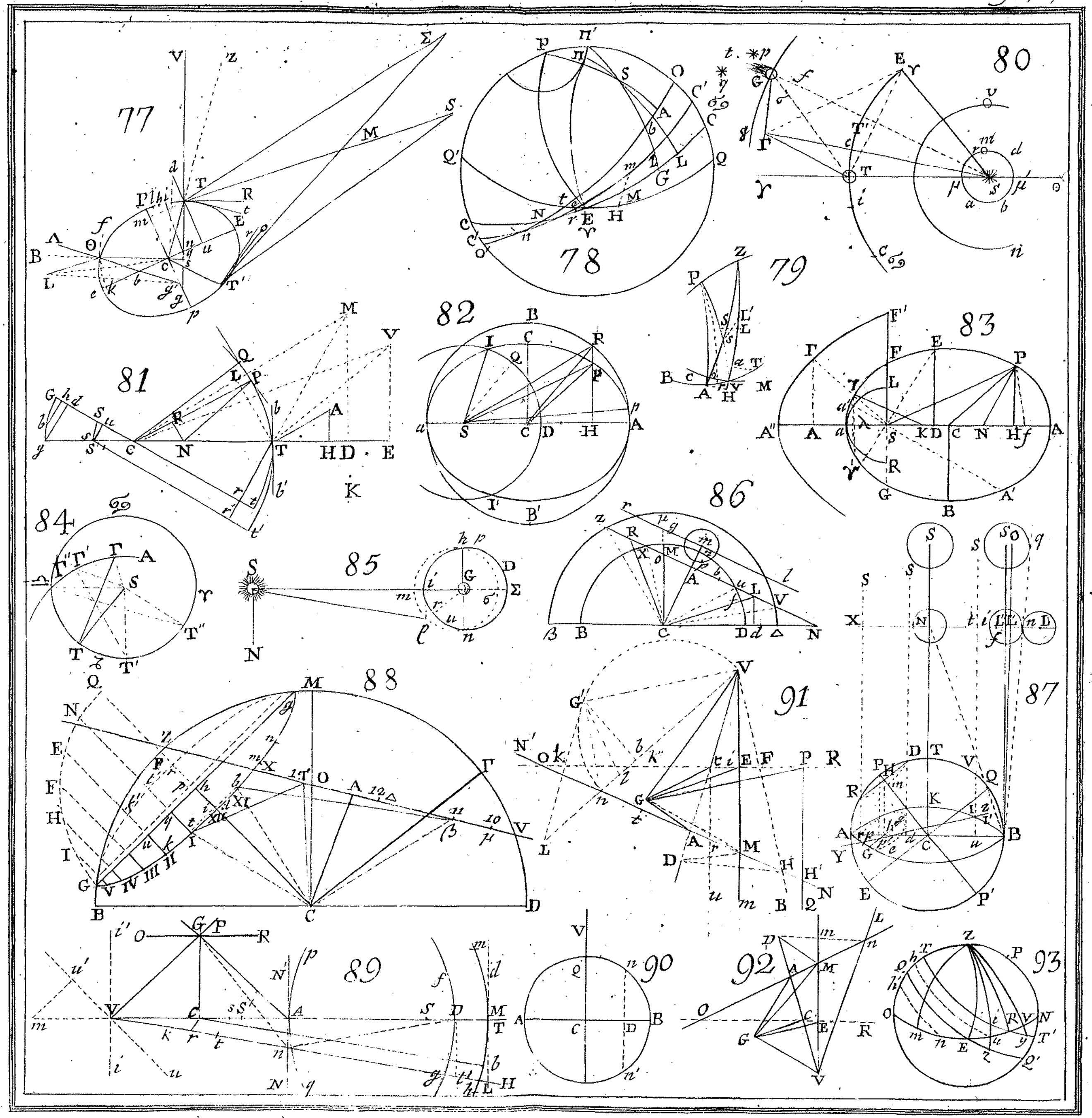


Fig. 75.


77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93